2. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* Асимптотические разложения сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973.
3. *Глизер В.Я., Дмитриев М.Г.* Асимптотика решения некоторых дискретных задач оптимального управления с малым шагом // Дифференциальные уравнения. 1979. Т. 15. № 9. С. 1681–1691.
4. *Danik Yu.E., Dmitriev M.G.* The construction of stabilizing regulators sets for nonlinear control systems with the help of Padé approximations. Nonlinear Dynamics of Discrete and Continuous Systems. Switzerland: Springer, 2021. P. 45–62.
5. *Danik Yu.E., Dmitriev M.G.* Construction of Parametric Regulators for Nonlinear Control Systems Based on the Pade Approximations of the Matrix Riccati Equation Solution // IFAC-Papers OnLine, CAO18. 2018. Vol. 51. P. 815–820.

ПРИЗНАК РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ АСИНХРОННЫМ СПЕКТРОМ ЛИНЕЙНЫХ ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ДИАГОНАЛЬНЫМ УСРЕДНЕНИЕМ МАТРИЦЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ

А.К. Деменчук

Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
demenchuk@im.bas-net.by

В 1955 г. Я. Курцвейль и О. Вейвода показали [1], что разрешенная относительно производной система обыкновенных дифференциальных почти периодических уравнений может допускать такие решения, что пересечение частотного модуля решения и модуля частот правой части системы является тривиальным. Впоследствии такого рода решения были названы сильно нерегулярными, их частотный спектр – асинхронным, а описываемые ими колебания – асинхронными [2]. Периодический случай, в котором нерегулярность означает несоизмеримость частот решения и системы, изучал Х. Массера [3].

Определение 1. *Модулем (частотным модулем)* $\mathrm{Mod}\,(F)$ *почти периодической матрицы* $F(t)$) *называется наименьшая аддитивная группа вещественных чисел, содержащая все показатели Фурье этой матрицы.*

Будем говорить, что некоторые столбцы матрицы $F(t)$ линейно независимы над $\mathbb{R}$, если их линейные комбинации с вещественными коэффициентами тождественно равны нулю тогда и только тогда, когда все коэффициенты нулевые. Через $\mathrm{rank}_{\mathrm{col}}\, P$ обозначим столбцовый ранг матрицы $P(t)$, т.е. наибольшее число ее линейно независимых над

$\mathbb{R}$ столбцов. Отметим, что вообще говоря, столбцовый ранг матрицы не совпадает с наибольшим числом ее линейно независимых строк.

Рассмотрим линейную систему управления

$$\dot{x} = A(t)x + Bu, \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad n \geq 2, \tag{1}$$

где $x = x(t) \in \mathbb{R}^n$– фазовый вектор, $u = u(t) \in \mathbb{R}^n$– вход, $A(t)$– непрерывная почти периодическая $n \times n$-матрица с модулем частот $\mathrm{Mod}\,(A)$, B– постоянная $n\times n$-матрица. Предположим, что управление задается в виде обратной связи, линейной по фазовым переменным

$$u = U(t)x \tag{2}$$

с непрерывной почти периодической $n \times n$-матрицей $U(t)$, $\mathrm{Mod}\,(U) \subseteq \mathrm{Mod}\,(A)$.

Задача выбора коэффициента обратной связи $U(t)$ из указанного допустимого множества таким, чтобы замкнутая управлением (2) система

$$\dot{x} = (A(t) + BU(t))x \tag{3}$$

имела сильно нерегулярное почти периодическое решение, спектр частот которого содержит заданное подмножество L, называется *задачей управления асинхронным спектром системы (1) с целевым множеством L.*

Пусть матрицы B вырождена и её ранг равен r, $1 \leq r < n$. Без потери общности рассуждений можно считать, что первые $n-r$ строк матрицы B нулевые, т.к. в противном случае этого можно добиться линейным невырожденным стационарным преобразованием фазовых переменных. Обозначим через $A_{12}(t)$ – правый верхний блок размерности $(n-r) \times r$ матрицы коэффициентов $A(t)$.

Теорема 1. *Пусть выполняются условия:*

1) матрица B при управлении вырождена и имеет описанный выше вид;

2) среднее значение матрицы коэффициентов $A(t)$ является диагональной матрицей;

3) матрица $A_{12}(t)$ имеет неполный столбцовый ранг, равный r_1;

4) справедлива оценка $|L| \leq [(r-r_1)/2]$.

Тогда задача управления асинхронным спектром системы (1) с целевым множеством L разрешима.

Исследования выполнены при поддержке БРФФИ (проект № Ф20Р - 005 "Задачи управления по первому приближению для нестационарных систем в условиях неопределенности").

Библиографические ссылки

1. *Курцвейль Я., Вейвода О.* О периодических и почти периодических решениях систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Чехосл. матем. журнал. 1955. Т. 5, № 3. С. 362 – 370.
2. *Деменчук А.* Асинхронные колебания в дифференциальных системах. Условия существования и управление. Saarbrucken, 2012.
3. *Massera J.L.* Observaciones sobre les soluciones periodicas de ecuaciones diferenciales // Bol. de la Facultad de Ingenieria Montevideo. 1950. Vol. 4. No. 1. P. 37–45.

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В ЛИНЕЙНЫХ ЧЛЕНАХ

Г.В. Демиденко

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, Россия
demidenk@math.nsc.ru

В работе рассматриваются системы дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t,x), \quad t > 0, \tag{1}$$

где $A(t)$ — непрерывная T-периодическая матрица размера $n \times n$, $f(t,x)$ — непрерывная вектор-функция, удовлетворяющая условию Липшица по x. Будем предполагать, что линейная система экспоненциально дихотомична (см., например, [1, 2]).

В работе [3] был установлен критерий экспоненциальной дихотомии системы линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами. А именно, если $Q(t) \in C[0,T]$ — эрмитова матрица, удовлетворяющая условию

$$\int\limits_0^T Q(s)ds > 0,$$

и $X(T)$ — матрица монодромии (1), то экспоненциальная дихотомия системы (1) эквивалентна существованию эрмитовой матрицы $H(t)$ и матрицы P, являющихся решением задачи