

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О. Н. Здрок

«02» июля 2021 г.

Регистрационный № УД – 9993/уч.

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальностей:**

1-31 05 01 Химия (по направлениям)

Направления специальности:

- 1-31 05 01-01 Химия (научно-производственная деятельность)
- 1-31 05 01-02 Химия (научно-педагогическая деятельность)
- 1-31 05 01-03 Химия (фармацевтическая деятельность)
- 1-31 05 01-05 Химия (радиационная, химическая и биологическая защита)
- 1-31 05 02 Химия лекарственных соединений**
- 1-31 05 03 Химия высоких энергий**
- 1-31 05 04 Фундаментальная химия**

2021 г.

Учебная программа составлена на основе типовой программы ТД-Г 471/тип от 10.03.2014, типовых учебных планов №G31-1-016/пр-тип., №G31-1-017/пр-тип., №G31-1-018/пр-тип., №G31-1-019/пр-тип. от 31.03.2021, учебных планов №G31-1-005/уч., №G31-1-006/уч., №G31-1-007/уч., №G31-1-008/уч., №G31-1-009/уч., №G31-1-010/уч., №G31-1-023/уч. от 25.05.2021

СОСТАВИТЕЛИ:

С. А. Самаль, заведующий кафедрой общей математики и информатики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор экономических наук, профессор;

Н. С. Коваленко, профессор кафедры общей математики и информатики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Н. А. Дегтяренко, доцент кафедры общей математики и информатики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТ:

В. В. Цегельник, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой общей математики и информатики механико-математического факультета БГУ
(протокол № 12 от 04.06.2021);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 7 от 30.06.2021)

Зав. кафедрой ОМиИ,
доктор экономических наук,
профессор

Самаль С.А.



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель и задачи учебной дисциплины

Курс высшей математики является основой физико-математической подготовки специалистов-химиков университетского профиля.

Основной целью преподавания учебной дисциплины «Высшая математика» является подготовка студентов к использованию современного математического аппарата в качестве эффективного инструмента для решения научных и практических задач в области химических дисциплин («Неорганическая химия», «Кристаллохимия», «Строение вещества», «Квантовая химия», «Физическая химия»), а также смежных дисциплин, таких как: «Физика», «Основы информационных технологий», «Математическое моделирование химических процессов», «Общая химическая технология», «Технология лекарств».

Основные задачи преподавания учебной дисциплины:

- сформировать у студентов представление о современном математическом аппарате, необходимом для решения теоретических и практических задач в будущей профессиональной деятельности;
- привить умение самостоятельно расширять математические знания, пользоваться справочной литературой по математике и ее приложениям в практической и исследовательской работе;
- развить следующие личностные качества, необходимые для решения научных и прикладных задач: логическое мышление, аналитические способности, интеллект, интерес к формально-модельному описанию и изучению действительности с помощью языка, средств и методов современной математики.

Место учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Высшая математика» относится к **физико-математическому модулю** государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами

Дисциплина «Высшая математика» основана на школьной учебной дисциплине «Математика». Она необходима для изучения специальных (химических) а также смежных дисциплин, таких как: «Физика», «Основы информационных технологий», «Математическое моделирование химических процессов», «Общая химическая технология», «Технология лекарств».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Высшая математика» должно обеспечить формирование следующей *базовой профессиональной компетенции*:

БПК-1. Использовать фундаментальные разделы математики (математический анализ, аналитическую геометрию, дифференциальные уравнения, теорию вероятности и математическую статистику) для решения задач специального содержания.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- элементы теории множеств и математической логики;
- матричное исчисление, методы решения алгебраических уравнений и их систем;
- методы векторной алгебры, аналитической геометрии, теории вероятностей, математической статистики, математического анализа в применении к функции одной и нескольких действительных переменных;
- численные методы в применении к решению задач химического содержания;
- естественнонаучный смысл дифференцирования и интегрирования, смысл критических и стационарных точек функции по отношению к первой производной функции и производным более высоких порядков в задачах химического содержания, решение задач на уравнение материального баланса, задач о диссоциации и экстракции, других задач специального содержания;

уметь:

- использовать понятийный аппарат матричного исчисления и применять методы линейной алгебры, методы решения алгебраических уравнений и их систем;
- применять методы векторной алгебры, методы решения дифференциальных уравнений и ряда задач математической физики, математического анализа в применении к функции одной и нескольких действительных переменных;
- давать геометрическую интерпретацию функциональных зависимостей на плоскости и в пространстве;
- применять методы теории вероятностей для математического моделирования случайных величин и нахождения их числовых характеристик;
- применять методы теории статистического оценивания, проверки статистических гипотез, регрессионного и корреляционного анализа;

владеть:

- математическим аппаратом матричного исчисления и линейной алгебры для решения задач о составе сложных смесей и прямой задачи химической кинетики, методами решения алгебраических уравнений и их систем;
- навыками построения и анализа графиков функциональных зависимостей на плоскости и в пространстве;
- приложениями математического анализа в химии;
- приложениями дифференциальных уравнений и их систем в химии;
- вероятностно-статистическими методами математической обработки и анализа результатов химического эксперимента.

Учебная программа учитывает современные потребности смежных и специальных дисциплин в математическом образовании студентов, и состоит из четырех основных разделов: основ алгебры и аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и элементов математической статистики. При изложении курса математики необходимо соблюдать баланс в отношении полноты и математической

строгости предлагаемого для изучения материала. В связи с этим те положения учебной программы, которые носят рекомендательный характер в зависимости от потребностей смежных и специальных учебных дисциплин, даются в квадратных скобках. Эти положения могут быть отражены в форме самостоятельной или реферативной работы студентов. В зависимости от специализации и уровня математической подготовленности аудитории отдельным разделам учебной дисциплины может посвящаться иное количество часов по сравнению с тем, которое указано в учебной программе. Организация процесса обучения студентов предполагает аудиторную форму работы (лекционные и практические занятия, консультации) и самостоятельную работу студентов, в том числе УСР. При чтении лекционного курса и проведении практических и семинарских занятий рекомендуется использование междисциплинарного подхода.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в I и во II семестрах дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Высшая математика» отведено: 402 часа (для направления 1-31 05 01-05 Химия (радиационная, химическая и биологическая защита) – 396 часов), в том числе 200 аудиторных часов, из них: лекции – 90 часов, практические занятия – 94 часа, управляемая самостоятельная работа – 16 часов.

В I семестре всего отведено: 198 часов, в том числе 114 аудиторных часов, из них: лекции – 52 часа, практические занятия – 54 часа, управляемая самостоятельная работа – 8 часов.

Во II семестре всего отведено: 204 часа (для направления 1-31 05 01-05 Химия (радиационная, химическая и биологическая защита) – 198 часов), в том числе 86 аудиторных часов, из них: лекции – 38 часов, практические занятия – 40 часов, управляемая самостоятельная работа – 8 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 12 зачетных единиц (6 з. ед. в I семестре и 6 з. ед. во II семестре).

Форма текущей аттестации – экзамен в каждом семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ I. ОСНОВЫ АЛГЕБРЫ И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Тема 1.1. Комплексные числа

Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Формула Муавра, извлечение корня n -ной степени ($n \in \mathbb{N}$) из комплексного числа.

Тема 1.2. Элементы линейной алгебры

Матрицы и определители квадратных матриц. Основные определения. Основные операции над матрицами и их свойства. Определители n -го порядка: правила вычисления и основные свойства. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные определения. Формы записи линейных систем. Методы исследования систем линейных алгебраических уравнений на совместность и определенность. Методы решения систем: матричный, Крамера, Гаусса. [Задачи о приготовлении сложных смесей.]

Тема 1.3. Элементы векторной алгебры

Определение вектора. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость (независимость) векторов. Векторный базис. Координаты вектора. Ортогональная проекция вектора на ось. Орты. Направляющие косинусы вектора. Радиус-вектор точки. Аффинные и прямоугольные координаты точки. Скалярное и векторное умножение двух векторов: определения, основные свойства и формулы, приложения в естествознании. Смешанное умножение трех векторов: определение, основные свойства и формулы, приложения в естествознании, связь с линейной зависимостью трех векторов в трехмерном пространстве.

Тема 1.4. Координатный метод. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в трехмерном пространстве

Действительные числа как координаты точек на числовой прямой. Прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Преобразование координат на плоскости: параллельный перенос и поворот осей координат. Координаты центра масс. Деление отрезка в заданном отношении. Полярные координаты на плоскости, цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Аффинная система координат. [Задачи о кристаллической решетке]. Прямая на плоскости: различные виды уравнения прямой на плоскости; взаимное расположение двух прямых; расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка на плоскости: эллипс, гипербола, парабола; их канонические уравнения и основные свойства; классификация линий второго порядка. Плоскость и прямая в пространстве: различные виды уравнения плоскости и уравнения прямой в трехмерном пространстве; взаимное расположение двух плоскостей, двух прямых, прямой и плоскости; расстояние от точки до плоскости. Поверхности в трехмерном пространстве: понятие об уравнении поверхности; канонические уравнения основных поверхностей в трехмерном пространстве. Метод сечений для исследования формы

поверхности. [Классификация поверхностей второго порядка в трехмерном пространстве.]

