

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Н. Здрок



30 июня 2020 г.

Регистрационный № УД- 9555 /уч.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

**1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям)
направления специальности**

**1-31 03 07-01 Прикладная информатика (программное обеспечение
компьютерных систем)**

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 07-2013 и учебного плана № G31-167/уч. от 30.05.2013 г., типовой программы по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» № ТД-G.518/тип. от 20.06.2015 г.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Е.Г. Красногир, доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета
(протокол № 10 от 29.04.2020 г.);
Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 5 от 17.06.2020 г.).

Заведующий кафедрой
теории вероятностей и математической статистики

 А.Ю. Харин

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» знакомит студентов с основными методами построения и анализа математических моделей случайных явлений.

Цель преподавания учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»: изучение основных сведений о построении и анализе математических моделей, учитывающих случайные факторы.

При изложении материала учебной дисциплины важно показать возможности использования аппарата теории вероятностей и математической статистики при решении прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др. Целесообразно выделить моменты построения математических моделей естественных процессов с целью их последующего изучения методами теории вероятностей, математической статистики, а также обратить внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»:

- ознакомление студентов с основными понятиями теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов;
- демонстрация математической обоснованности процедур вероятностного и статистического анализа, понимание границ их применимости;
- развитие практических навыков в использовании методов вероятностного и статистического анализа для постановки и решения задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики и др.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием (бакалавра):

Учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к **циклу** общенаучных и общепрофессиональных дисциплин государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.:

Основой для изучения учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются учебные дисциплины «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел», «Аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения». Методы, излагаемые в учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика», связаны с учебными дисциплинами «Математическое моделирование», «Исследование операций» и рядом дисциплин специализации.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- аксиомы теории вероятностей;

- свойства вероятностной меры;
- определения и свойства случайных величин и их функций распределения;
- основные законы распределения вероятностей;
- определения и свойства математического ожидания, дисперсии, характеристической функции;
- виды и условия сходимостей последовательностей случайных величин;
- основные предельные теоремы;
- понятия, используемые в статистическом оценивании параметров;
- методы построения точечных и интервальных статистических оценок;
- основы проверки статистических гипотез;
- основные понятия теории случайных процессов;
- основные понятия, связанные со стационарностью, непрерывностью, дифференцированием и интегрированием случайных процессов;
- определения и свойства марковских случайных процессов;

уметь:

- вычислять вероятности событий;
- находить функции распределения и плотности вероятностей случайных величин;
- находить числовые характеристики случайных величин;
- исследовать сходимость последовательностей случайных величин;
- применять предельные теоремы;
- строить точечные и интервальные статистические оценки неизвестных параметров, исследовать их свойства;
- осуществлять статистическую проверку гипотез;
- определять числовые характеристики случайных процессов;

владеть:

- методами теории вероятностей и теории случайных процессов;
- основными методами статистической обработки данных;
- навыками самообразования и способами использования аппарата теории вероятностей и математической статистики для проведения теоретических и практических исследований.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» должно обеспечить формирование следующих академических и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.
профессиональные компетенции:

ПК-7. Применять профессиональные знания и навыки для проведения научных исследований в области прикладной информатики.

ПК-10. Формулировать выводы и рекомендации по применению результатов научно-исследовательской работы.

ПК-29. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 210 часов, в том числе – 102 аудиторных часа, из них: лекции – 68 часов, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 5 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I. Теория вероятностей

Тема 1.1. Основные понятия теории вероятностей.

1.1.1. Случайный эксперимент. Случайные события и соотношения между ними.

1.1.2. Понятие вероятности. Простейшие вероятностные модели.

1.1.3. Аксиомы теории вероятностей. Вероятностное пространство.

1.1.4. Свойства вероятности. Условная вероятность.

1.1.5. Формулы полной вероятности и Байеса.

1.1.6. Независимость событий.

Тема 1.2. Случайные величины.

1.2.1. Одномерные случайные величины и их функции распределения.

1.2.2. Типы случайных величин. Основные законы распределения вероятностей.

