**Теорема 3.** Пусть оператор-функция (2) и оператор (3) связаны соотношениями:

$$\lim_{T\to\infty} \sup_{-\infty<t<\infty,\ a\leqslant s\leqslant b} \left| \frac{1}{T} \int_t^{t+T} c(\tau, s)\, d\tau - c(s) \right| = 0,$$

$$\lim_{T\to\infty} \sup_{-\infty<t<\infty,\ a\leqslant s\leqslant b} \int_a^b \left| \frac{1}{T} \int_t^{t+T} k(\tau, s, \sigma)\, d\tau - k(s, \sigma) \right| d\sigma = 0,$$

причем задача об ограниченных решениях для уравнения $dx/dt=Ax$ обладает функцией Грина $G(t, \tau)$. Тогда при достаточно малых $\varepsilon$ задача об ограниченных решениях для уравнения $dx/dt=\varepsilon A(t)x$ также обладает функцией Грина $G_\varepsilon(t, \tau)$, равномерно сходящейся при $\varepsilon\to 0$ к функции Грина $G(t, \tau)$.

В заключение автор выражает благодарность П. П. Забрейко, под руководством которого он работает.

## Список литературы

1. Валеев К. Г., Жаутыков О. А. Бесконечные системы дифференциальных уравнений. Алма-Ата, 1974.
2. Хилле Э., Филлипс Р. Функциональный анализ и полугруппы. М., 1962.
3. Красносельский М. А. Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений. М., 1966.
4. Забрейко П. П., Нурекенов Т. // Вестн. АН КазССР. 1966. № 5. С. 32.
5. Далецкий Ю. Л., Крейн М. Г. Устойчивость решений дефференциальных уравнений в банаховых пространствах. М., 1970.
6. Рисс Ф. // УМН. 1936. Вып. 1. С. 175.
7. Радон И. Там же. С. 200.
8. Гливенко В. Л. Интеграл Стильтьеса. М.; Л., 1936.
9. Левин А. Ю. // Докл. АН СССР. 1967. Т. 176. № 4. С. 774.
10. Забрейко П. П., Колесов Ю. С., Красносельский М. А. Там же. 1969. Т. 184. № 3. С. 526.

Поступила в редакцию 02.06.86.

*УДК 621.391.1:519.28*

*Е. Н. МЕЛЬНИКОВА, Ю. С. ХАРИН*

# О КЛАССИФИКАЦИИ СЕРИЙ МНОГОМЕРНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ПРИ СЛУЧАЙНОЙ ДЛИНЕ СЕРИЙ

При разработке автоматизированных комплексов идентификации сложных систем, имеющих на случайных интервалах времени различную структуру или различные режимы функционирования, возникают задачи классификации наблюдений, образованных сериями случайной длины. Рассматриваемая в работе задача является обобщением задачи [1] и отличается тем, что длины серий являются случайными величинами.

**Математическая модель.** Пусть в пространстве наблюдений $R^N$ определено $m$-параметрическое семейство плотностей $Q=\{p(x;\ \Theta):\ x\in R^N,\ \Theta\subset\Xi\subset R^m\}$, $L\geqslant 2$ — натуральное число, обозначающее число классов, $\{\Theta_1^0, \ldots, \Theta_L^0\}\subset\Xi$ — подмножество $L$ различных точек. Пусть далее $x_1, \ldots, x_n\in R^N$ — наблюдаемый временной ряд, образованный из $K^0$ независимых серий случайной длины:

$$\{x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\} = \{X_1\ X_2,\ \ldots,\ X_{K^0}\}, \tag{1}$$

где $X_j=\{x_1, \ldots, x_{\tau_j^0}\}$ — $j$-я случайная серия $(j=\overline{1, K^0})$, состоящая из $\tau_j^0$ независимых наблюдений одного и того же класса $\Omega_{I_j^0}$ $(I_j^0\in S(L)=$ $=\{1, \ldots, L\})$, имеющих плотность распределения вероятностей $p(x;$

$\Theta^0_{I^0_j}$) из $Q$. Номера классов $I^0_1, \ldots, I^0_{K^0}$ — независимые случайные величины с распределением вероятностей

$$P\{I^0_j = k\} = \pi_k > 0 \ (k = \overline{1, L}), \ \sum_{k=1}^{L} \pi_k = 1. \tag{2}$$