РАЗДЕЛ II. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Тема 2.1. Функция одной действительной переменной. Теория пределов

Функции: основные понятия и определения, способы задания, характеристики функций. Обратная функция, сложная функция, элементарные функции. Числовые последовательности как функции натурального аргумента. Предел последовательности. Основные свойства пределов последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Число e как предел последовательности. Предел функции в точке. Односторонние пределы функции в точке. Предел функции при стремлении аргумента к бесконечности. Бесконечно малые (бесконечно большие) функции при стремлении аргумента к конечному числу или к бесконечности, сравнение бесконечно малых функций. Основные свойства пределов функций. Замечательные пределы. Непрерывность (разрывность) функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций. Основные теоремы о непрерывных функциях.

Тема 2.2. Производная и дифференциал функции одной переменной и их приложения

Производная функции одной переменной: определение, геометрический смысл, смысл производной в задачах естествознания. Таблица производных элементарных функций. Основные правила дифференцирования. Дифференцирование сложной функции, неявной, заданной параметрическим способом. Производные высших порядков и их смысл в задачах естествознания. Дифференциал функции одной переменной: определение, геометрический смысл, свойства и правила нахождения дифференциалов, приложения в приближенных вычислениях. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья–Бернулли для раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора. Исследование функций и построение их графиков: возрастание (убывание) функций, экстремумы, выпуклость вверх (выпуклость вниз) графика функции, точки перегиба графика функции. Смысл критических и стационарных точек функции по отношению к первой производной функции и производным более высоких порядков в задачах химического содержания. [Глобальный экстремум].

Тема 2.3. Интегрирование функции одной переменной. Приложения

Первообразная, неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Метод замены переменной. Формула интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций, тригонометрических функций. Некоторые приемы интегрирования иррациональных функций. Интегралы, не выражаемые в элементарных функциях. Определение, геометрический смысл и основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом интегрирования, теорема Барроу, формула Ньютона–Лейбница. Методы

вычисления определенных интегралов. Примеры приложений определенного интеграла в геометрических задачах и задачах специального содержания. Несобственные интегралы: интегралы по бесконечным промежуткам интегрирования, интегралы от неограниченных функций. Абсолютная сходимость несобственного интеграла. Признаки сходимости (расходимости) несобственных интегралов. Примеры вычисления несобственных интегралов.

Тема 2.4. Функции нескольких действительных переменных

Определение функции нескольких действительных переменных, примеры использования таких функций в естествознании. Область определения функции нескольких переменных, график функции двух переменных, основные понятия и определения. Предел функции двух переменных в точке. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных первого и высших порядков. Смысл частных производных функции двух переменных в задачах естествознания, их геометрический смысл. Частные дифференциалы и полный дифференциал функции нескольких переменных, приложения в приближенных вычислениях. Производная сложной функции нескольких переменных. Производная функции двух переменных, заданной неявно. [Касательная к пространственной линии, касательная плоскость, нормаль к поверхности.] Элементы теории поля: производная по направлению, градиент, физико-химические приложения. Экстремум функции двух переменных: необходимые и достаточные условия существования локального экстремума. [Глобальный экстремум. Интерполяция и аппроксимация функций. Метод наименьших квадратов, его применение к решению обратной задачи химической кинетики.] Интегральное исчисление функций нескольких переменных: двойной интеграл (определение, свойства, вычисление, замена переменных, приложения), тройной интеграл (определение, свойства, вычисление, замена переменных, приложения). [Криволинейные интегралы по длине дуги и по координатам. Операторы Лапласа и Гамильтона. Элементы теории скалярных и векторных полей].

Тема 2.5. Ряды

Числовой ряд. Сходимость (расходимость) числового ряда. Остаток ряда. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости рядов с положительными членами: признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши, признаки сравнения рядов. Обобщенный гармонический ряд, геометрический ряд. Знакопередающиеся ряды, признак Лейбница. Ряд Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютная сходимость, условная сходимость. Действия над рядами. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряд Тейлора. Разложения основных элементарных функций в степенные ряды. Приложения степенных рядов. Ряды Фурье. Теорема Дирихле. Формулы для вычисления коэффициентов ряда Фурье для $2l$ – периодической функции. Ряды Фурье для четных (нечетных) периодических функций. [Ряды Фурье в комплексной форме. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.]

РАЗДЕЛ III. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Тема 3.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка

Основные понятия и определения. Задача Коши. Общее решение. Частное решение. Особое решение. Существование и единственность решения. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, в полных дифференциалах. Математическое моделирование простых реакций при аналитическом решении прямой задачи химической кинетики, радиоактивный распад. Приближенное решение дифференциальных уравнений с помощью рядов.

Тема 3.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения второго и высших порядков

Основные понятия и определения. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейно независимые (линейно зависимые) функции. Функциональный определитель Вронского. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго и высших порядков. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго и высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. [Решение систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, заданных в нормальной форме. Применение к математическому моделированию многостадийных реакций при аналитическом решении прямой задачи химической кинетики. Дифференциальные уравнения с частными производными.]

РАЗДЕЛ IV. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Тема 4.1. Элементы теории множеств и элементы комбинаторики

Множества, отношения между ними и основные операции над ними. Комбинаторный принцип умножения, комбинаторный принцип сложения, перестановки, размещения, сочетания.

Тема 4.2. Случайные события

Предмет теории вероятностей. Математические модели случайных процессов в практике химических экспериментов. Эксперимент, событие, пространство элементарных исходов эксперимента: основные понятия и определения. Операции над событиями. Вероятность события. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности события, свойства вероятности. Аксиомы теории вероятностей, вероятностное пространство.

Свойства операций сложения и умножения событий. Теоремы сложения вероятностей. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Повторение испытаний: классическая схема Бернулли и ее предельные случаи [интегральная и локальная теоремы Муавра–Лапласа, теорема Пуассона].

Тема 4.3. Случайные величины

Основные понятия и определения. Типы случайных величин и способы их задания. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретные случайные величины. Непрерывные (абсолютно непрерывные) случайные величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее основные свойства, их геометрическая интерпретация. Числовые характеристики случайных величин (характеристики положения: математическое ожидание, мода, медиана, квантили; характеристики рассеяния: дисперсия, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации; начальные и центральные моменты различных порядков). Некоторые законы распределения случайных величин и их применения в задачах естествознания. Дискретные случайные величины: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение. Непрерывные случайные величины: равномерное, показательное (экспоненциальное) и нормальное распределения. Дифференциальная и интегральная функции Лапласа. Интеграл Эйлера–Пуассона. Исследование нормальной функции плотности. Правило трех сигм.

Тема 4.4. Закон больших чисел, предельные теоремы

Неравенство Чебышева. Теорема Бернулли. Теорема Чебышева. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.

Тема 4.5. Элементы математической статистики

Выборочный метод, числовые характеристики выборки, статистическое оценивание неизвестных параметров распределения.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов						Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
I.	ОСНОВЫ АЛГЕБРЫ И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ	20	21				3	
1.1.	Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами. Формула Муавра, извлечение корня n -ной степени ($n \in \mathbf{N}$) из комплексного числа.		2					устный опрос
1.2.	Элементы линейной алгебры. Матрицы и определители квадратных матриц. Основные определения. Основные операции над матрицами и их свойства. Определители n -го порядка: правила вычисления и основные свойства. Обратная матрица. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные определения. Формы записи линейных систем. Методы исследования систем линейных алгебраических уравнений на совместность и определенность. Методы решения систем: матричный, Крамера, Гаусса. [Задачи о приготовлении смесей.]	6	6				1	контрольная работа

1.3.	<p>Элементы векторной алгебры. Определение вектора. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость (независимость) векторов. Векторный базис. Координаты вектора. Ортогональная проекция вектора на ось. Орты. Направляющие косинусы вектора. Радиус-вектор точки. Аффинные и прямоугольные координаты точки. Скалярное и векторное умножение двух векторов: определения, основные свойства и формулы, приложения в естествознании. Смешанное умножение трех векторов: определение, основные свойства и формулы, приложения в естествознании, связь с линейной зависимостью трех векторов в трехмерном пространстве.</p>	6	6				1	контрольная работа
1.4.	<p>Координатный метод. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в трехмерном пространстве. Действительные числа как координаты точек на числовой прямой. Прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Преобразование координат на плоскости: параллельный перенос и поворот осей координат. Координаты центра масс. Деление отрезка в заданном отношении. Полярные координаты на плоскости, цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Аффинная система координат. [Задачи о кристаллической решетке]. Прямая на плоскости: различные виды уравнения прямой на плоскости; взаимное расположение двух прямых; расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка на плоскости: эллипс, гипербола, парабола; их канонические уравнения и основные свойства; классификация линий второго порядка. Плоскость</p>	8	7				1	устный опрос