1.2.3. Многомерные случайные величины. Условные распределения. Независимость случайных величин.

1.2.4. Функциональные преобразования случайных величин.

Тема 1.3. Числовые характеристики случайных величин.

1.3.1. Математическое ожидание случайных величин и его свойства.

1.3.2. Неравенства для математического ожидания.

1.3.3. Условное математическое ожидание.

1.3.4. Моменты случайных величин. Дисперсия.

1.3.5. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин.

Тема 1.4. Характеристическая функция.

1.4.1. Характеристическая функция и ее свойства. Формула обращения, теорема единственности.

Тема 1.5. Сходимость последовательностей случайных величин.

1.5.1. Виды сходимости последовательностей случайных величин и их критерии (сходимость по распределению, сходимость по вероятности, сходимость в среднем).

1.5.2. Виды сходимости последовательностей случайных величин и их критерии (сходимость по почти наверное).

1.5.3. Соотношения между видами сходимости.

Тема 1.6. Предельные теоремы.

1.6.1. Закон больших чисел. Критерий и достаточные условия выполнимости закона больших чисел. Усиленный закон больших чисел.

1.6.2. Центральная предельная теорема и ее следствия.

Раздел II. Математическая статистика

Тема 2.1. Выборки и точечные оценки.

2.1.1. Выборки и выборочные характеристики. Основные понятия теории статистического оценивания.

Тема 2.2. Методы построения оценок.

2.2.1. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.

2.2.2. Метод наименьших квадратов.

2.2.3. Доверительный интервал. Методы построения интервальных оценок.

Тема 2.3. Проверка статистических гипотез.

2.3.1. Основные понятия теории статистической проверки гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Последовательный анализ Вальда.

2.3.2. Критерии согласия.

Раздел III. Случайные процессы**Тема 3.1. Основные понятия теории случайных процессов.**

3.1.1. Понятия случайного процесса и его вероятностных характеристик. Классификация случайных функций.

3.1.2. Непрерывность траекторий случайного процесса.

3.1.3. Основные характеристики и свойства стационарных случайных процессов.

Тема 3.2. Процессы с конечными моментами второго порядка.

3.2.1. Ковариационная функция случайного процесса и ее свойства. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость в среднем квадратичном.

Тема 3.3. Марковские случайные процессы.

3.3.1. Функция переходных вероятностей. Классификация марковских случайных процессов. Цепи Маркова с дискретным и непрерывным временем.

3.3.2. Стационарные вероятности для цепей Маркова. Диффузионный случайный процесс. Процессы с независимыми приращениями.

Тема 3.4. Статистический анализ временных рядов.

3.4.1. Оценка математического ожидания и ее свойства. Оценка ковариационной функции.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	Теория вероятностей	42			22		2	
1.1	Основные понятия теории вероятностей.	12			8			
1.1.1	Случайный эксперимент. Случайные события и соотношения между ними.	2			2			Устный опрос, решение задач
1.1.2	Понятие вероятности. Простейшие вероятностные модели.	2			2			Устный опрос, решение задач
1.1.3	Аксиомы теории вероятностей. Вероятностное пространство.	2						Устный опрос
1.1.4	Свойства вероятности. Условная вероятность.	2			1			Устный опрос, решение задач
1.1.5	Формулы полной вероятности и Байеса.	2			1			Устный опрос, решение задач
1.1.6	Независимость событий.	2			2			Устный опрос, решение задач, тест № 1
1.2	Случайные величины.	8			4			
1.2.1	Одномерные случайные величины и их функции распределения.	2						Устный опрос
1.2.2	Типы случайных величин. Основные законы распределения вероятностей.	2			2			Устный опрос, решение задач
1.2.3	Многомерные случайные величины. Условные	2			1			Устный опрос,