Длины серий $\tau^0_1, \ldots, \tau^0_{K^0}$ образуют не зависящую от $\{I^0_j\}$ последовательность независимых случайных величин с распределением

$$P\{\tau^0_j = \tau\} = \begin{cases} q_j(\tau), \text{ если } \tau_- \leqslant \tau \leqslant \tau_+, \\ 0, \text{ в противном случае}; \end{cases} \quad \sum_{\tau=\tau_-}^{\tau_+} q_j(\tau) = 1, \tag{3}$$

где $\tau_-$, $\tau_+$ — заданные нижняя и верхняя границы длин серий. Параметры $K^0$ $\{\Theta^0_j\}$, $\{\tau^0_j\}$, $\{I^0_j\}$ неизвестны.

Задача классификации временного ряда длительностью $n$ заключается в определении номеров классов, к которым принадлежит каждое из наблюдений (с точностью до переобозначения классов).

Определим моменты «разладки» временного ряда $T^0_0, \ldots, T^0_{K^0}: T^0_0 = 0$, $T^0_{K^0} = n$, $T^0_i = \tau^0_1 + \ldots + \tau^0_i$ — случайный момент $i$-го возможного перехода от одного класса к другому ($i = \overline{1, K^0}$). Тогда, согласно (1), задача классификации состоит в построении решающих правил для определения $K^0$, $\{T^0_i\}$, $\{I^0_j\}$.

**Оценивание моментов «разладки».** Определим статистику

$$\overline{\Theta} = \arg\max_{\Theta \in \Xi} \sum_{t=1}^{n} \ln p(x_t; \Theta). \tag{4}$$

Обозначим: $\beta(x; \overline{\Theta}) = \nabla_{\overline{\Theta}} \ln p(x; \overline{\Theta})$ — $m$-вектор-столбец частных производных первого порядка; $\gamma(x; \overline{\Theta}) = \nabla^2_{\overline{\Theta}} \ln p(x; \overline{\Theta})$ — $(m \times m)$—симметрическая матрица частных производных второго порядка;

$$b(T_{i-1}, T_i) = \sum_{\tau=1}^{T_i - T_{i-1}} \beta(x_{T_{i-1}+\tau}; \overline{\Theta}) \text{ — } m\text{-вектор};$$

$$g(T_{i-1}, T_i) = \sum_{\tau=1}^{T_i - T_{i-1}} \gamma(x_{T_{i-1}+\tau}; \overline{\Theta}) \text{ — } (m \times m)\text{-матрица}; \tag{5}$$

$$\alpha(X) = \sum_{i=1}^{K} \sum_{\tau=1}^{T_i - T_{i-1}} \ln p(x_{T_{i-1}+\tau}; \overline{\Theta}) = \sum_{t=1}^{n} \ln p(x_t; \overline{\Theta}).$$

**Теорема 1.** Если $Q$ — регулярное семейство и рассматривается случай «сближающихся» классов:

$$|\Theta^0_i - \Theta^0_j| = O(\varepsilon), \ \varepsilon \to 0, (i, j \in S(L)), \tag{6}$$

то в $\varepsilon$-окрестности точек $\{\Theta^0_i\}$ логарифмическая функция правдоподобия допускает представление

$$l(\{\Theta_i\}, K, \{T_i\}, \{I_i\}) = \tilde{l}(\{\Theta_i\}, K, \{T_i\}, \{I_i\}) + o(\varepsilon^2),$$

$$\tilde{l}(\cdot) = \alpha(X) + \sum_{j=1}^{K} \Big(\ln(\pi_{I_j} q_j(T_j - T_{j-1})) + b^T(T_{j-1}, T_j)(\Theta_{I_j} - \overline{\Theta}) +$$
$$+ \frac{1}{2}(\Theta_{I_j} - \overline{\Theta})^T g(T_{j-1}, T_j)(\Theta_{I_j} - \overline{\Theta})\Big). \tag{7}$$

При доказательстве используются (1) — (5), формула Тейлора для

$\ln p(x;\ \overline{\Theta})$ в окрестности $\overline{\Theta}$, а также тот факт, что $\overline{\Theta}\xrightarrow{\text{п.н.}}\Theta^0$, где $|\Theta^0 - \Theta_i^0| = O(\varepsilon)$.