	и прямая в пространстве: различные виды уравнения плоскости и уравнения прямой в трехмерном пространстве; взаимное расположение двух плоскостей, двух прямых, прямой и плоскости; расстояние от точки до плоскости. Поверхности в трехмерном пространстве: понятие об уравнении поверхности; канонические уравнения основных поверхностей в трехмерном пространстве. Метод сечений для исследования формы поверхности. [Классификация поверхностей второго порядка.]							
II.	МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ	46	48				9	
2.1.	Функция одной действительной переменной. Теория пределов. Функции: основные понятия и определения, способы задания, характеристики функций. Обратная функция, сложная функция, элементарные функции. Числовые последовательности как функции натурального аргумента. Предел последовательности. Основные свойства пределов последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Число e как предел последовательности. Предел функции в точке. Односторонние пределы функции в точке. Предел функции при стремлении аргумента к бесконечности. Бесконечно малые (бесконечно большие) функции при стремлении аргумента к конечному числу или к бесконечности, сравнение бесконечно малых функций. Основные свойства пределов функций. Замечательные пределы. Непрерывность (разрывность) функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства непрерывных функций. Основные теоремы о непрерывных функциях.	6	5				1	контрольная работа

2.2.	<p>Производная и дифференциал функции одной переменной и их приложения. Производная функции одной переменной: определение, геометрический смысл, смысл производной в задачах естествознания. Таблица производных элементарных функций. Основные правила дифференцирования. Дифференцирование сложной функции, неявной, заданной параметрическим способом. Производные высших порядков и их смысл в задачах естествознания. Дифференциал функции одной переменной: определение, геометрический смысл, свойства и правила нахождения дифференциалов, приложения в приближенных вычислениях. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя–Бернулли для раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора. Исследование функций и построение их графиков: возрастание (убывание) функций, экстремумы, выпуклость вверх (выпуклость вниз) графика функции, точки перегиба графика функции. Смысл критических и стационарных точек функции по отношению к первой производной функции и производным более высоких порядков в задачах химического содержания. [Глобальный экстремум].</p>	6	8				1	контрольная работа
2.3.	<p>Интегрирование функции одной переменной. Приложения. Первообразная, неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных неопределенных интегралов. Метод замены переменной. Формула интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций, тригонометрических функций. Некоторые приемы интегрирования иррациональ-</p>	12	14				3	индивидуальное типовое задание, контрольная работа

	<p>ных функций. Интегралы, не вычисляемые в квадратурах. Определение, геометрический смысл и основные свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом интегрирования, теорема Барроу, формула Ньютона – Лейбница. Методы вычисления определенных интегралов. Примеры приложений определенного интеграла в геометрических задачах и задачах специального содержания. Несобственные интегралы: интегралы по бесконечным промежуткам интегрирования, интегралы от неограниченных функций. Абсолютная сходимость несобственного интеграла. Признаки сходимости (расходимости) несобственных интегралов. Примеры вычисления несобственных интегралов.</p>							
2.4.	<p>Функции нескольких действительных переменных. Определение функции нескольких действительных переменных, примеры использования таких функций в естествознании. Область определения функции нескольких переменных, график функции двух переменных, основные понятия и определения. Предел функции двух переменных в точке. Непрерывность функции двух переменных. Частные производные функции нескольких переменных первого и высших порядков. Смысл частных производных функции двух переменных в задачах естествознания, их геометрический смысл. Частные дифференциалы и полный дифференциал функции нескольких переменных, приложения в приближенных вычислениях. Производная сложной функции нескольких переменных. Производная функции двух переменных, заданной неявно. [Касательная к пространственной линии,</p>	16	12				2	устный опрос, контрольная работа

	касательная плоскость, нормаль к поверхности.] Элементы теории поля: производная по направлению, градиент, физико-химические приложения. Экстремум функции двух переменных: необходимые и достаточные условия существования локального экстремума. [Глобальный экстремум. Интерполяция и аппроксимация функций. Метод наименьших квадратов, его применение к решению обратной задачи химической кинетики.] Интегральное исчисление функций нескольких переменных: двойной интеграл (определение, свойства, вычисление, замена переменных, приложения), тройной интеграл (определение, свойства, вычисление, замена переменных, приложения). [Криволинейные интегралы по длине дуги и по координатам. Операторы Лапласа и Гамильтона. Элементы теории скалярных и векторных полей].							
2.5.	Ряды. Числовой ряд. Сходимость (расходимость) числового ряда. Остаток ряда. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости рядов с положительными членами: признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши, признаки сравнения рядов. Обобщенный гармонический ряд, геометрический ряд. Знакопередающие ряды, признак Лейбница. Ряд Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютная сходимость, условная сходимость. Действия над рядами. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Ряд Тейлора. Разложения основных элементарных функций в степенные ряды.	6	9				2	контрольная работа

	Приложения степенных рядов. Ряды Фурье. Теорема Дирихле. Формулы для вычисления коэффициентов ряда Фурье для $2l$ – периодической функции. Ряды Фурье для четных (нечетных) периодических функций. [Ряды Фурье в комплексной форме. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье.]							
III.	ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ	10	10				2	
3.1.	Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия и определения. Задача Коши. Общее решение. Частное решение. Особое решение. Существование и единственность решения. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, в полных дифференциалах. Математическое моделирование простых реакций при аналитическом решении прямой задачи химической кинетики, радиоактивный распад. Приближенное решение дифференциальных уравнений с помощью рядов.	4	4				1	индивидуальное типовое задание
3.2.	Обыкновенные дифференциальные уравнения второго и высших порядков. Основные понятия и определения. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейно независимые (линейно зависимые) функции. Функциональный определитель Вронского. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения	6	6				1	контрольная работа

	<p>второго и высших порядков. Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения. Метод вариации произвольных постоянных. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго и высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. [Решение систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, заданных в нормальной форме. Применение к математическому моделированию многостадийных реакций при аналитическом решении прямой задачи химической кинетики. Дифференциальные уравнения с частными производными.]</p>							
IV.	ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ	14	15				2	
4.1.	<p>Элементы теории множеств и элементы комбинаторики. Множества, отношения между ними и основные операции над ними. Комбинаторный принцип умножения, комбинаторный принцип сложения, перестановки, размещения, сочетания.</p>	2	2					устный опрос
4.2.	<p>Случайные события. Предмет теории вероятностей. Математические модели случайных процессов в практике химических экспериментов. Эксперимент, событие, пространство элементарных исходов эксперимента: основные понятия и определения. Операции над событиями. Вероятность события. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности события, свойства вероятности. Аксиомы теории вероятностей, вероятностное пространство. Свойства операций сложения и умножения событий. Теоремы сложения</p>	5	6				1	контрольная работа

	вероятностей. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Повторение испытаний: классическая схема Бернулли и ее предельные случаи [интегральная и локальная теоремы Муавра–Лапласа, теорема Пуассона].							
4.3.	<p>Случайные величины.</p> <p>Основные понятия и определения. Типы случайных величин и способы их задания. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Дискретные случайные величины. Непрерывные (абсолютно непрерывные) случайные величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее основные свойства, их геометрическая интерпретация. Числовые характеристики случайных величин (характеристики положения: математическое ожидание, мода, медиана, квантили; характеристики рассеяния: дисперсия, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации; начальные и центральные моменты различных порядков). Некоторые законы распределения случайных величин и их применения в задачах естествознания. Дискретные случайные величины: биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение. Непрерывные случайные величины: равномерное, показательное (экспоненциальное) и нормальное распределения. Дифференциальная и интегральная функции Лапласа. Интеграл Эйлера–Пуассона. Исследование нормальной функции плотности. Правило трех сигм.</p>	5	4				1	контрольная работа

4.4.	Закон больших чисел, предельные теоремы. Неравенство Чебышева. Теорема Бернулли. Теорема Чебышева. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.	1	1					устный опрос
4.5.	Элементы математической статистики. Выборочный метод, числовые характеристики выборки, статистическое оценивание неизвестных параметров распределения. (Рекомендации по организации самостоятельной работы с базой электронных материалов по теме)	1	2					устный опрос

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. Баврин, И. И. Высшая математика для химиков, биологов и медиков: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И. И. Баврин. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Юрайт, 2019. – 397 с.
2. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: [учебное пособие для студентов вузов] / В. Е. Гмурман. – 12-е изд. – М.: Юрайт, 2016. – 479 с.
3. Гусак, А. А. Высшая математика : Учебник для студентов вузов : в 2 т. / А. А. Гусак. – 7-е изд. – Минск: ТетраСистемс, 2009. – Т.1.– 544 с., Т.2. – 448 с.
4. Гусак, А. А. Основы высшей математики / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. – Минск: ТетраСистемс, 2012. – 208 с.
5. Кострикин, А. И. Введение в алгебру: учебник для вузов: в 3 ч. / А. И. Кострикин. – 3-е изд. – М: МЦНМО, 2018. – Ч. 1 – 272 с., Ч. 2 – 368 с., Ч.3 – 272 с.
6. Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа: в 3 т.: учебник для бакалавров / Л. Д. Кудрявцев. – 6-е изд. перераб. и доп. – М: Юрайт, 2019. – Т.1.– 703 с., Т.2. – 323 с., Т.3. – 351 с.
7. Натансон, И. П. Краткий курс высшей математики / И. П. Натансон. – СПб: Лань, 2009. – 736 с.

