методов анализа систем (методы оптимальных решений, эконометрические методы, производственные функции) при условии, что структура взаимного влияния неизвестных факторов не претерпевает существенных изменений на исследуемых временных отрезках, сегодня сложно ожидать достоверных оценок и полезных рекомендаций. Ввиду разработки новых направлений современной экономической теории необходимо актуализировать аппарат экономико-математического моделирования, осуществлять научный поиск новых концептуальных и алгоритмически-вычислительных подходов к созданию адаптивных моделей стратегического управления для многоаспектного анализа современного экономического развития.

Современные процессы, являющиеся ядром цифровой трансформации, обладают свойствами высочайшего динамизма и интеллектуализации, а их взаимодействия формируют открытые цифровые системы со свойствами универсальности и масштабируемости. Функционирование и взаимовлияние систем порождает цифровую среду, между ними осуществляется обмен сигналами (управление).

На основе ключевых концепций системного, кибернетического и институционально-эволюционного экономических направлений автор предполагает развивать идеи моделирования экономической динамики в рамках процессно-системного подхода [4].

Библиографические ссылки

1. Нельсон Р., Уинтер С. Эволюционная теория экономических изменений. Москва : Финстатинформ, 2000. 472 с.

2. Мясникович М. В., Глазьев С. Ю. Методологические подходы к разработке стратегии развития ЕАЭС в условиях мирового кризиса // Наука и инновации. 2020. № 6 (208). С. 10–21.

3. Габасов Р. Ф., Кириллова Ф. М. Качественная теория оптимальных процессов. Москва : Наука, 1971. 508 с.

4. Поддубная О. Н. Интенсивный экономический рост: проблемы моделирования // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. 2016. Вып. 2 (33). С. 88–97. DOI: 10.17072/1993-0550-2016-2-88-97

УДК 330.4

К ПРОБЛЕМЕ СОЛОУ – СТИГЛЕРА УЧЕТА ЛИНЕЙНОГО ЭКЗОГЕННОГО НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА

А. Ф. Проневич[1], Г. А. Хацкевич[2]

[1] *Кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математического и информационного обеспечения экономических систем Гродненского государственного университета им. Янки Купалы, г. Гродно*

[2] *Доктор экономических наук, профессор, заведующий кафедрой бизнес-администрирования Института бизнеса Белорусского государственного университета, г. Минск*

В работе рассмотрена проблема Солоу – Стиглера отличия влияния научно-технического прогресса от эффекта отдачи от масштаба производства для заданного производственного процесса. Указаны аналитические виды голотетичных производственных функций, учитывающих линейный экзогенный научно-технический прогресс. Исследованы все возможные случаи учета в аналитической форме производственной функции линейного экзогенного научно-технического прогресса. Полученные результаты могут быть использованы при моделирования реальных производственных процессов, учитывающих научно-технический прогресс.

Ключевые слова: производственный процесс; научно-технический прогресс; проблема Солоу – Стиглера; производственная функция; голотетичность.

ON SOLOW – STIGLER CONTROVERSY FOR ACCOUNTING OF LINEAR EXOGENOUS TECHNOLOGICAL PROGRESS

A. F. Pranevich[1], G. A. Khatskevich[2]

[1] *PhD in Physics and Mathematics,*
Associate Professor of Mathematics and Computer Science Support for Economic Systems Department of the Yanka Kupala State University of Grodno, Grodno

[2] *Doctor of Economics, Professor, Head of Business Aadministration Department at the School of Business of the Belarusian State University, Minsk*

The article is devoted to the study of Solow–Stigler controversy (differences between the impact of technological progress and the effect of the return on the scale of production for a given production process). The analytical forms of holothetic production functions with given linear exogenous technological progress are obtained. All possible cases of accounting of linear exogenous technological progress in an production function are investigated. The obtained results can be applied in modeling of production processes with technological progress.

Keywords: production process; technological progress; Solow – Stigler controversy; production function*;* holotheticity.

