6. *Матвеева И.И.* Оценки экспоненциального убывания решений линейных систем нейтрального типа с периодическими коэффициентами // Сибирский журнал индустриальной математики. 2019. Т. 22. № 3. С. 96–103.
7. *Matveeva I.I.* Exponential stability of solutions to nonlinear time-varying delay systems of neutral type equations with periodic coefficients // Electronic Journal of Differential Equations. 2020. Vol. 2020, No. 20. P. 1–12.
8. *Матвеева И.И.* Оценки экспоненциального убывания решений одного класса нелинейных систем нейтрального типа с периодическими коэффициентами // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2020. Т. 60. № 4. С. 612–620.
9. *Матвеева И.И.* Оценки решений класса неавтономных систем нейтрального типа с неограниченным запаздыванием // Сибирский математический журнал. 2021. Т. 62. № 3. С. 583–598.

НАБЛЮДАТЕЛИ С ФИНИТНОЙ ОШИБКОЙ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ

А.В. Метельский[1], В.Е. Хартовский[2]

[1] Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь
ametelski@bntu.by

[2] Гродненский государственный университет имени Янки Купалы, Гродно, Беларусь
hartovskij@grsu.by

Динамическая система, переменные выхода которой суть оценки переменных состояния другой системы, называется наблюдателем этой системы. Это определение было введено в 1963 г. в теории линейных систем Луенбергером [1]. Он показал, что для каждой наблюдаемой линейной системы может быть спроектирован асимптотический наблюдатель с ошибкой оценки, стремящейся к нулю с заданной скоростью. В дальнейшем теория проектирования асимптотических наблюдателей получила широкое развитие и на сегодняшний день располагает обширной библиографией.

В настоящем докладе представлен принципиально иной подход к вопросу оценки состояния линейных систем. А именно, для линейных систем нейтрального типа предлагаются [2, 3] методы проектирования финитных наблюдателей, позволяющих получить оценку решения исходной системы с ошибкой, которая через конечное время равна нулю. В основе идеи лежит выбор параметров финитного наблюдателя таким образом, чтобы его ошибка удовлетворяла точечно вырожденной системе (система называется точечно вырожденной в направлении вектора g, если найдется момент времени $t_1 > 0$ такой, что $g^{\mathrm{T}} x(t) \equiv 0$, $t \geq t_1$, при всех начальных состояниях этой системы).

Пусть задана линейная автономная дифференциально-разностная система нейтрального типа с соизмеримыми запаздываниями

$$\dot{x}(t) - \sum_{i=1}^{m} D_i \dot{x}(t - ih) = \sum_{i=0}^{m} A_i x(t - ih), \quad t > 0, \tag{1}$$

$$y(t) = \sum_{i=0}^{m} C_i x(t - ih), \quad t \geq 0, \tag{2}$$

где $D_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $A_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $C_i \in \mathbb{R}^{l\times n}$, x — вектор решения, y — вектор выходных величин, доступных наблюдению (выход), $h = \mathrm{const} > 0$. Решение уравнения (1) однозначно задается начальной функцией $x(t) = \varphi(t)$, $t \in [-mh, 0]$, взятой из класса непрерывных на отрезке $[-mh, 0]$ функций, имеющих на этом отрезке кусочно-непрерывную производную. Считаем, что функция φ является неизвестной.

Задача 1. Требуется построить линейную автономную дифференциальную систему запаздывающего типа с выходом $\bar{x}$ такую, что при входном сигнале y, определяемом формулой (2), выход $\bar{x}$, начиная с некоторого момента времени $t_1 > 0$, есть точная оценка неизвестного решения x уравнения (1): $\bar{x}(t) - x(t) \equiv 0,\ t \geq t_1$. Дифференциальную систему с выходом $\bar{x}$, реализующую оценку x уравнения (1), назовем финитным наблюдателем для системы (1), (2).

Обозначим:

$$D(\lambda) = \sum_{i=1}^{m} \lambda^i D_i, \quad A(\lambda) = \sum_{i=0}^{m} \lambda^i A_i, \quad C(\lambda) = \sum_{i=0}^{m} \lambda^i C_i,$$

$I_i \in \mathbb{R}^{i\times i}$ – единичная матрица, $W(p, \lambda) = p(I_n - D(\lambda)) - A(\lambda)$ — характеристическая матрица системы (1) (при $\lambda = e^{-ph}$), $\mathbb{C}$ — множество комплексных чисел.

Теорема 1. *Для того, чтобы задача 1 была разрешима необходимо и достаточно двух условий:*

$$1)\,\mathrm{rank}\begin{bmatrix} W(p, e^{-ph}) \\ C(e^{-ph}) \end{bmatrix} = n, \quad p \in \mathbb{C};$$

$$2)\,\mathrm{rank}\begin{bmatrix} I_n - D(\lambda) \\ C(\lambda) \end{bmatrix} = n, \quad \lambda \in \mathbb{C}.$$

Далее в докладе дается описание разработанных в [2, 3] методов синтеза регуляторов, обеспечивающих решение задачи 1.

Работа выполнена в рамках ГПНИ "Конвергенция-2025".

Библиографические ссылки

1. *Luenberger D.G.* An Introduction to Observers // IEEE Trans. Automat. Contr. 1971. Vol. AC-16. No. 6. P. 596–602.
2. *Метельский А.В., Хартовский В.Е.* Синтез финитного наблюдателя для линейных систем нейтрального типа // Автоматика и телемеханика. 2019. № 12. С. 80–102.
3. *Метельский А.В., Хартовский В.Е.* О точном восстановлении решения линейных систем нейтрального типа // Дифференциальные уравнения. 2021. Т. 57. № 2. С. 265–285.

РЕШЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С НЕРАЗДЕЛЕННЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

М.М. Муталлимов[1,2], Ф.А. Алиев[1,2], Н.Ш. Гусейнова[1]

[1] Институт прикладной математики, БГУ, Баку, Азебайджан
mmutallimov@bsu.edu.az

[2] Институт информационных технологий, НАНА, Баку, Азебайджан
f_aliev@yahoo.com

Введение. Как известно [1], для решения линейно квадратичной задачи оптимизации с неразделенными краевыми условиями в непрерывном случае существуют разные методы: метод, повышающий размерности исходной системы [2], метод прогонки [3], метод Мощинского [4, 5]. Однако каждый из этих методов сталкивается с определенными трудностями. Поэтому в данной работе предлагается новый метод, не требующий решения матричных уравнений Риккати и линейных матричных уравнений.

1. Постановка задачи. Пусть движение объекта описывается системой линейных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = F(t)x(t) + G(t)u(t),\ t \in [t_0, \tau], \tag{1}$$

с неразделенными краевыми условиями

$$K_1 x(t_0) - K_2 x(\tau) = q, \tag{2}$$

где x — n-мерный фазовый вектор, $u(t)$ — m-мерный вектор управляющих воздействий, $F(t)$, $G(t)$ — известные кусочно-непрерывные