Дополнительная литература

8. Выгодский, М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – М.: АСТ, Астрель, 2008. – 991 с.
9. Выгодский, М. Я. Справочник по элементарной математике / М. Я. Выгодский. – М.: АСТ, Астрель, 2019. – 512 с.
10. Высшая математика. Практикум: учебное пособие. В 2 ч. Ч. 1 / О. М. Матейко, Н.А. Дегтяренко, В.И. Яшкин, Н.С. Коваленко [и др.]; под ред. С.А. Самалы. – Минск: РИВШ, 2020. – 332 с.
11. Гелбаум Б. Контрпримеры в анализе / Гелбаум Б., Олмстед Дж. – М.: Мир, 1967. – 251 с.
12. Гусак, А. А. Теория вероятностей. Справочное пособие к решению задач / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова. – 7-е издание. – Минск: ТетраСистемс, 2009. – 288 с.
13. Дегтяренко, Н. А. Математическая статистика: пособие для студентов химического факультета / Н. А. Дегтяренко, О. Г. Душкевич. – Минск: БГУ, 2008. – 141 с.
14. Демидович, Б. П. Краткий курс высшей математики / Б. П. Демидович, В.А. Кудрявцев. – М: АСТ, Астрель, 2001. – 656 с.
15. Коваленко, Н. С. Практикум по высшей математике для студентов химических специальностей / Н. С. Коваленко, М. Н. Василевич, В. И. Яшкин. – Минск : БГУ, 2021. – 281 с.

16. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д. Т. Письменный. – 11-е изд. – М: Айрис Пресс, 2017. – 608 с.
17. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам / Д. Т. Письменный. – 7-е изд. – М.: Айрис Пресс, 2015. – 287 с.
18. Скатецкий, В. Г. Лекции по математике для студентов химических специальностей: учебное пособие / В. Г. Скатецкий. – Минск: БГУ, 2000. – 387 с.
19. Скатецкий, В. Г. Математические методы в химии: учебное пособие для студентов вузов / В. Г. Скатецкий, Д. В. Свиридов, В. И. Яшкин. – Минск: ТетраСистемс, 2006. – 368 с.
20. Сухая, Т. А. Задачи по высшей математике: учеб. пособие в 2 ч. / Т. А. Сухая, В. Ф. Бубнов. – Мн: Выш. шк., 1993. – Ч. 1 – 416 с., Ч. 2 – 301 с.

Сборники задач

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г.Н. Берман. – 22-е изд. – СПб., 2001. – 432 с.
2. Берман, Г. Н. Решебник к сборнику задач по математическому анализу Бермана Г. Н. / Г.Н. Берман. – М: Лань, 2008. – 116 с.
3. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для студентов вузов / В. Е. Гмурман. – 9-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2004. – 404 с.
4. Гусак, А. А. Задачи и упражнения по высшей математике: учеб. пособие для вузов: в 2 ч. / А. А. Гусак. – Мн.: Выш. шк., 1988. – Ч. 1 – 246 с., Ч. 2 – 228 с.
5. Зимина, О. В. Высшая математика. Решебник / О. В. Зимина, А. И. Кириллов, Т. А. Сальникова. Под ред. А. И. Кириллова. – 4-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2019. – 368 с.
6. Рябушко, А. П. Индивидуальные задания по высшей математике: в 4 ч. / А. П. Рябушко. – Минск: Вышэйшая школа, 2013–2014. – Ч. 1 – 367 с., Ч.2 – 398 с., Ч.3 – 367 с., Ч.4 – 336 с.
7. Скатецкий, В. Г. Высшая математика. Индивидуальные задания для студентов специальности G 31 05 01 «Химия» / В. Г. Скатецкий. – Минск: БГУ, 2002. – 90 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Перечень рекомендуемых средств диагностики:

1. Устный опрос.
2. Контрольные работы.
3. Индивидуальное типовое задание.

Методика формирования итоговой оценки:

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

- Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (утверждены Постановлением Министерства образования Республики Беларусь от 29 мая 2012 г. № 53).
- Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (утверждено приказом ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020).
- Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь 21-04-01/105 от 22.12.2003).

Оценка за ответы на семинарских (практических) занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики, правильности решения практических примеров и задач и т.д.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Высшая математика» учебным планом предусмотрен экзамен в каждом из двух семестров.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость осуществляется в результате подсчета среднего арифметического значения по всем видам контроля знаний (средних оценок по ним):

- ответы на семинарских (практических) занятиях,
- контрольные работы,
- индивидуальные типовые задания.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационная оценка – 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.2. Элементы линейной алгебры

1. Докажите, что система линейных алгебраических уравнений имеет единственное решение, и найдите его с помощью двух из известных вам методов:

$$\begin{cases} 3x + 3y + 2z = 2 \\ 4x + 5y + 2z = 1 \\ 5x + 6y + 4z = 3 \end{cases}$$

2. Установите, существуют ли произведения матриц AB , BA . В случае положительного ответа найдите произведение. Приведите матрицу A к ступенчатому виду и найдите ее ранг.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & 7 & -5 & 1 \\ 6 & 5 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ -6 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

3*. Вычислите определитель четвертого порядка, используя свойства определителей:

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -3 \\ 6 & -2 & 9 & 8 \end{vmatrix}$$

4*. Аргументируйте ответ на вопрос о разрешимости СЛАУ. Если она разрешима, то выпишите множество всех ее решений: $\begin{cases} 6x + 4y + 3z = 3 \\ 3x + 2y - z = 5 \end{cases}$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 1.3. Элементы векторной алгебры

1. Три силы $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ приложены к одной точке, имеют взаимно перпендикулярные направления и образуют правую тройку. Определите величину их равнодействующей и ее направляющие косинусы, если известно, что $|\vec{F}_1| = 22$; $|\vec{F}_2| = 20$; $|\vec{F}_3| = 4$.

2. Дан треугольник с вершинами в точках $A(4;3;-1)$; $B(6;2;0)$; $C(2;-1;2)$. Докажите, что внутренние углы при вершинах A и B равны между собой.

3. Найдите работу силы $\vec{F}(8;4;-6)$ при прямолинейном перемещении ее точки приложения из начала в конец вектора $\vec{s}(5;-3;2)$.

4. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{p} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$; $\vec{q} = 5\vec{a} + 6\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 4$; $|\vec{b}| = 6$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен $\frac{\pi}{3}$.

5. Зная два вектора $\vec{AB} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ и $\vec{BC} = \vec{i} + 5\vec{j}$, соответствующие сторонам треугольника, вычислите длину высоты этого треугольника, опущенной из вершины C .

6. Даны точки $A(-1;2;1)$; $B(-3;1;2)$; $C(3;-2;2)$; $D(3;-4;3)$. Докажите, что они лежат в одной плоскости.

7. * Вычислите площадь параллелограмма, стороны которого соответствуют неколлинеарным векторам $3\vec{a} - 2\vec{b}$ и $\vec{a} + 4\vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен $\frac{\pi}{6}$.

8. * Разложите вектор $\vec{c}(12;11)$ по векторам $\vec{a}(6;4)$ и $\vec{b}(5;-2)$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 1.4. Координатный метод. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в трехмерном пространстве

Осуществляется устный опрос *по вопросам:*

Координаты центра масс. Деление отрезка в заданном отношении. Полярные координаты на плоскости, цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Аффинная система координат. Линии второго порядка на плоскости: эллипс, гипербола, парабола; их канонические уравнения и основные свойства; классификация линий второго порядка. Поверхности в трехмерном пространстве: понятие об уравнении поверхности; канонические уравнения основных поверхностей в трехмерном пространстве.

Форма контроля – устный опрос.