	распределения. Независимость случайных величин.							решение задач
1.2.4	Функциональные преобразования случайных величин.	2			1			Устный опрос, решение задач, тест № 2
1.3	Числовые характеристики случайных величин.	10			6			
1.3.1	Математическое ожидание случайных величин и его свойства.	2			2			Устный опрос, решение задач
1.3.2	Неравенства для математического ожидания.	2						Устный опрос
1.3.3	Условное математическое ожидание.	2						Устный опрос
1.3.4	Моменты случайных величин. Дисперсия.	2			2			Устный опрос, решение задач
1.3.5	Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин.	2			2			Устный опрос, контрольная работа № 1
1.4	Характеристическая функция.	2			2			
1.4.1	Характеристическая функция и ее свойства. Формула обращения, теорема единственности.	2			2			Устный опрос, решение задач
1.5	Сходимость последовательностей случайных величин.	6					2	
1.5.1	Виды сходимости последовательностей случайных величин и их критерии (сходимость по распределению, сходимость по вероятности, сходимость в среднем).	2					1	Устный опрос, собеседование
1.5.2	Виды сходимости последовательностей случайных величин и их критерии (сходимость по почти наверное).	2					0,5	Устный опрос, собеседование
1.5.3	Соотношения между	2					0,5	Устный

	видами сходимости.							опрос, собеседо- вание
1.6	Предельные теоремы.	4			2			
1.6.1	Закон больших чисел. Критерий и достаточные условия выполнимости закона больших чисел. Усиленный закон больших чисел.	2						Устный опрос
1.6.2	Центральная предельная теорема и ее следствия.	2			2			Коллоквиум по разделу I, решение задач
II	Математическая статистика	12			4		2	
2.1	Выборки и точечные оценки.	2						
2.1.1	Выборки и выборочные характеристики. Основные понятия теории статистического оценивания.	2						Устный опрос
2.2	Методы построения оценок.	6			4			
2.2.1	Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.	2			2			Устный опрос, решение задач
2.2.2	Метод наименьших квадратов.	2			1			Устный опрос, решение задач
2.2.3	Доверительный интервал. Методы построения интервальных оценок.	2			1			Устный опрос, решение задач, тест № 3
2.3	Проверка статистических гипотез.	4					2	
2.3.1	Основные понятия теории статистической проверки гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Последовательный анализ Вальда.	2					1	Устный опрос, собеседование
2.3.2	Критерии согласия.	2					1	Устный опрос, собеседование

III	Случайные процессы	14			4			
3.1	Основные понятия теории случайных процессов.	6						
3.1.1	Понятия случайного процесса и его вероятностных характеристик. Классификация случайных функций.	2						Устный опрос
3.1.2	Непрерывность траекторий случайного процесса.	2						Устный опрос
3.1.3	Основные характеристики и свойства стационарных случайных процессов.	2						Устный опрос
3.2	Процессы с конечными моментами второго порядка.	2			2			
3.2.1	Ковариационная функция случайного процесса и ее свойства. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость в среднем квадратичном.	2			2			Устный опрос, контрольная работа № 2
3.3	Марковские случайные процессы.	4			2			
3.3.1	Функция переходных вероятностей. Классификация марковских случайных процессов. Цепи Маркова с дискретным и непрерывным временем.	2			2			Устный опрос, решение задач
3.3.2	Стационарные вероятности для цепей Маркова. Диффузионный случайный процесс. Процессы с независимыми приращениями.	2						Устный опрос
3.4	Статистический анализ временных рядов.	2						
3.4.1	Оценка математического ожидания и ее свойства. Оценка ковариационной функции.	2						Устный опрос

