$$\gamma_2\left(\nu^2;0;1\right)=\left[1;\frac{q_2\left(0;1\right)\nu^2}{1},\frac{q_3\left(0;1\right)\nu^2}{1},...\right]; \tag{2}$$

Здесь $m\in N_0=\{0,1,2,...\}$, если $\omega_0\in[0,1]$, и $m\in N=N_0\backslash\{0\}$, если $\omega_0=1$; ν — параметр; для любых $(s,m)\in N_0\times N_0$ и любых $\omega_0\in[0,1]$ величины $q_s\left(m;\omega_0\right)=(s+1)\left(s+1+2m\right)\left(\chi_S^{\times}\left(m;\omega_0\right)\chi_{S+1}^{\times}\left(m;\omega_0\right)\right)^{-1}$, где $\chi_S^{\times}\left(m;\omega_0\right)=\left(2\left(s+m\right)+1\right)\left(1-\omega_0 f_{s+m}\right)$, $f_S=2^{-1}\int_{-1}^{1}P_S\left(\mu\right)p\left(\mu\right)d\mu$ ($P_S\left(\mu\right)$ — полином Лежандра s-го порядка; функция $p\left(\mu\right)\in L_2\left(-1,1\right)$, является неотрицательной на $[-1,1]$ и нормирована условием $\int_{-1}^{1}p\left(\mu\right)dm=2$).

Сформулируем утверждения, истинность которых может быть установлена посредством использования принципа сжимающих отображений, теорем ван Флека и Ворпицкого [3] и результатов, полученных в работах [1, 2].

Теорема 1. *Пусть* $\{\Delta_l\}_{l\in N}$ *– неубывающая последовательность, все члены которой принадлежат интервалу (0,1) и* $m_0\left(\Delta_l,\omega_0\right)$ *– наименьшее из чисел из множества* N_0, *для которого имеет место неравенство* $\Delta_l<1-\omega_0\left[\sum_{s=m_0\left(\Delta_l,\omega_0\right)}^{+\infty}f_S^2\right]^{\frac{1}{2}}$. *Тогда для любых* $m\geq m_0\left(\Delta_l,\omega_0\right)$ *бесконечная непрерывная дробь* $\gamma_0\left(\nu^2;m;\omega_0\right)$ *определенная формулой 1, может иметь нули только на множестве* $(-i,i)\setminus[-i\Delta_l,i\Delta_l]$.

Теорема 2. *Для любых конечных* $m\in N_0$ *и любых* $\nu\in B=C\backslash\left((-i\infty,-i]\bigcup[i,+i\infty)\right)$ *бесконечная непрерывная дробь* $\gamma_0\left(\nu^2;m;0\right)$ *является аналитической функцией которая не имеет нулей на множестве* B.

Теорема 3. *Пусть величины* f^{**} *и* f^{***} *являются точными верхними гранями множеств чисел* $\{|f_r|\}_{r\in\{2,3,...\}}$ *и* $\{|f_r|\}_{r\in\{3,4,...\}}$ *соответственно. Тогда бесконечная непрерывная дробь* $\gamma_2\left(\nu^2;0;1\right)$ *не имеет нулей на отрезке* $[-i\Delta,i\Delta]$, *где* $\Delta=\frac{2}{3}\sqrt{\left(1-f^{**}\right)\left(1-f^{***}\right)}$.

Литература

1. *Rogovtsov N.N.* Constructive Theory of Scalar Characteristics Equations of Theory of Radiation Transport: I. Basic Assertions of the Theory and Conditions for the Applicability of the Truncation Method. *Differential Equations.* Vol. 51, No 2 (2015), 268–281.

2. *Rogovtsov N.N.* Constructive Theory of Scalar Characteristics Equations of Theory of Radiation Transport: II. Algorithms for Finding Solutions and Their Analytic Representations. *Differential Equations.* Vol. 51, No 5 (2015), 661–673.

3. *Jones W.B., Thron V.J. Continued Fractions.* Analytic Theory and Applications, Reading: Addison-Wesley Pupl., 1980.

ФАКТОРИЗАЦИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ МАТРИЦ ФУНКЦИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

С. В. Рогозин, Л. П. Примачук, М. В. Дубатовская (Минск, Беларусь)

Предлагается метод факторизации рациональных матриц-функций второго порядка

$$G(t)=\begin{pmatrix} a(t) & b(t)\\ c(t) & d(t)\end{pmatrix}, t\in L, \tag{1}$$

где L — простой гладкий замкнутый контур, который делит комплексную плоскость на две компоненты — внутреннюю $D^+\ni 0$ и внешнюю $D^-\ni\infty$. Факторизация означает представление матрицы $G(t)$ в виде

$$G(t)=G^+(t)\Lambda(t)G^-(t), t\in L,$$

где матрицы $G^+(t),[G^+(t)]^{-1}$ аналитически продолжимы в D^+, а матрицы $G^-(t),[G^-(t)]^{-1}$ аналитически продолжимы в D^-, $\Lambda(t)=diag\{t^{\varkappa_1},t^{\varkappa_2}\}$, $\varkappa_1,\varkappa_2\in\mathbf{Z}$ — некоторые целые числа (частные индексы матрицы $G(t)$).

Относительно рациональных функций a, b, c, d предполагается, что

$$1)\Delta(t) := \det G(t) = a(t)d(t) - b(t)c(t) \neq 0, t \in L,$$

$$2)\lim_{t\to\infty} \tfrac{1}{\Delta(t)} G(t) = E.$$

Предлагаемый метод основан на подходе, который реализован авторами при факторизации матричного коэффициента задачи, эквивалентной задаче **R**–линейного сопряжения [1]. Суть метода состоит в эквивалентном преобразовании матрицы к треугольному виду и последующей факторизации треугольной матрицы с помощью метода Чеботарева [2].

Благодарности. Работа выполнена в рамках программы ГПНИ “Конвергенция”, подпрограмма “Математические модели и методы”.

Литература

1. *Primachuk L., Rogosin, S., Dubatovskaya M. R*–linear conjugation problem with rational coefficients (submitted).

2. *Chebotarev G.N.* Partial indices of the Riemann boundary value problem with triangular matrix of the second order, *Uspekhi mat. nauk*, **XI**, vyp. 3, (1956), 192–202.

ИЗОХРОННЫЕ ЦЕНТРЫ РАЦИОНАЛЬНЫХ СИСТЕМ НЬЮТОНА

А. Е. Руденок (Минск, Беларусь)

Рассматривается система

$$\dot{x} = -e(x)y, \dot{y} = a(x), \tag{3}$$

где e(x), a(x) — рациональные функции, e(0)=1, a(0)=0, a’(0)=1. Система (3) сводится к системе Ньютона вида

$$\dot{x} = -y, \dot{y} = a(x) + b(x)y^2$$

Изохронные системы Ньютона изучались во многих работах, см., например [1].

Теорема 1. Для того чтобы система (3) имела изохронный центр в особой точке $O(0,0)$, необходимо и достаточно, чтобы существовала пара рациональных функций $b(x), R(x), b(0) = R(0) = 0, b'(0) = R'(0) = 1$, таких, что

$$e(x) = (R(b(x)) - R(-b(x))^3/(4R(-b(x))b'(x)(R^2(b(x))R'(-b(x))+$$

$$R^2(-b(x))R'(b(x))), a(x) = R(b(x)).$$

Причем, для заданных функций e(x), a(x) существует единственная пара таких функций.

Теорема 2. Для того чтобы система

$$\dot{x} = -e(x)y, \dot{y} = \frac{x(1+Ax)}{1+Bx}$$

имела изохронный центр а особой точке $O(0,0)$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось одно из условий

$$(1).e(x) = (1 + Bx - ax(1 + Ax))^3/((1 + Bx)(1 + Ax(2 + Bx))),$$

$$(2).e(x) = ((1 + ax)^3(1 - ABx^2 + 2ax(1 + Ax))^3)/((1 + 2ax - Ax)(1 + Bx)(1 + 4ax+$$

$$(4a^2 + 4aA - 3A^2 + AB)x^2 + 2aA(4a - 3A + B)x^3 + A(A^3B + 2a(a - A)(A + B))x^4).$$

Теорема 3. Для того чтобы система

$$\dot{x} = -e(x)y, \dot{y} = x$$