Тема 2.1. Функция одной действительной переменной. Теория пределов

1. Дайте возможную геометрическую иллюстрацию следующих равенств:

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 10} f(x) = 2.$$

2. Приведите пример математической формулы функции, предел которой

а) при $x \rightarrow +\infty$ равен 4, б) при $x \rightarrow 2 + 0$ равен $(-\infty)$, в) при $x \rightarrow -1$ равен 3.

В заданиях 3 – 9 найдите пределы:

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7} - 3}{\sqrt[3]{x} - 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 3x}{x^2 + 2x + 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x + 2}$$

$$7.* \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 - 2x}{3 - 2x} \right)^x$$

$$9*. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x + 7}{cx^4 + dx^2 + 8} = B. \text{ При каких значениях } c \text{ и } d \text{ а) } B = 0; \text{ б) } B = -6; \\ \text{в) } B = \infty ?$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - x^2)^{\frac{1}{1 - \cos^2 x}}$$

$$8.* \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \cos x)(1 - \sin x)}{\frac{\pi}{2} - x}$$

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 2.2. Производная и дифференциал функции одной переменной и их приложения.

$$1. y = \frac{\operatorname{tg}(2x) + x}{\sin^2 x} + \ln 3; \quad y'(x) = ?$$

$$2. \begin{cases} x = 2e^{t^2} \\ y = \operatorname{ctg}^2 t \end{cases}; \quad y'_x = ?$$

$$3. 2^{x \cdot y} - y^2 + 7 = 0; \quad y'_x = ?$$

4. Исследуйте функцию с помощью второй производной, укажите промежутки выпуклости вверх и вниз графика функции, найдите точки экстремума скорости изменения функции

$$y = x \cdot e^x.$$

5. Исследуйте функцию с помощью первой производной, укажите промежутки возрастания и убывания функции, найдите точки экстремума функции $y = (4 + x) \cdot x^{2/3}$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 2.3. Интегрирование функции одной переменной. Приложения

$$1. \text{ Вычислите интеграл } \int_1^2 x \cdot \log_2 x dx.$$

2. Тело брошено с поверхности земли вертикально вверх со скоростью $v(t) = 29,4 - 9,8t$ (м/с). Найдите наибольшую высоту подъема тела и момент времени, в который достигается эта высота.

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$; $xy = 1$; $x = 5$; $y = 0$. Выполните чертеж.

4. Вычислите длину дуги, заданной параметрически: $\begin{cases} x = 8t^3, \\ y = 3(2t^2 - t^4), \end{cases} \quad t \in [0; \sqrt{2}]$

5*. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линией $r^2 = 4\cos(2\varphi)$, $\varphi \in [-\pi/4; \pi/4]$.

6*. Вычислите площадь криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y = \frac{x\sqrt{x}}{x^5 + 1}$ и ее асимптотой.

Форма контроля – контрольная работа.

Каждому студенту выдается по теме «Неопределенный интеграл» индивидуальное типовое задание на отработку основных методов интегрирования функций. Оно соответствует следующим вопросам темы 2.3: первообразная, неопределенный интеграл и его свойства, таблица основных неопределенных интегралов, метод замены переменной, формула интегрирования по частям, интегрирование рациональных функций, тригонометрических функций, некоторые приемы интегрирования иррациональных функций. Студенты выполняют задание самостоятельно, 1 час отводится на аудиторную самостоятельную работу.

Форма контроля – индивидуальное типовое задание.

Тема 2.4. Функции нескольких действительных переменных

1. Задана функция $u(x, y, z) = x \cdot \sin \frac{xy}{z}$. а) Запишите выражения для $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$. б)

Найдите $\frac{du}{dx}$, если $y = x + e^x$; $z = x - e^x$. в) Запишите формулу, выражающую полный дифференциал функции.

2. Функция задана неявным образом $xyz = \sqrt[3]{x + y + z^2}$. Запишите $\frac{\partial z}{\partial x}$; $\frac{\partial z}{\partial y}$.

3. а) Исследуйте на экстремумы функцию $z = x^2 + 2xy + 4x - y^2$ в ее области определения.

б)* Найдите наибольшее и наименьшее значения функции из а) в треугольнике со сторонами $x + y + 2 = 0$; $x = 0$; $y = 0$.

Форма контроля – контрольная работа (дифференцирование функций нескольких переменных).

1. Вычислите $\iint_D x(y-1)dx dy$, если $D: y = 5x, y = x, x = 3$.

2. Представьте двойной интеграл $\iint_D f(x, y)dx dy$ через повторные интегралы при разных порядках интегрирования ($D: y^2 = x + 2, y - x = 0$).

3. С помощью двойного интеграла вычислите массу неоднородной плоской пластины D (толщиной пластины можно пренебречь), ограниченной линией $x^2 + y^2 = 4, x \geq 0, y \geq 0$, если поверхностная плотность задается формулой $\rho = 4 - x^2$. Проведите вычисления в полярной системе координат.

4*. Вычислите тройной интеграл $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz$, если $f(x, y, z) = x^2 + y^2$, Ω : $x^2 + y^2 + z = 1, z = 0$.

Форма контроля – устный опрос (интегрирование функций нескольких переменных).

Тема 2.5. Ряды

1. Выясните, сходятся или расходятся числовые ряды:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n^3 + n^2 + 1}, \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4^n + 1}, \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^n}{n!}. \text{ Приведите теоретическое обоснование.}$$

2. Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{nx^n}{(n+1)3^n}$.

3. Найдите три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения ОДУ в окрестности указанной точки: $y' = x^2 + y^2, y(0) = 1$.

4*. Разложите в степенной ряд функцию $\ln \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$ в окрестности точки $x_0 = -1$. Укажите область сходимости полученного ряда.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 3.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка

Каждому студенту выдается по теме 3.1 индивидуальное типовое задание. В нем нужно найти общее либо частное решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка следующих типов: с разделяющимися переменными, однородного, линейного, в полных дифференциалах. Студенты выполняют задание самостоятельно, 1 час отводится на аудиторную самостоятельную работу.

Форма контроля – индивидуальное типовое задание.

Тема 3.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения второго и высших порядков

1. Бактерии размножаются со скоростью, прямо пропорциональной их количеству в данный момент времени. В начальный момент времени (при $t=0$) имелось 100 бактерий, а в течение 4 часов их число удвоилось. Запишите закон,

согласно которому происходит размножение бактерий в зависимости от времени (время измеряется в часах). Определите количество бактерий через 12 часов.

2. Найдите общее решение ДУ $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$.

3*. Найдите общее решение ДУ $y''' - 8y = 8e^{-2x}$.

4. Найдите частное решение задачи Коши

$$y'' + 2y' + 10y = \sin x, \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

5*. Найдите общее решение ДУ $y'' - 2y' + y = e^x / x$ методом вариации произвольных постоянных.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.2. Случайные события

1. Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры и набрал их наугад, помня, что эти цифры различны. Найдите вероятность того, что набраны нужные цифры.

2. Из колоды в 36 карт извлечены 6 карт. Найдите вероятность того, что среди них 4 туза.

3. Стрелок стреляет по мишени до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,4. Найдите вероятность того, что произведено именно три выстрела.

4. Преподаватель в течение учебного года курирует экспериментальную работу трех студентов, работающих на занятиях в одно и то же время независимо друг от друга. Вероятность того, что в течение первых 20 мин занятия не потребует внимания преподавателя первый студент, оценивается как 0,5, второй – как 0,3, третий – как 0,4. Найдите вероятность того, что в течение первых 20 мин случайно выбранного занятия хотя бы один студент потребует внимания преподавателя.

5. Орудие делает по мосту три выстрела. Вероятность попадания при каждом выстреле 0,8. Для разрушения моста достаточно двух попаданий. При одном попадании мост разрушается с вероятностью 0,4. Найдите вероятность разрушения моста.

6*. Два автомата производят образцы, которые поступают на общий конвейер. Вероятность получения нестандартного образца для первого автомата равна 0,001, для второго – 0,0005. Производительность второго автомата втрое больше первого. С помощью формулы полной вероятности найдите вероятность того, что наугад взятый образец будет нестандартным. Как изменить условие задачи, чтобы она решалась с помощью формулы Байеса? Сформулируйте такую задачу и решите ее.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 4.3. Случайные величины

1. Стрелок, имеющий 4 патрона, стреляет в цель до первого попадания. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,7. Постройте ряд распределения случайной величины ξ – числа промахов. Найдите $F_{\xi}(x)$, M_{ξ} , D_{ξ} , σ_{ξ} , $P(\xi > 4)$, $P(-1 < \xi < 2)$, $P(\xi \leq 2)$.

2. Дана плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины ξ :

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax, & 0 < x < 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Найдите a , $P(1 < \xi < 3)$, M_{ξ} , D_{ξ} , σ_{ξ} , $P(\xi > 0,5)$, $F_{\xi}(x)$, $P(\xi = 1/2)$.

