БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
_______________ О.Н.Здрок

«30» июня 2020 г.

Регистрационный № УД-9239/уч.

Методы оптимизации

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 09-2013 утвержденного 30.08.2013 и учебного плана № G31-137/уч. от 30.05.2013

СОСТАВИТЕЛИ:

Бахтин Виктор Иванович, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

Иванишко Ия Александровна, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

Лебедев Андрей Владимирович, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

Пиндрик Ольга Исааковна, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

Ромащенко Галина Станиславовна, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

Тыкун Александр Станиславович, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Пыжкова Ольга Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

Кротов Вениамин Григорьевич, заведующий кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики
(протокол № 12 от 04.06.2020);

Научно-методическим Советом БГУ

(протокол № 5 от 17.06.2020)

Зав. кафедрой ФАиАЭ , профессор ______________________ А.В. Лебедев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – повышение уровня профессиональной компетентности в решении проблем оптимизации в различных сферах трудовой деятельности, подготовка специалистов, способных использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований.

Задачи учебной дисциплины:

1. Обучение методам решения экстремальных задач в конечномерных пространствах.
2. Привитие навыков составления математических моделей, которые наилучшим образом соответствуют конкретной прикладной задаче и имеют строгие математические решения.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится **к циклу** специальных дисциплин (компонент учреждения образования)

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Изучение дисциплины базируется на знаниях дисциплин «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Алгебра и теория чисел», «Дифференциальные уравнения».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Методы оптимизации» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

социально-личностные компетенции:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные компетенции:

ПК-1. Использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований;

ПК-2. Понять поставленную задачу, оценить ее корректность;

ПК-3. Доказывать основные утверждения, выделять главные смысловые аспекты в доказательствах;

ПК-4. Самостоятельно разрабатывать алгоритмы решения и их анализировать;

ПК-5. Получать результат на основе анализа, его корректно формулировать, видеть следствия сформулированного результата;

ПК-11. Разрабатывать и реализовывать процессы жизненного цикла информационных систем, программного обеспечения, сервисов систем информационных технологий;

ПК-14. Использовать математические и компьютерные методы исследований при анализе современных естественнонаучных, экономических, социально-политических процессов.

ПК-17. Контролировать и поддерживать трудовую и производственную дисциплину;

ПК-18. Разрабатывать документацию (графики работ, инструкции, планы, заявки, деловые письма и т.п.), а также отчетную документацию по установленным формам;

ПК-19. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-20. Разрабатывать и согласовывать представляемые материалы.

ПК-21. Оптимизировать управленческие решения.

ПК-22. Определять цели инноваций и способы их достижения.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

— теоремы о существовании точек минимума (максимума) для функций на подмножествах конечномерных пространств;

— необходимые, а также достаточные условия первого и второго порядков для точек локального минимума (максимума) функций на подмножествах конечномерных пространств;

— основы выпуклого анализа и методы исследования выпуклых задач оптимизации;

— теорию выпуклого и линейного программирования;

— теорию нелинейного программирования;

— классификацию задач вариационного исчисления;

— необходимые, а также достаточные условия для нахождения слабого локального минимума (максимума) в задачах вариационного исчисления.

уметь:

— находить точки минимума и максимума для функций, определенных на конечномерных пространствах;

— строить модели экстремальных задач в конечномерных пространствах;

— с помощью дифференциальных критериев выпуклости проверять, является ли заданная функция выпуклой;

— использовать условия оптимальности и критерий Куна–Таккера для решения задач выпуклого программирования;

— использовать симплекс-метод для решения задач линейного программирования;

— использовать условия оптимальности первого и второго порядка для решения задач нелинейного программирования;

— находить точки слабого локального минимума и максимума для задач вариационного исчисления.

владеть:

— навыками описания математической модели прикладной задачи, а также ее решения методом множителей Лагранжа, симплекс-методом (в случае задачи линейного программирования) и используя результаты теории выпуклого программирования (если задача является выпуклой).

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 6 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Методы оптимизации» отведено:

– для очной формы получения высшего образования– 144 часа, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 28 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Введение
Тема 1.1. Общая задача оптимизации.
Тема 1.2. Нахождение минимумов и максимумов функций для задач безусловной оптимизации в конечномерных пространствах.

Раздел 2. Принцип множителей Лагранжа в конечномерных пространствах.
Тема 2.1. Общая задача оптимизации с ограничениями.
Тема 2.2. Принцип Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств.
Тема 2.3. Принцип Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств и неравенств.
Тема 2.4. Достаточное условие экстремума для задач с ограничениями типа равенств.
Тема 2.5. Достаточное условие экстремума для задач со смешанными ограничениями.