Введение

Рассмотрим двухфакторную производственную функцию:

$$Y = F(K, L), \tag{1}$$

которая в результате влияния [1; 2] научно-технического прогресса (НТП), заданного функциями технического прогресса [3, с. 30]

$$\bar{K} = \varphi(K, L, t), \bar{L} = \psi(K, L, t), \text{ при условии } \varphi(K, L, 0) = K, \psi(K, L, 0) = L \tag{2}$$

трансформируется и переходит в функцию, зависящую от параметра *t* НТП,

$$\bar{Y} = F(\bar{K}, \bar{L}) = F(\varphi(K, L, t), \psi(K, L, t)) = \bar{F}(K, L, t).$$

В 60–70 годах XX столетия, после выхода двух работ [4] и [5], будущих лауреатов Нобелевской премии по экономике Р. Солоу (1987 год) и Дж. Стиглера (1982 год), в научной литературе развернулась дискуссия по проблеме отличия влияния НТП от эффекта отдачи от масштаба производства для заданного производственного процесса. Полемика получила название «противоречие Солоу – Стиглера» (Solow – Stigler controversy) и была окончательно теоретически решена [6] японским экономистом Р. Сато в 1980 году. Для решения данной проблемы Р. Сато была предложена концепция голотетичной (holothetic) производственной функции и использована теория непрерывных групп преобразований, созданная выдающимся норвежским математиком Софусом Ли [7].

Следуя [6], производственную функцию (1) относительно заданного экзогенного НТП (2) будем называть *голотетичной*, если карта изоквант производственной функции (1) при преобразовании (2) остается инвариантной. При этом понятие голотетичной производственной функции тесно связано с нейтральностью НТП по Хиксу [3, с. 34–35].

Основной теоретический результат Р. Сато заключается в следующем [6]: *эффект от влияния НТП и эффект отдачи от масштаба являются независимыми явлениями и различимыми тогда и только тогда, когда производственный процесс описывается не голотетичной производственной функцией относительно заданного НТП.*

Данная работа продолжает исследования авторов [8–11] по изучению производственных функций, учитывающих НТП. В статье описано все множество голотетичных производственных функций (и, тем самым, решено «противоречие Солоу – Стиглера») в случае существования линейного неоднородного экзогенного НТП. Способ построения голотетичных производственных функций основан на использовании аппарата теории групп Ли [7] и нахождении общих решений дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка спектральным методом [12].

Основной результат

Пусть экзогенный НТП задан посредством линейных неоднородных (относительно капитала и труда) функций технического прогресса:

$$\overline{K} = \varphi(K, L, t) = A_1(t)K + B_1(t)L + C_1(t), \overline{L} = \psi(K, L, t) = A_2(t)K + B_2(t)L + C_2(t),$$

где непрерывно дифференцируемые функции $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ такие, что $A_1(0) = B_2(0) = 1$, $B_1(0) = = A_2(0) = C_1(0) = C_2(0) = 0$и $A_1(t)B_2(t) \neq A_2(t)B_1(t)$.

Тогда класс голотетичных производственных функций относительно линейного экзогенного НТП имеет вид:

$$Y = F(Q(f) + P(f, L)),$$

где Q есть произвольная функция, $P(f, L) = P(\sigma, L)_{|\sigma = f(K,L)} = \int \frac{dL}{a_2K(\sigma,L) + b_2L + c_2} \quad _{|\sigma = f(K,L)}$($\sigma$ – постоянная), числа $a_\xi = A'(0), b_\xi = B'(0)$, $c_\xi = C'(0), \xi = 1{,}2$ (штрих означает операцию дифференцирования), функция $K = K(\sigma, L)$ находится из функционального уравнения $f(K, L) = \sigma$, а функция f определятся в зависимости от следующих случаев:

1. Если $\lambda_1 = 0$ есть собственное число матрицы $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}$, которому соответствует вещественный собственный вектор $\nu^1 = (\alpha_1, \beta_1)$ при $\gamma_1 = \alpha_1c_1 - \beta_1c_2 = 0$, то функция $f(K, L) = \alpha_1K + \beta_1L$;