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Боровков А.А. Математическая статистика. – СПб: Лань, 2010. – 704 с.
2. Боровков А.А. Теория вероятностей. – М.: ЛиброКом, 2018. – 652 с.
3. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 408 с.
4. Гливенко В.И. Курс теории вероятностей. – М.: Ленанд, 2019. – 244 с.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.
6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. – М.: Юрайт, 2020. – 479 с.
7. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузовераб. и доп. – М.: Юрайт, 2020. – 538 с.
8. Лифшиц М.А. Случайные процессы – от теории к практике, СПб: Лань, 2016. – 307 с.
9. Матальцкий М.А., Хацкевич Г.А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов учреждений высшего образования по физико-математическим специальностям. – Минск: Вышэйшая школа, 2017. – 590 с.
10. Розанов Ю.А. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика. – М.: Наука, 1985. – 320 с.
11. Харин Ю.С., Жук Е.Е., Лобач В.И., Орлова Е.Н., Харин А.Ю. Теория вероятностей, математическая статистика. Задачи, упражнения, тестовые задания: учеб. пособие. – Минск: БГУ, 2009. – 302 с.
12. Харин Ю.С., Зуев Н.М., Жук Е.Е. Теория вероятностей, математическая и прикладная статистика: учебник. – Минск: БГУ, 2011. – 463 с.
13. Ширяев А.Н. Вероятность. В 2-х кн. – М: МЦНМО, 2017. – 968 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Буре В.М., Парилина Е.М., Седаков А.А. Теория вероятностей и вероятностные модели. – СПб: Лань, 2020. – 296 с.
2. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. – М.: Наука, 1977. – 568 с.
3. Емельянов Г.В. Скитович В.П. Задачник по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие. – СПб: Лань, 2019. – 332 с.
4. Карлин С. Основы теории случайных процессов. – М.: Мир, 1988. – 354 с.
5. Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. – М.: Мир, 1969. – 398 с.
6. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.: Наука, 1987. – 240 с.

7. Amir A. Thinking Probabilistically: Stochastic Processes, Disordered Systems, and Their Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2020. – 242 p.
8. Ross S. Introduction to Probability Models. – Academic Press, 2019. – 827 p.
9. Shiryaev A.N. Probability-2. New York: Springer, 2019. – 356 p.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

В силу различного уровня подготовки студентов в самом начале курса рекомендуется провести ряд самостоятельных работ и устных опросов для определения этого уровня. И в зависимости от полученного результата варьировать тематику и степень сложности решаемых на лабораторных занятиях задач по учебной дисциплине.

Для текущего контроля качества усвоения знаний в течение семестра по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» студентами используется следующий диагностический инструментарий:

- коллоквиум;
- устные опросы на лекциях;
- проверка выполнения аудиторных и домашних заданий, которые выдаются студентам на каждом лабораторном занятии (задач по каждой теме учебной дисциплины);
- собеседования;
- тесты;
- контрольные работы, которые могут проводиться как в письменном виде, так и в виде теста на Образовательном портале ФПМИ БГУ.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» учебным планом предусмотрен экзамен.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Итоговая оценка формируется на основе:

Правил проведения аттестации студентов (Постановление Министерства образования Республики Беларусь от 29.05.2012 № 53);

Положения о рейтинговой системе оценки знаний по дисциплине в БГУ (Приказ ректора БГУ от 31.03.2020 № 189-ОД);

Критериев оценки студентов (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003).

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний для формирования оценки за текущую успеваемость:

- коллоквиум – 33%;
- контрольная работа № 1 – 17%, № 2 – 17%;
- тест № 1 – 11%, тест № 2 – 11%, № 3 – 11%.

Примерная тематика лабораторных занятий

Случайные события и соотношения между ними.

Простейшие вероятностные модели.

Свойства вероятности.

Условная вероятность.

Формулы полной вероятности и Байеса.

Независимость событий.

Дискретные и абсолютно непрерывные случайные величины. Основные законы распределения вероятностей.

Многомерные случайные величины. Условные распределения. Независимость случайных величин.

Функциональные преобразования случайных величин.

Математическое ожидание случайных величин и его свойства.

Дисперсия.

Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин.

Характеристическая функция и ее свойства.

Центральная предельная теорема.

Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.

Метод наименьших квадратов.

Методы построения интервальных оценок.

Ковариационная функция случайного процесса и ее свойства.

Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость в среднем квадратичном.

Цепи Маркова с дискретным и непрерывным временем.

Примерный перечень заданий

для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.5. Сходимость последовательностей случайных величин (2 ч.).

Ознакомление с примерами решения задач, приведенными в лекциях по рассматриваемой теме. Решение задач на сходимость по распределению, сходимость по вероятности, сходимость в среднем, сходимость почти наверное, на соотношения между видами сходимости случайных последовательностей.