Используя теорему 1, будем строить приближенные оценки максимального правдоподобия для $K^0$, $\{T^0\}$, $\{I_i^0\}$ из условия максимума аппроксимирующей функции (7):

$$\max_{\{\Theta_i\}} \tilde{l}(\{\Theta_i\},\ K,\ \{T_i\},\ \{I_i\}) \to \max_{\{T_i\},\ \{I_i\}} \max_K . \tag{8}$$

Максимизируя функцую (7) по $\{\Theta_i\}$ и используя вместо матрицы $(T_j - T_{j-1})^{-1} \sum_{\tau=1}^{T_j - T_{j-1}} \gamma(x_{T_{j-1}+\tau};\ \overline{\Theta})$ ее оценку $\overline{\gamma} = n^{-1}\sum_{t=1}^{n}\gamma(x_t;\ \overline{\Theta})$, приведем задачу (8) к виду:

$$l_1(K,\ \{T_i\},\ \{I_i\}) = \alpha(X) + \sum_{j=1}^{K} (\ln(\pi_{I_j} q_j(T_j - T_{j-1})) + B(T_{j-1},\ T_j,\ T_{j-1},T_j)/(2n\pi_{I_j})) + \frac{K(K-1)}{2n}\left(\left(\frac{K(K-1)}{2}\right)^{-1}\sum_{j=1}^{K-1}\frac{1}{\pi_{I_j}}\sum_{k=j+1}^{K}\delta_{I_j,\ I_k} B(T_{j-1},\ T_j,\ T_{k-1},\ T_k)\right) \to \max_{\{T_i\},\ \{I_i\}} \max_K , \tag{9}$$

где $B(T_{j-1},\ T_j,\ T_{k-1},\ T_k) = -b^T(T_{j-1},\ T_j)\overline{\gamma}^{-1} b(T_{k-1},\ T_k)$, $\delta_{ij}$ — символ Кронекера. С учетом (9) определим семейство целевых функций:

$$l_2(K,\ \{T_i\},\ \{I_i\};\ p) = \alpha(X) + \sum_{j=1}^{K}\Bigl(\ln(\pi_{I_j} q_j(T_j - T_{j-1})) + \frac{1}{2n\pi_{I_j}} B(T_{j-1},\ T_j T_{j-1},\ T_j) + \frac{K(K-1)}{np(2K-p-1)\pi_{I_j}} U(K-j) \sum_{k=j+1}^{\min\{K,\ j+p\}} \delta_{I_j,\ I_k} B(T_{j-1},\ T_j, T_{k-1}, T_k)\Bigr), \tag{10}$$

где $U(z) = \{0,$ если $z \leqslant 0;\ 1,$ если $z > 0\}$; $p$ — параметр семейства, $1 \leqslant p \leqslant K-1$. Если $p = K-1$, то $l_2(\cdot) = l_1(\cdot)$; при $p < K-1$ $l_2(\cdot)$ следует рассматривать как аппроксимацию $l_1(\cdot)$. Тогда правило для совместного определения $K^0$, $\{T_i^0\}$, $\{I_i^0\}$ примет вид:

$$\sum_{j=1}^{K-p} \Psi_{K,\ j}(T_{j-1},\ \ldots,\ T_{j+p};\ I_j,\ \ldots,\ I_{j+p}) \to \max_{\{T_i\},\ \{I_i\}} \max_K , \tag{11}$$

$$\Psi_{K,\ j}(T_{j-1},\ \ldots,\ T_{j+p};\ I_j,\ \ldots,\ I_{j+p}) = \ln(\pi_{I_j} q_j(T_j - T_{j-1})) + B(T_{j-1},\ T_j,\ T_{j-1},\ T_j)/(2n\pi_{I_j}) + \frac{K(K-1)}{np(2K-p-1)\pi_{I_i}} \sum_{k=j+1}^{j+p} \delta_{I_j,\ I_k} B(T_{j-1},\ T_j,\ T_{k-1},\ T_k),\ j = \overline{1,\ K-p-1};$$

$$\Psi_{K,\ K-p}(T_{K-p-1},\ \ldots,\ T_K;\ I_{K-p},\ \ldots,\ I_K) = \sum_{j=K-p}^{K}\Bigl(\ln(\pi_{I_j} q_j(T_j - T_{j-1})) + B(T_{j-1},\ T_j,\ T_{j-1},\ T_j)/(2n\pi_{I_j}) + \frac{K(K-1)}{np(2K-p-1)\pi_{I_j}} U(K-j) \sum_{k=j+1}^{K} \delta_{I_j,\ I_k} B(T_{j-1},\ T_j,\ T_{k-1},\ T_k)\Bigr).$$

Максимум в (11) находится методом динамического программирования [2].