2. Если $\lambda_1 = 0$ и $\lambda_2 \in \mathrm{R}\backslash\{0\}$ есть собственные числа матрицы A, которым соответствуют вещественные собственные векторы $\nu^1 = (\alpha_1, \beta_1)$ при $\gamma_1 = \alpha_1c_1 - \beta_1c_2 \neq 0$ и $\nu^2 = (\alpha_2, \beta_2)$, то $f(K, L) = = (\alpha_2K + \beta_2L + \gamma_2)\exp\left(-\frac{\lambda_2}{\gamma_1}(\alpha_1K + \beta_1L)\right)$, $\gamma_2 = (\alpha_2c_1 - \beta_2c_2)/\lambda_2$;

3. Если $\lambda_1 = 0$ есть двукратное собственное число матрицы A, которому соответствуют два вещественных линейно независимых собственных вектора $\nu^1 = (1{,}0)$ и $\nu^2 = (0{,}1)$ при условии, что вещественные числа $c_1 \neq 0$ и $c_2 \neq 0$, то $f(K, L) = \mathrm{c}_2K + \mathrm{c}_1L$;

4). Если $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathrm{R}\backslash\{0\}$ – собственные числа матрицы A, которым соответствуют линейно независимые вещественные собственные векторы $\nu^1 = (\alpha_1, \beta_1)$ и $\nu^2 = (\alpha_2, \beta_2)$, то $f(K, L) = (\alpha_1K + \beta_1L + + \gamma_1)^{\lambda_2}(\alpha_2K + \beta_2L + \gamma_2)^{-\lambda_1}$, где числа $\gamma_k = (\alpha_kc_1 - \beta_kc_2)/\lambda_k$, $k = 1{,}2$;

5. Если $\lambda_1 = \hat{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_1 i$ – существенно комплексное $\left(\tilde{\lambda}_1 \neq 0\right)$ собственное число матрицы A, которому соответствует собственный вектор $\nu^1 = \left(\hat{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_1 i, \hat{\beta}_1 + \tilde{\beta}_1 i\right)$, то функция $f(K, L) = \left(\left(\hat{\alpha}_1K + \hat{\beta}_1L + + \hat{\gamma}_1\right)^2 + \left(\tilde{\alpha}_1K + \tilde{\beta}_1L + \tilde{\gamma}_1\right)^2\right)\exp\left(-2\frac{\hat{\lambda}_1}{\tilde{\lambda}_1}\mathrm{arctg}\frac{\tilde{\alpha}_1K + \tilde{\beta}_1L + \tilde{\gamma}_1}{\hat{\alpha}_1K + \hat{\beta}_1L + \hat{\gamma}_1}\right)$, где числа $\hat{\gamma}_1 = \frac{(\hat{\lambda}_1\hat{\alpha}_1 + \tilde{\lambda}_1\tilde{\alpha}_1)c_1 - (\hat{\lambda}_1\hat{\beta}_1 + \tilde{\lambda}_1\tilde{\beta}_1)c_2}{\hat{\lambda}_1^2 + \tilde{\lambda}_1^2}$, $\tilde{\gamma}_1 = = \frac{(\hat{\lambda}_1\tilde{\alpha}_1 - \tilde{\lambda}_1\hat{\alpha}_1)c_1 - (\hat{\lambda}_1\tilde{\beta}_1 - \tilde{\lambda}_1\hat{\beta}_1)c_2}{\hat{\lambda}_1^2 + \tilde{\lambda}_1^2}$;

6. Если $\lambda_1 \in \mathrm{R}\backslash\{0\}$ –двукратное собственное число матрицы A, которому соответствуют вещественные собственный $\nu^1 = (\alpha_1, \beta_1)$ и первый присоединенный $\nu^2 = (\alpha_2, \beta_2)$ вектора, то функция $f(K, L) = (\alpha_1K + \beta_1L + \gamma_1)\exp\left(-\lambda_1 \cdot \frac{\alpha_2K + \beta_2L + \gamma_2}{\alpha_1K + \beta_1L + \gamma_1}\right)$, где вещественные числа $\gamma_1 = (\alpha_1c_1 - \beta_1c_2)/\lambda_1$, $\gamma_2 = (\alpha_2c_1 - \beta_2c_2 - \gamma_1)/\lambda_1$;

7. Если $\lambda_1 = 0$ есть двукратное собственное число матрицы A, которому соответствуют вещественный собственный вектор $\nu^1 = (\alpha_1, \beta_1)$ при $\gamma_1 = \alpha_1 c_1 - \beta_1 c_2 \neq 0$ и вещественный первый присоединенный вектор $\nu^2 = (\alpha_2, \beta_2)$, то функция $f(K, L) = (\alpha_1 K + \beta_1 L)^2 - 2(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1)(c_2 K + c_1 L)$, где число $\gamma_2 = (\alpha_2 c_1 - \beta_2 c_2)/\lambda_2$.

Отметим, что полученное утверждение обобщает основной результат работы [11].

Библиографические ссылки

1. Варшавский А. Е. Научно-технический прогресс в моделях экономического развития: методы анализа и оценки. М. : Финансы и статистика, 1984. 208 с.
2. Байнев В. Ф., Дадеркина Е. А. Научно-технический прогресс и устойчивое развитие. Мн. : Право и экономика, 2008. 189 с.
3. Sato R., Ramachandran R. V. Symmetry and economic invariance. Tokyo : Springer, 2014. 273 p.
4. Solow R. Technological change and aggregate production function // Review of Economics and Statistics. 1957. Vol. 39. No. 3. P. 312–320.
5. Stigler G. Economic problems in measuring changes in productivity // Output, Input, and Productivity Measurement (National Bureau of Economic Research, Princeton). 1961. P. 47–78.
6. Sato R. The impact technical change on the holotheticity of production functions // Review of Economic Studies. 1980. Vol. 47. No. 4. P. 767–776.
7. Ли С. Теория групп преобразований: В 3-х частях. М.-Ижевск : ИКИ, 2011.
8. Проневич А. Ф., Хацкевич Г. А. Научно-технический прогресс и нейтральность по Хиксу, Харроду и Солоу: генезис, построение и обобщение // Белорусский экономический журнал. 2020. № 3. С. 87–105.
9. Хацкевич Г. А., Проневич А. Ф. Классификация Сато – Беккмана учета научно-технического прогресса: генезис, обобщение и дополнение // Журнал Белорусского государственного университета. Экономика. 2020. № 2. С. 4–17.
10. Pranevich A. F. Generalized neutral technological progress by Hicks, Harrod, and Solow // Business. Innovations. Economy. 2020. Vol. 4. P. 193–201.
11. Проневич А. Ф., Хацкевич Г. А. Голотетичные производственные функции по линейному экзогенному научно-техническому прогрессу // Многомерный статистический анализ, эконометрика и моделирование реальных процессов: труды X-й Международной школы-семинара, Цахкадзор, 23.06-02.07.2020 г. / Под ред. В. Л. Макарова. М. : ЦЭМИ РАН, 2020. С. 120–122.
12. Горбузов В. Н., Проневич А. Ф. Спектральный метод построения интегрального базиса якобиевой системы в частных производных // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2001. № 3. С. 17–45.

УДК 330.34

ВЛИЯНИЕ ЦИФРОВОЙ ЭКОНОМИКИ НА ОБРАЗОВАНИЕ

Е. Д. Пугачёва

Магистрантка экономического факультета
Белорусского государственного университета, г. Минск

Научный руководитель: **Е. Г. Господарик**

Кандидат экономических наук, доцент,
заведующая кафедрой аналитической экономики и эконометрики
экономического факультета Белорусского государственного университета, г. Минск

В статье рассмотрены перспективные направления развития системы образования в условиях цифровой экономики, выявлены проблемы, которые стоят перед системой образования на этапе формирования цифрового общества.

Ключевые слова: цифровая экономика; цифровое образование; человеческий капитал.