Задание:

1) На вероятностном пространстве (Ω, F, P) , где $\Omega = [0, 1]$, $F = \mathcal{B}[0, 1]$ – σ -алгебра борелевских множеств отрезка $[0, 1]$, P – мера Лебега, задана последовательность

$$\xi_n^k(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \in \left[\frac{k-1}{n}, \frac{k}{n}\right], \\ 0, & \omega \notin \left[\frac{k-1}{n}, \frac{k}{n}\right]. \end{cases}$$

Сходится ли данная последовательность по вероятности?

2) Подбрасывается симметричная монета. По итогу подбрасывания строится случайная последовательность

$$\xi_n(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{орёл,} \\ 0, & \text{решка.} \end{cases}$$

Сходится ли данная последовательность по вероятности и по распределению?

3) Какие виды сходимости имеют место для последовательности

$$\xi_n(\omega) = \begin{cases} n^3, & \omega \in [0, 1/n^4], \\ 1, & \omega \in (1/n^4, 1]. \end{cases}$$

4) На (Ω, F, P) задана последовательность

$$P\{\xi_n = 0\} = 1 - \frac{1}{n^\alpha}, \quad P\{\xi_n = n\} = \frac{1}{2n^\alpha}, \quad P\{\xi_n = -n\} = \frac{1}{2n^\alpha}, \quad n \geq 1, \quad \alpha \in \left[\frac{3}{2}, 2\right].$$

Доказать, что $\xi_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\text{н.н.}} 0$, но L_2 -сходимость отсутствует.

5) Пусть X_n при каждом $n \geq 1$ имеет плотность вероятностей $p_{X_n}(x) = \frac{n}{\pi(1+(nx)^2)}$. Доказать, что $X_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{P} 0$, но не стремится к нулю в среднем квадратическом.

Форма контроля – собеседование по итогам выполнения студентами выданного им задания.

Тема 2.3. Проверка статистических гипотез (2 ч.).

Ознакомление с примерами решения задач, приведенными в лекциях по рассматриваемой теме. Решение задач на проверку гипотез с использованием критерия отношения правдоподобия, критериев согласия Пирсона и Колмогорова, вычисление вероятностей ошибок первого и второго родов.

Задание:

1) Интернет-магазин имел ежедневный доход θ_0 , дисперсия дохода σ^2 . Ему предлагают осуществить продвижение сайта в поисковых системах с целью повышения среднего дохода до $\theta_1 > \theta_0$. В течение тестового периода продвижения длительностью n дней регистрировались следующие ежедневные доходы: x_1, x_2, \dots, x_n . Используя гауссовскую модель, построить критерий отношения правдоподобия для проверки двух простых гипотез $H_0: \theta = \theta_0$ и $H_1: \theta = \theta_1, \theta_1 > \theta_0$, на уровне значимости p . Вычислить вероятности ошибок первого и второго родов.

2) Монету бросали 4040 раз. Получили 2048 выпадений герба и 1992 выпадений решки. Проверить, используя а) критерий Колмогорова; б) критерий Пирсона, согласуются ли эти данные с гипотезой H_0 о симметричности монеты при уровне значимости 0,05.

3) Получены следующие данные об интервалах времени между последовательными ремонтами компьютера в течение 6 месяцев (в часах): 1, 10, 20, 30, 40, 52, 63, 70, 80, 90, 100, 102, 130, 140, 190, 210, 266, 310, 530, 590, 640, 1340. Применяя критерий Колмогорова, проверить при уровне значимости 0,05,

согласуются ли эти данные с экспоненциальным распределением с параметром а) $\lambda = 0,1$, б) $\lambda = 0,01$.