Укажем более простое двухэтапное решающее правило: вначале строятся оценки $\{\hat{T}_i\}$, $\hat{K}$, затем $\{\hat{I}_i\}$. Для такого разделения используется оценка сверху для $l_2(\cdot)$ в (10), представимая в виде

$$l_2(K, \{T_i\}, \{I_i\};\ p) \leqslant l_2^+(K, \{T_i\};\ p) = \alpha(X) + K \cdot \ln \pi_{\max} + \sum_{j=1}^{K} \Big( \ln q_j(T_j - T_{j-1}) + \frac{1}{2n\pi_{\min}} B(T_{j-1}, T_j, T_{j-1}, T_j) + \frac{K(K-1)}{np(2K-p-1)\pi_{\min}} U(K-j) \sum_{k=j+1}^{\min\{K,\, j+p\}} (B(T_{j-1}, T_j, T_{k-1}, T_k))_+ \Big) = \sum_{j=1}^{K-p-2} f_{K,j}(T_j, \ldots, T_{j+p+1}),\ 1 \leqslant p \leqslant K-3,$$

где $(z)_+ = z \cdot U(z)$, $\pi_{\min} = \min\limits_{i=\overline{1, L}} \pi_i$, $\pi_{\max} = \max\limits_{i=\overline{1, L}} \pi_i$. Тогда оценки $\{\hat{T}_i\}$, $\hat{K}$ определяются из условия:

$$\sum_{j=1}^{K-p-2} f_{K,j}(T_j, \ldots, T_{j+p+1}) \to \max_{\{T_j\}} \max_{K}. \tag{12}$$

Максимизация в (12) осуществляется с использованием процедуры динамического программирования [2].

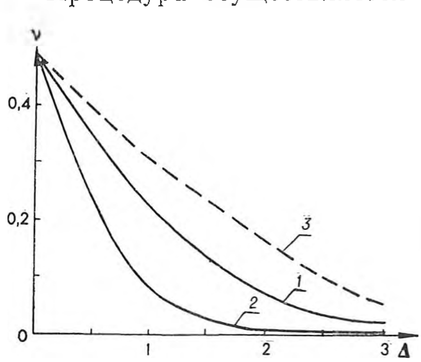
**Классификация серий.** Для нахождения оценок $\{I_j^0\}$ при уже найденных оценках $\hat{K}$, $\{\hat{T}_i\}$ используем модификацию процедуры кластер-анализа, основанную на минимизации критерия компактности [3]:

$$d_{jh}/(d_j + d_h) \to \min_{j,\, h=\overline{1, \hat{K}}}, \tag{13}$$

где $d_j = (\hat{T}_j - \hat{T}_{j-1})^{-1} \sum\limits_{\tau=1}^{\hat{T}_j - \hat{T}_{j-1}} |x_\tau - m_j|^2$, $m_j = (\hat{T}_j - \hat{T}_{j-1})^{-1} \sum\limits_{\tau=1}^{\hat{T}_j - \hat{T}_{j-1}} x_\tau$,

$$d_{jh} = ((\hat{T}_j - \hat{T}_{j-1})^{-1} + (\hat{T}_h - \hat{T}_{h-1})^{-1})\, |m_j - m_h|^2,\ j \neq h,\ j, h = \overline{1, \hat{K}}.$$

Процедура осуществляется в $\hat{K} - L$ этапов. На первом этапе число классов полагается равным $\hat{K}$. Из (13) находятся номера $j^*$, $h^*$ двух серий, объединяемых в одну с номером $j^*$, для которой находятся $d_{j^*}$, $m_{j^*}$, $d_{j^*h}$, $h = \overline{1, \hat{K}+1}$. Число классов становится равным $\hat{K} - 1$. После последнего этапа все серии объединены в $L$ классов и тем самым найдены оценки $\{\hat{I}_i\}$.




Зависимость ν от λ, Δ:

$1 - \lambda = 1;\ 2 - \lambda = 5;\ 3 - \nu_0 = \Phi\left(-\frac{\Delta}{2}\right)$

**Исследование эффективности классификации.** Пусть $\hat{I} = (\hat{I}_1, \ldots, \hat{I}_{\hat{K}})$ — вектор решений, где $\hat{I}_k$ — номер класса, к которому отнесена серия $X_k$.