3. Для нормально распределенной случайной величины ξ заданы числовые характеристики $a=4$, $D_{\xi}=4$. Найдите $P(-4 < \xi < 3)$. Запишите формулу плотности вероятности данной случайной величины.

4*. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что в пути изделие повредится, равна 0,0002. Найдите вероятность того, что на базу придут в точности три негодных изделия.

5*. При установившемся технологическом процессе 60% всех изготавливаемых предприятием изделий выпускаются как изделия высшего сорта. Контролер наугад берет 200 изделий. Чему равна вероятность того, что среди них изделий высшего сорта окажется от 120 до 150 штук?

Форма контроля – контрольная работа.

Примерная тематика практических занятий

№ те-мы	Практические занятия	Вопросы, которые рассматриваются на занятии
1.1	Занятие 1. Комплексные числа. Решение алгебраических уравнений над полем комплексных чисел.	Комплексные числа (алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа; комплексное сопряжение; формула Муавра; извлечение корня натуральной степени из комплексного числа). Примеры решения алгебраических уравнений над полем комплексных чисел.
1.2	Занятие 1. Элементы матричной алгебры.	Матрицы. Основные операции над матрицами. Элементарные преобразования матриц. Определители матриц: правила вычисления и основные свойства. Обратная матрица.
1.2	Занятие 2. Элементы линейной алгебры.	Системы линейных алгебраических уравнений (ЛАУ). Матричный метод и метод Крамера для решения систем ЛАУ. Ранг матрицы и его свойства.

1.2	Занятие 3. Исследование разрешимости произвольных систем ЛАУ. Метод Гаусса. Приложения методов линейной алгебры в химии и биологии.	Теорема Кронекера-Капелли и ее применение для исследования разрешимости произвольной системы ЛАУ. Метод Гаусса. Примеры приложений математического аппарата исследования произвольных систем ЛАУ в химии и биологии.
1.3	Занятие 1. Элементы векторной алгебры.	Векторы: линейные операции над векторами; линейная зависимость (независимость) векторов. Векторный базис. Координаты вектора. Проекция вектора на ось. Скалярное произведение векторов.
1.3	Занятие 2. Векторное, смешанное произведения векторов, приложения в физике, геометрии, химии.	Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов, их основные свойства.
1.3	Занятие 3. Приложения векторной алгебры в геометрии, физике, химии.	Приложения векторной алгебры в физике, геометрии, химии.
1.4	Занятие 1. Прямая на плоскости.	Различные виды уравнения прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых, расстояние от точки до прямой.
1.4	Занятие 2. Линии второго порядка на плоскости.	Эллипс, гипербола, парабола. Преобразования декартовой прямоугольной системы координат на плоскости (параллельный перенос и поворот осей координат). Приведение заданного уравнения линии второго порядка к каноническому виду и схематическое построение этой линии на плоскости.
1.4	Занятие 3. Плоскость в пространстве.	Различные виды уравнения плоскости в пространстве. Приложения.
1.4	Занятие 4. Прямая и плоскость в пространстве. (1 час)	Различные виды уравнений плоскости и прямой в пространстве. Взаимное расположение плоскостей, прямых, прямой и плоскости.
2.1	Занятие 1. Предел функции в точке. Некоторые приемы вычисления пределов функций. Основные замечательные пределы.	Предел числовой последовательности. Предел функции в точке. Некоторые приемы вычисления пределов функций. Свойства пределов. Основные замечательные пределы.
2.1	Занятие 2. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.	Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства. Эквивалентные бесконечно малые функции. Решение задач со специальным (химическим, биологическим) содержанием.
2.1	Занятие 3. Непрерывность функции в точке. (1 час)	Непрерывность функции в точке: различные определения. Основные свойства непрерывных функций. Теоремы о непрерывных функциях. Точки разрыва функции, их классификация.
2.2	Занятие 1. Производная функции: определение, свойства, правила дифференцирования, таблица производных.	Производная функции: определение, свойства, правила дифференцирования, таблица производных. Дифференцирование сложной, параметрически и неявно заданной функций.

2.2	Занятие 2. Производные высших порядков. Геометрические, физические и химические приложения производной.	Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков. Геометрические, физические и химические приложения производной. Дифференциал функции и его основные свойства.
2.2	Занятие 3. Исследование функции одной переменной и построение ее графика.	Правило Лопиталья – Бернулли. Исследование функции одной переменной и построение ее графика: возрастание (убывание) функций, экстремумы, выпуклость вверх (выпуклость вниз) графика функции, точки перегиба графика функции.
2.2	Занятие 4. Глобальный экстремум.	Смысл критических и стационарных точек функции по отношению к первой производной функции и производным более высоких порядков в задачах химического содержания. Глобальный экстремум.
2.3	Занятие 1. Неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов. Методы интегрирования.	Неопределенный интеграл (определение и свойства). Таблица неопределенных интегралов. Метод замены переменных и метод интегрирования по частям.
2.3	Занятие 2. Метод замены переменных и метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций.	Метод замены переменных и метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций. Метод выделения полного квадрата. Алгоритм интегрирования рациональных функций.
2.3	Занятие 3. Интегрирование рациональных и рациональных тригонометрических функций.	Интегрирование рациональных и рациональных тригонометрических функций (универсальная тригонометрическая подстановка и некоторые другие замены переменных).
2.3	Занятие 4. Некоторые приемы интегрирования иррациональных функций. Определенный интеграл.	Интегрирование простейших иррациональностей. Формула Ньютона-Лейбница, метод замены переменной, метод интегрирования по частям, интегралы от четных и нечетных функций по симметричному относительно нуля промежутку интегрирования.
2.3	Занятие 5. Определенный интеграл: свойства, методы вычисления, геометрический смысл.	Определенный интеграл: формула Ньютона-Лейбница, методы интегрирования. Геометрический смысл и свойства определенных интегралов. Геометрические приложения определенного интеграла.
2.3	Занятие 6. Определенный интеграл: приложения.	Геометрические и физико-химические приложения определенного интеграла (площадь плоской фигуры, длина дуги плоской кривой, объем тела вращения, масса, молярное количество вещества и т.д.)
2.3	Занятие 7. Несобственные интегралы.	Несобственные интегралы: интегралы по бесконечным промежуткам интегрирования, интегралы от неограниченных функций. Абсолютная сходимость несобственного интеграла. Признаки сходимости (расходимости) несобственных интегралов. Примеры вычисления несобственных интегралов.
2.4	Занятие 1. Функции нескольких переменных. Дифференцирование.	Функции нескольких переменных. Частные производные, полный дифференциал, частные производные высших порядков, дифференцирование сложной функции, дифференцирование неявной функции.

2.4	Занятие 2. Дифференцирование ФНП. Приложения ФНП. Элементы теории поля.	Дифференцирование ФНП. Касательная плоскость и нормаль к поверхности; градиент и производная по направлению ФНП в точке. Элементы теории поля.
2.4.	Занятие 3. Приложения ФНП.	Исследование функции двух переменных на экстремум. Задачи с прикладным содержанием на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных в замкнутой области.
2.4	Занятие 4. Двойные интегралы.	Двойные интегралы. Их вычисление в декартовой, а также в полярной системах координат.
2.4	Занятие 5. Двойные и тройные интегралы.	Двойные интегралы. Тройные интегралы, вычисление в декартовой системе координат. Формула замены переменных в тройных интегралах.
2.4	Занятие 6. Тройные интегралы. Приложения кратных интегралов.	Геометрические, физические, биологические приложения двойных и тройных интегралов.
2.5	Занятие 1. Числовые ряды.	Числовой ряд. Сходимость (расходимость) числового ряда. Остаток ряда. Необходимое условие сходимости. Обобщенный гармонический ряд, геометрический ряд. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов.
2.5.	Занятие 2. Числовые ряды.	Достаточные признаки сходимости числовых рядов. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.
2.5	Занятие 3. Функциональные ряды. Степенные ряды.	Функциональные ряды. Ряд Тейлора. Основные разложения в степенные ряды. Радиус и область сходимости степенного ряда.
2.5	Занятие 4. Ряды Фурье.	Ряды Фурье. Теорема Дирихле. Формулы для вычисления коэффициентов ряда Фурье для $2l$ – периодической функции. Ряды Фурье для четных (нечетных) периодических функций. Преобразование Фурье: основные понятия, обзор литературы по теме.
2.5	Занятие 5. Приложения рядов. (1 час)	Приложения рядов к приближенным вычислениям и к решению задачи Коши.
3.1	Занятие 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения 1-го порядка.	ОДУ 1-го порядка. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные.
3.1	Занятие 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения 1-го порядка, приложения.	Уравнение Бернулли. ОДУ 1-го порядка в полных дифференциалах. Математическое моделирование с помощью ОДУ 1-го порядка некоторых прикладных задач.
3.2	Занятие 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.	ОДУ 2-го и высших порядков, допускающие понижение порядка.