Форма контроля – собеседование по итогам выполнения студентами выданного им задания.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

освоение содержания образования через решение практических задач;
приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;

ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;

использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, ссылки на учебные издания для теоретического изучения дисциплины, методические указания к лабораторным занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к экзамену, задания, тесты и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

Эффективность самостоятельной работы студентов проверяется в ходе текущего и итогового контроля знаний. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Случайные события и соотношения между ними.
2. Понятие вероятности. Простейшие вероятностные модели.
3. Алгебра, σ -алгебра. Измеримое пространство. Аксиомы теории вероятностей.
4. Свойства вероятности (вероятностной меры).
5. Условная вероятность и ее свойства. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

6. Независимые случайные события и их свойства.
7. Понятие случайной величины. Функция распределения и ее свойства.
8. Дискретные функции распределения. Основные законы дискретного распределения вероятностей.
9. Плотность распределения вероятностей и ее свойства. Основные абсолютно непрерывные законы распределения вероятностей.
10. Многомерная случайная величина и случайный n -вектор. n -мерная функция и плотность распределения. Свойства.
11. Условная функция распределения, условная плотность распределения вероятностей и их свойства.
12. Независимость случайных величин. Критерии независимости.
13. Функциональные преобразования случайных величин. Формула свертки.
14. Математическое ожидание случайных величин. Простейшие свойства.
15. Неравенства для математического ожидания. Мультипликативное свойство.
16. Условное математическое ожидание и его свойства.
17. Моменты скалярной случайной величины. Дисперсия и ее свойства.
18. Математическое ожидание и дисперсия для основных законов распределения вероятностей.
19. Ковариация, коэффициент корреляции и их свойства.
20. Характеристическая функция и ее свойства: ограниченность, комплексное сопряжение, линейные преобразования, связь с моментами. Характеристическая функция суммы независимых СВ.
21. Случайные последовательности: сходимость по распределению, по вероятности, в среднем.
22. Случайные последовательности: сходимость почти наверное. Эквивалентные определения.
23. Условия сходимости случайных последовательностей.
24. Соотношения между видами сходимости случайных последовательностей.
25. Закон больших чисел и условия его выполнения.
26. Усиленный закон больших чисел и условия его выполнения.
27. Центральная предельная теорема. Неравенство Берри-Эссеена. Теорема Муавра-Лапласа.
28. Случайная выборка. Понятие статистики, статистической оценки. Состоятельность, несмещенность, точность оценки.
29. Выборочная функция распределения, выборочная характеристическая функция, выборочные моменты, гистограмма и их свойства.
30. Неравенство Крамера-Рао. Эффективные оценки.
31. Метод моментов. Оценки по методу моментов. Пример.
32. Метод максимального правдоподобия и его свойства.
33. Регрессионные модели. Принцип метода наименьших квадратов и его геометрический смысл.

34. Оптимальные свойства МНК-оценки для линейной множественной регрессионной модели.
35. Интервальное оценивание параметров. Методы построения доверительных интервалов.
36. Построение доверительных интервалов для параметров нормального распределения.
37. Основные понятия теории статистической проверки гипотез.
38. Критерий отношения правдоподобия. Последовательный критерий отношения правдоподобия.
39. Критерии согласия.
40. Случайные процессы и их вероятностные характеристики. Классификация случайных функций.
41. Понятия стационарности случайного процесса.
42. Свойства ковариационных (корреляционных) функций. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость случайных процессов в среднеквадратическом.
43. Спектральная плотность случайного процесса. Белый шум.
44. Определение и классификация марковских случайных процессов.
45. Цепь Маркова с дискретным временем. Асимптотические свойства однородной цепи Маркова с дискретным временем.
46. Цепь Маркова с непрерывным временем.
47. Случайный процесс с независимыми приращениями. Винеровский случайный процесс и его свойства.
48. Пуассоновский случайный процесс и его свойства.
49. Понятие временного ряда. Оценка математического ожидания и ее свойства.
50. Оценка корреляционной функции временного ряда. Оценивание тренда методом наименьших квадратов.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Математическое моделирование	Кафедра математического моделирования и анализа данных	Предложений нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 10 от 29.04.2020 г.
Исследование операций	Кафедра информационных систем управления	Предложений нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 10 от 29.04.2020 г.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
 _____ (название кафедры) (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

_____ (ученая степень, ученое звание)

_____ (подпись)

_____ (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
 Декан факультета

_____ (ученая степень, ученое звание)

_____ (подпись)

_____ (И.О.Фамилия)