Для оценки потенциальной точности классификации рассмотрим случай, когда параметры $K^0, \{\theta_j^0\}$, $\tau_1^0, \ldots, \tau_{K^0}^0$ известны. Тогда решающее правило для определения $\hat{I}$ имеет вид $(k=\overline{1, K^0})$:

$$I_k = \arg\max_{i\in\{1,\ldots,L\}} \sum_{i=1}^{\tau_k^0} \ln(\pi_j\, p(x_{T_{k-1}^0+i};\ \Theta_j^0)).$$

Точность классификации будем характеризовать средним числом ошибочных решений при фиксированном числе $K^0$ (полных) серий:

$$N_{K^0} = K^0 \cdot \mathrm{E}\{\tau_k^0 P\{I_k \neq I_k^0\}\}.$$

Пусть $L=2$, $\pi_1=\pi_2=0{,}5$. Обозначим $\bar{i}=3-i\ (i\in\{1,\ 2\})$, $J(i) = E_{\Theta_i^0}\{\ln(p(x_t;\ \Theta_i^0)/p(x_t;\ \Theta_{\bar{i}}^0))\} \geqslant 0$ — дивергенция Кульбака, $\sigma^2(i) = D_{\Theta_i^0}\{\ln(p(x_t;\ \Theta_i^0)/p(x_t;\ \Theta_{\bar{i}}^0))\} \geqslant 0$, $b(i) = J(i)/\sigma(i) \geqslant 0$, где $E_{\Theta_i^0}\{\cdot\}$, $D_{\Theta_i^0}\{\cdot\}$ — символы математического ожидания и дисперсии по распределению $p(x;\ \Theta_i^0)$.

**Теорема 2·** Пусть выполняются условия:

1) $\exists h>0$, такое что $\forall i,\ k\in\{1,\ 2\}$ $\quad E_{\Theta_i^0}\left\{\left(\dfrac{p(x_t;\ \Theta_k^0)}{p(x_t;\ \Theta_{\bar{k}}^0)}\right)^h\right\} < \infty$;

2) $\forall i\in\{1,\ 2\}$ $0<\sigma(i)<\infty$;

3) $\tau_k^0$ — дискретная случайная величина с распределением $(k=\overline{1, K^0})$

$$P\{\tau_k^0 = t\} = \begin{cases} 0, & \text{если } t<\tau_-, \\ q(t), & \text{если } \tau_- \leqslant t \leqslant \tau_+, \\ 0, & \text{если } t>\tau_+; \end{cases}$$

4) $\tau\to\infty$, $b(1)$, $b(2)\to 0$, так что $\forall i\in\{1,\ 2\}\, b(i) = o(\tau_+^{-1/3})$.

Тогда для $N_{K^0}$ справедливо асимптотическое выражение

$$N_{K^0} = K^0 \sum_{\tau=\tau_-}^{\tau_+} \tau q(\tau)\, \frac{\Phi(-\sqrt{\tau}\, b(1)) + \Phi(-\sqrt{\tau}\, b(2))}{2} (1+o(1)), \qquad (14)$$

где $\Phi(\cdot)$ — стандартная нормальная функция распределения.

Доказательство основывается на применении центральной предельной теоремы с узкими зонами нормальной сходимости [4].

**Пример.** Пусть $Q$ — семейство $N$-мерных гауссовских плотностей $p(x;\ \Theta) = n_N(x|\Theta,\ \Sigma)$ с неизвестным математическим ожиданием $\Theta$ и известной ковариационной матрицей $\Sigma$; число классов $\mathbf{L}=2$. При этом выражение (14) становится точным и принимает вид:

$$N_{K^0} = K^0 \sum_{\tau=\tau_-}^{\tau_+} \tau q(\tau)\, \Phi\left(-\sqrt{\tau}\,\frac{\Delta}{2}\right), \qquad (15)$$

где $\Delta = ((\Theta_2^0 - \Theta_1^0)^T \Sigma^{-1} (\Theta_2^0 - \Theta_1^0))^{1/2}$ — межклассовое расстояние Махаланобиса. Рассмотрим ситуацию с пуассоновскими сериями, когда $\tau_k^0 = 1+\eta_k$, где $\eta_k$ — случайная величина, имеющая распределение Пуассона с параметром $\lambda$. При этом (15) позволяет получить среднюю относительную долю ошибок классификации (по отношению к средней длине наблюдаемого ряда $\bar{n} = K^0(1+\lambda)$):

$$\nu = \frac{N_{K^0}}{K^0(1+\lambda)} = \frac{e^{-\lambda}}{\lambda+1} \sum_{\tau=1}^{\infty} \frac{\tau\cdot\lambda^{\tau-1}}{(\tau-1)!}\, \Phi\left(-\sqrt{\tau}\,\frac{\Delta}{2}\right).$$