3.2	Занятие 2. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков.	Линейные однородные ОДУ 2-го и высших порядков с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.
3.2	Занятие 3. ЛНДУ с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.	ЛНДУ 2-го и высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
4.1	Занятие 1. Элементы комбинаторики. Введение в теорию вероятностей.	Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания, комбинаторные принципы сложения и умножения. Случайные события, пространство элементарных событий.
4.2	Занятие 1. Различные определения вероятности события.	Классическое, геометрическое, статистическое определения вероятности события.
4.2	Занятие 2. Операции над событиями. Основные теоремы теории вероятностей, выражающие свойства операций сложения и умножения событий.	Операции над событиями. Основные теоремы теории вероятностей, выражающие свойства операций сложения и умножения событий. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей для зависимых и независимых событий; вероятность появления хотя бы одного из n событий, независимых в совокупности.
4.2	Занятие 3. Формула полной вероятности; теорема Байеса. Повторение испытаний: классическая схема Бернулли.	Формула полной вероятности; теорема Байеса. Повторение испытаний: классическая схема Бернулли и ее предельные случаи.
4.3	Занятие 1. Дискретные случайные величины	Дискретные случайные величины: способы задания их законов распределения и числовые характеристики (основные характеристики положения и рассеяния).
4.3	Занятие 2. Непрерывные случайные величины. Основные законы распределения случайных величин.	Непрерывные случайные величины: дифференциальная и интегральная функция распределения; числовые характеристики (основные характеристики положения и рассеяния). Основные законы распределения случайных величин.
4.4.	Занятие 1. Закон больших чисел, предельные теоремы (1 час).	Закон больших чисел, предельные теоремы.
4.5.	Занятие 1. Элементы математической статистики.	Выборочный метод, числовые характеристики выборки, статистическое оценивание неизвестных параметров распределения. (Рекомендации по организации самостоятельной работы с базой электронных материалов по теме)

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используются *эвристический* и *практико-ориентированный подходы*.

Эвристический подход предполагает:

- осуществление студентами лично-значимых открытий окружающего мира;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности.

Практико-ориентированный подход предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- междисциплинарный подход.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Управляемая самостоятельная работа проводится в форме контрольных работ и учебно-исследовательской работы согласно учебно-методической карте.

Контрольные работы, устный опрос проводятся аудиторно и занимают время 1-2 академических часа.

На выполнение индивидуальных типовых заданий дается время одна-две недели.

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине рекомендуется использовать современные информационные ресурсы: разместить на образовательном портале БГУ комплекс учебных и учебно-методических материалов: учебно-программные материалы, электронный конспект лекционного материала, вопросы для подготовки к экзамену, задания для самостоятельной работы, тематику учебной исследовательской работы, список рекомендуемой литературы.

Студенты регулярно самостоятельно изучают электронный конспект лекций и литературные источники, дополняют рукописный конспект, который ведется на аудиторных лекциях; систематически выполняют задания для

самостоятельной работы, которые выдаются на практических занятиях; выполняют индивидуальные задания по темам, предусмотренным программой.

Дополнительно может быть организована учебно-исследовательская работа студентов с учетом междисциплинарного принципа обучения.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1 семестр

1. Алгебраическая интерпретация комплексных чисел. Комплексное сопряжение.
2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
3. Возведение комплексного числа в натуральную степень n и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа.
4. Матрицы. Основные понятия и определения. Примеры использования матриц в биологии или химии. Сложение матриц и умножение матрицы на число.
5. Умножение матриц. Транспонирование матрицы. Элементарные преобразования строк матрицы.
6. Определители второго и третьего порядков квадратных матриц. Правила их вычисления. Вычисление определителя n -го порядка ($n > 3$).
7. Основные свойства определителей квадратных матриц.
8. Обратная матрица. Теорема о существовании обратной матрицы. Алгоритм ее вычисления.
9. Свойства обратной матрицы.
10. Система линейных алгебраических уравнений (ЛАУ), матричная форма ее записи. Совместные, несовместные, определенные и неопределенные системы. Общее и частное решения системы ЛАУ. Эквивалентные системы.
11. Матричный метод и метод Крамера решения системы ЛАУ.
12. Ранг матрицы и его основные свойства.
13. Теорема Кронекера-Капелли. План исследования произвольной системы ЛАУ на ее разрешимость. Суть метода Гаусса решения систем ЛАУ.
14. Векторы. Линейные операции над векторами.
15. Линейная зависимость (независимость) векторов.
16. Векторный базис. Разложение вектора по базису. Координаты вектора. Правая и левая тройки векторов.
17. Аффинные и прямоугольные координаты точки в пространстве и на плоскости.
18. Ортогональная проекция вектора на ось. Основные свойства проекций.
19. Скалярное умножение двух векторов и его основные свойства.
20. Свойства скалярного умножения векторов, выраженные в координатной форме.
21. Векторное умножение двух векторов: определение и основные свойства.
22. Смешанное умножение трех векторов: определение и основные свойства.

23. Полярная система координат на плоскости.
24. Уравнения линий на плоскости. Различные виды уравнения прямой на плоскости. Вывод одного из них.
25. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
26. Расстояние от точки до прямой. Геометрическое изображение на плоскости неравенств $Ax + By + C \geq 0$, $Ax + By + C \leq 0$.
27. Определения и основные свойства эллипса, гиперболы, параболы. Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Вывод одного из них.
28. Формулы, определяющие параллельный перенос и поворот системы координат на плоскости.
29. Общее уравнение линии второго порядка на плоскости. Формулировка теоремы об уравнении линии второго порядка на плоскости. Классификация кривых второго порядка.
30. Различные виды уравнения плоскости в пространстве. Вывод одного из них.
31. Угол между плоскостями в пространстве, условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей, формула расстояния от точки до плоскости.
32. Различные виды уравнения прямой в пространстве. Вывод одного из них.
33. Угол между двумя заданными прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, пересечение прямой и плоскости в пространстве.
34. Понятие функции. Способы задания функций.
35. Основные характеристики функций (четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность).
36. Обратная функция. Сложная функция. Основные элементарные функции. Элементарные функции. Примеры неэлементарных функций.
37. Числовая последовательность. Определение предела сходящейся последовательности и его геометрический смысл. Примеры сходящихся и расходящихся последовательностей.
38. Теорема о единственности предела сходящейся последовательности. Доказательство того, что последовательность, все члены которой равны одному и тому же числу, сходится и ее предел равен этому числу.
39. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Определения, примеры.
40. Основные свойства пределов последовательностей.
41. Монотонные последовательности. Формулировка теоремы Вейерштрасса. Число e и его применения в биологии и химии. Закон непрерывного (органического) роста.
42. Три эквивалентные между собой определения конечного предела функции в точке.
43. Односторонние пределы функции в точке. Теорема о существовании конечного предела функции в точке.

44. Предел функции при бесконечно большом аргументе. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Графические иллюстрации, примеры.
45. Основные свойства пределов функций.
46. Замечательные пределы.
47. Сравнение бесконечно малых функций. Теоремы об использовании эквивалентных бесконечно малых функций при вычислении пределов. Некоторые эквивалентности, используемые при решении примеров.
48. Непрерывность функции в точке: различные определения. Разрывность функции в точке. Непрерывность функции на интервале и на отрезке.
49. Классификация точек разрыва функций.
50. Основные свойства непрерывных функций. Основные теоремы о непрерывных функциях.
51. Определение производной функции одной переменной. Геометрический и химический смысл производной.
52. Основные правила дифференцирования. Таблица производных.
53. Производные высших порядков. Дифференцирование функций, заданных параметрическим способом или неявно.
54. Определение и геометрический смысл дифференциала функции одной переменной. Теорема о непрерывности в точке x функции, дифференцируемой в этой точке.
55. Свойства и правила нахождения дифференциалов. Дифференциалы высших порядков.
56. Формулировки основных теорем дифференциального исчисления (Ролля, Коши, Лагранжа).
57. Правило Лопиталю для раскрытия неопределенностей $\left[\frac{0}{0} \right], \left[\frac{\infty}{\infty} \right]$.
 Формулировка, решение практических примеров. Решение практических примеров на раскрытие неопределенностей $[(+\infty) - (+\infty)], [0 \cdot \infty], [1^\infty], [0^0], [\infty^0]$ с применением правила Лопиталю.
58. Исследование функции при помощи первой производной: промежутки возрастания, убывания, стационарные и критические точки функции, формулировка необходимого условия локального экстремума функции в точке, теорема Ферма.
59. Достаточные условия локального экстремума функции в точке (формулировка хотя бы одной теоремы). Точки глобального минимума (максимума) функции на промежутке.
60. Выпуклость вверх (вниз) графика функции на интервале. Точки перегиба графика функции. Формулировка необходимого условия перегиба графика функции в точке. Достаточные условия (формулировка хотя бы одной теоремы) перегиба графика функции в точке. Естественнонаучный смысл точек перегиба графика функции.
61. Асимптоты графика функции. Графические примеры вертикальных и наклонных асимптот.

62. Определение и основные свойства неопределенного интеграла. Таблица простейших интегралов.
63. Метод замены переменных в неопределенном интеграле.
64. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
65. Метод выделения полного квадрата при интегрировании рациональных и иррациональных функций (решение практических примеров).
66. Алгоритм интегрирования рациональных дробей. Интегрирование простейших рациональных дробей.
67. Определение рациональной тригонометрической функции. Универсальная тригонометрическая подстановка.
68. Случаи интегрирования рациональных тригонометрических функций без использования универсальной тригонометрической подстановки.
69. Некоторые приемы интегрирования иррациональных функций.
70. Примеры интегралов, не выражаемых в элементарных функциях.
71. Определение определенного интеграла и его геометрический смысл.
72. Основные свойства определенного интеграла.
73. Интеграл с переменным верхним пределом интегрирования. Формула Ньютона-Лейбница.
74. Метод замены переменных для определенного интеграла, метод интегрирования по частям.
75. Примеры геометрических и естественнонаучных приложений определенного интеграла.

2 семестр

1. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Определение частных производных функции двух переменных и их геометрический смысл.
2. Частные производные второго и высших порядков для функции двух переменных. Условие равенства смешанных частных производных. Частные производные для функции трех и большего числа переменных.
3. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Необходимое условие дифференцируемости функции нескольких переменных в точке. Формулировка достаточного условия дифференцируемости функции нескольких переменных в точке.
4. Дифференцирование сложной функции нескольких переменных.
5. Дифференцирование неявной функции двух переменных.
6. Определения скалярного поля, поверхности уровня, касательной плоскости и нормали к поверхности в трехмерном пространстве. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
7. Производная по направлению и градиент. Их основные свойства.
8. Экстремумы функции двух переменных. Необходимое условие экстремума функции двух переменных в точке. Формулировка достаточного условия экстремума функции двух переменных в точке.

9. Обыкновенные ДУ первого порядка. Определения общего и частного решения ОДУ первого порядка и их геометрический смысл. Понятие особого решения ОДУ. Формулировка теоремы о существовании и единственности решения ОДУ первого порядка.
10. Уравнения с разделяющимися переменными и однородные ОДУ первого порядка.
11. Линейные ОДУ первого порядка. Уравнение Бернулли.
12. ОДУ первого порядка в полных дифференциалах.
13. Обыкновенное ДУ n -го порядка ($n > 1$). Начальные условия ОДУ n -го порядка. Их геометрический смысл для уравнения второго порядка. Определения общего и частного решений ОДУ n -го порядка.
14. ОДУ второго порядка, приводимые к ОДУ первого порядка.
15. Определения однородного и неоднородного линейного ОДУ n -го порядка. Основные свойства линейных однородных ОДУ.
16. Определение линейно независимых решений линейного однородного ОДУ второго порядка. Определитель Вронского и его свойства. Теорема о представлении общего решения линейного однородного ОДУ второго порядка.
17. Линейные однородные ОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.
18. Формулировка теоремы о представлении общего решения линейного однородного ОДУ n -го ($n > 1$) порядка. Линейные однородные ОДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами. Алгоритм составления общего решения.
19. Линейные неоднородные ОДУ второго порядка. Теорема о представлении общего решения ЛНДУ второго порядка.
20. Метод вариации произвольных постоянных для линейных неоднородных ДУ второго порядка.
21. Линейные неоднородные ОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью.
22. Определение уравнения поверхности в пространстве $Oxyz$. Примеры конкретных канонических уравнений поверхностей. Уравнения поверхностей, получаемых из поверхностей, задаваемых каноническими уравнениями, при помощи параллельного переноса.
23. Определение двойного интеграла и его основные свойства.
24. Вычисление двойного интеграла по правильной области в направлении оси Oy (в направлении оси Ox) в декартовой системе координат.
25. Замена переменных в двойных интегралах. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат.
26. Определение тройного интеграла и его основные свойства.
27. Вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат. Замена переменных в тройных интегралах.
28. Вычисление тройного интеграла в цилиндрической и сферической системах координат.

29. Примеры геометрических и физических приложений двойных и тройных интегралов.
30. Определения сходящегося и расходящегося числовых рядов. Основные свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости числового ряда и его следствие.
31. Формулировки признаков Даламбера, радикального и интегрального признаков Коши.
32. Первый и второй признаки сравнения знакоположительных рядов.
33. Знакопеременные числовые ряды. Признак Лейбница.
34. Абсолютная и условная сходимость знакопеременного ряда. Основные свойства абсолютно сходящихся рядов.
35. Определение степенного ряда. Теорема Абеля и ее следствие.
36. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда. Способы их отыскания.
37. Основные свойства степенных рядов.
38. Ряды по ортогональным функциям. Сходимость ряда Фурье. Теорема Дирихле. Разложение в ряд Фурье функций произвольного периода.
39. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций. Представление рядом Фурье непериодической функции.
40. Элементы комбинаторики: комбинаторные принципы сложения, умножения, перестановки, размещения, сочетания.
41. Опыт, событие. Основные определения. Операции над событиями.
42. Классическое определение вероятности. Свойства классической вероятности.
43. Противоположные события. Формула, связывающая вероятности противоположных событий. Совместные и несовместные, зависимые и независимые события.
44. Относительная частота появления события. Статистическая вероятность.
45. Геометрическое определение вероятности.
46. Аксиомы теории вероятностей. Вероятностное пространство.
47. Основные свойства операций сложения и умножения событий.
48. Теорема сложения вероятностей для совместных (несовместных) событий.
49. События зависимые и независимые. Независимые в совокупности и попарно независимые события, связь между ними.
50. Условная вероятность. Теоремы умножения вероятностей для зависимых и для независимых событий. Теорема о вероятности появления хотя бы одного события из n событий, независимых в совокупности.
51. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
52. Определение классической схемы Бернулли. Формула Бернулли.
53. Понятие случайной величины (СВ). Дискретные и непрерывные СВ. Способы их задания (перечислить). Примеры.
54. Определение и основные свойства функции распределения $F(x)$ произвольной СВ.
55. Основные свойства плотности вероятности непрерывной СВ.

56. Математическое ожидание дискретной и непрерывной СВ. Основные свойства.
57. Дисперсия дискретной и непрерывной СВ. Ее основные свойства.
58. Среднее квадратичное отклонение и моменты распределения СВ. Асимметрия, эксцесс.
59. Биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение: описание СВ, закон распределения, числовые характеристики.
60. Равномерное распределение, показательное распределение: описание СВ, закон распределения, числовые характеристики. Функция надежности.
61. Нормальное распределение и его числовые характеристики. Зависимость графиков кривых плотности вероятности нормального закона распределения от значений a и σ .
62. Вероятность попадания возможного значения нормальной СВ в заданный интервал. Правило «трех сигм» и его следствия.
63. Закон больших чисел. Формулировки основных теорем.

**Примерные темы для учебной исследовательской работы студентов
с учетом междисциплинарного подхода**

1. Химические постоянные.
2. Элементы теории погрешности эксперимента.
3. Методы линейной алгебры в применении к решению задач химического содержания.
4. Аналитическое и численное интегрирование в задачах специального содержания.
5. Аналитическое и численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем в задачах специального содержания.
6. Математическое исследование колебательных процессов на примере колебаний многоатомных молекул.
7. Математическое моделирование многостадийных реакций при аналитическом решении прямой задачи химической кинетики.
8. Математические методы решения обратной задачи химической кинетики.
9. Применение теории групп в кристаллохимии.
10. Численные методы в химии.
11. Математическое моделирование диффузионных процессов с помощью дифференциальных уравнений с частными производными.
12. Применение закона больших чисел и предельных теорем теории вероятностей в экологических исследованиях и в зеленой химии.
13. Основные законы распределения случайных величин и их применение в задачах специального содержания.
14. Статистические методы доказательной медицины.
15. Статистическая обработка результатов химического эксперимента.
16. Множественная линейная корреляция в задачах специального содержания. Реализация моделирования компьютерными средствами.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Неорганическая химия	Кафедра неорганической химии	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2021)
Кристаллохимия	Кафедра неорганической химии	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2021)
Строение вещества	Кафедра неорганической химии	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2021)
Квантовая химия	Кафедра неорганической химии	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2021)
Строение молекул	Кафедра неорганической химии	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2021)
Физическая химия	Кафедра физической химии	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2021)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ

на ____ / ____ учебный год

№№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (название кафедры) (протокол № ____ от _____ 20 г.)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(подпись)

(И. О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(ученая степень, ученое звание)

(подпись)

(И. О. Фамилия)