При использовании поточечной классификации ряда $x_1, \ldots, x_n$ (без учета его «серийной» структуры) средняя относительная доля ошибок равна $v_0=\Phi(-\Delta/2)$. Из рисунка видно, что учет «серийной» структуры временного ряда при его классификации приводит к существенному выигрышу в эффективности.

Решающие правила (12), (13) реализованы на ЕС ЭВМ, исследованы методом статистического моделирования и показали достаточную эффективность.

## Список литературы

1. Харин Ю. С. // Проблемы передачи информации. 1985. Т. 21. Вып. 4. С. 64.
2. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Основы диалогового программирования. Минск, 1975.
3. Миленький А. В. Классификация сигналов в условиях неопределенности. М., 1975.
4. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М., 1985.

Поступила в редакцию 06.06.86.

УДК 519.17

*Л. Н. БАТУРИНА, Н. А. ЛЕПЕШИНСКИЙ*

# ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПРОСТЫХ ПУТЕЙ НЕОРИЕНТИРОВАННОГО ГРАФА

Эффективность решения многих оптимизационных задач на графах и сетях зависит от способа представления требуемой информации о сети. Часто в качестве такой информации необходимо множество простых путей (ПП) графа. Для нахождения всех ПП между парой некоторых вершин связного графа $G=(X, A)$ можно использовать любой алгоритм (например, [1]) определения $K$ кратчайших ПП с трудоемкостью $O(Kn^3)$. Однако при изложении этих алгоритмов способы эффективного представления информации о найденных ПП не обсуждаются.

Ниже предлагается алгоритм ТПП (таблица простых путей), с помощью которого сведения о множестве ПП между заданной парой вершин неориентированного графа представляются в виде специальных удобных для дальнейшего использования таблиц без предварительного определения этого множества. Одновременно классифицируются вершины графа по их удаленности в ПП от источника $s$.

Одним из практических применений таких таблиц является использование их при решении задач о максимальном динамическом потоке на простых путях неориентированного графа.

Пусть $X=\bigcup\limits_{x_j\in\Gamma(s)} X^j \cup \{s\}$, причем для каждого множества $X^j$ справедливо условие $X^j=\bigcup\limits_{i=1}^{k_j} X_i$, где $\Gamma(x_i)=\{x_k \mid (x_i, x_k)\in A\}$; $k_j$ — длина максимального ПП из $s$ в $t$, проходящего через вершину $x_j\in\Gamma(s)$; $X_i$ — подмножество, содержащее вершины, достижимые из $x_j$ по всем ПП длины $i-1$. В общем случае $X_i \cap X_l\neq\varnothing$.

Каждое множество $X^j$ представим в виде таблицы $P_j$ размерности $(n-1)\times k_j$ (где $n$ — число вершин графа), в которой $l$-я строка соответствует вершине $x_l\in X$ $(x_l\neq s)$, а $k$-й столбец — длине ПП из $s$ в $x_l$. Элемент $(l, k)$ таблицы является списком $S_{lk}$ вершин, каждая из которых предшествует вершине $x_l$ хотя бы в одном ПП из $x_j$ в $x_l$ длины $k-1$. Если в графе $G$ не существует ПП из $x_j$ в $x_l$ длины $k-1$, то $S_{lk}=\varnothing$ и $x_l\notin X_k$.

Пусть $G=(X, A)$ — связный неориентированный граф с выделенными вершинами $s$ и $t$, у которого каждое ребро имеет длину 1.

**Алгоритм ТПП. Шаг 1.** Выбираем некоторую непомеченную вершину $x_j\in\Gamma(s)$.

1.1. Полагаем $R_j=\{x_l \mid (x_j, x_l)\in A, x_l\neq s\}$, $N=\varnothing$. Для всех $x_i\in X$ $(x_i\neq s, x_j, t)$ полагаем $R_i=\{x_l \mid (x_i, x_l)\in A, x_l\neq x_j\}$.