Раздел 3. Линейное программирование
Тема 3.1. Задача линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
Тема 3.2. Выпуклые множества, их свойства. Теоремы отделимости.
Тема 3.3. Крайние точки в канонической линейной задаче. Невырожденные задачи. Симплекс-метод.
Тема 3.4 Теория двойственности.

Раздел 4. Выпуклые задачи оптимизации
Тема 4.1. Выпуклые функции. Задача выпуклого программирования.
Тема 4.2. Условия оптимальности в задаче выпуклого программирования.
Тема 4.3. Условие Слейтера и критерий оптимальности Куна–Таккера.

Раздел 5. Задачи вариационного исчисления
Тема 5.1. Классическая задача вариационного исчисления. Слабый и сильный экстремумы. Необходимое условие экстремума: уравнение Эйлера-Лагранжа.
Тема 5.2. Необходимые условия второго порядка: условие Лежандра и условие Якоби. Достаточное условие Якоби.
Тема 5.3. Вариационные задачи с различными краевыми условиями.
Тема 5.4. Задача Больца. Необходимые условия существования слабого экстремума.
Тема 5.5. Изопериметрическая задача. Необходимые условия существования слабого экстремума.

2

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	**Название раздела, темы**	**Количество аудиторных часов**					**Количество часов по УСР**	**знанийФормы контроля**
		лекции	**практические занятия**	**занятиясеминарские**	**занятиялабораторные**	**Иное**		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	**Введение**	2	2					
1.1	*Общая задача оптимизации*	1						
1.1.1	Предмет курса, история, связь с другими математическими дисциплинами, значение и роль в естествознании, экономических, технических, социальных науках и их приложениях. Основные определения и понятия. Классификация задач оптимизации.	1						
1.2	*Нахождение минимумов и максимумов функций для задач безусловной оптимизации в конечномерных пространствах*	1	2					
1.2.1	Необходимые условия экстремума в конечномерной задаче безусловной оптимизации. Достаточное условие экстремума в конечно-мерной задаче безусловной оптимизации. Верхний и нижний пределы числовых последовательностей и функций. Полунепрерывные	1	2					Проверка индивидуальных заданий

	функции. Теоремы о существовании оптимальных решений							
2	**Принцип множителей Лагранжа в конечномерных пространствах.**	**12**	**10**				**2**	
2.1	*Общая задача оптимизации с ограничениями.*	4	2					
2.1.1	Локальный и глобальный минимумы. Дифференцируемость по направлениям, равномерная дифференцируемость по направлениям, полная производная. Конус допустимых и конус касательных направлений; их основные свойства. Необходимые условия локального минимума первого порядка для дифференцируемых и равномерно дифференцируемых по направлениям функций в задаче оптимизации с ограничениями.	2	1				1	Проверка индивидуальных заданий
2.1.2.	Достаточное условие строгого локального минимума для равномерно дифференцируемых функций в общей задаче оптимизации с ограничениями. Дважды вполне дифференцируемые функции. Необходимые, а также достаточные условия второго порядка для точек локального минимума в общей задаче оптимизации с ограничениями	2	1					
2.2	*Принцип Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств*	**2**	**2**					
2.2.1.	Формулировка принципа Лагранжа для гладких конечномерных задач с ограничениями типа равенств. Примеры решения задач.	2	2				1	Проверка индивидуальных заданий
2.3	*Принцип Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств и неравенств.*	2	2					

2.3.1.	Формулировка принципа Лагранжа для гладких конечномерных задач с ограничениями типа равенств и неравенств. Доказательство принципа Лагранжа.	2	1					Проверка индивидуальных заданий, опрос
2.3.2.	Примеры решения задач.		1					
2.4	*Достаточное условие экстремума для задач с ограничениями типа равенств*	2	2					
2.4.1.	Применение достаточного условия для задач с ограничениями типа равенств.	2	2					
2.5	*Достаточное условие экстремума для задач со смешанными ограничениями*	2	2					
2.5.1	Применение достаточного условия для задач с ограничениями типа равенств и неравенств. Доказательство достаточного условия.	2	2					Контрольная работа №1
3	**Линейное программирование**	**10**	**6**				**2**	
3.1	*Задача линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования*	2	2					
3.1.1	Формулировка задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация. Геометрический метод решения линейных задач для случая функций двух переменных.	2	2				1	Проверка индивидуальных заданий, опрос
3.2	*Выпуклые множества, их свойства. Теоремы отделимости*	2						
3.2.1	Выпуклые множества. Отделимость выпуклых множеств. Теоремы об отделимости. Опорные гиперплоскости.	2						Проверка индивидуальных заданий
3.3	*Крайние точки в канонической линейной задаче. Невырожденные задачи. Симплекс-метод*	4	2					

3.3.1	Крайние точки множества. Невырожденные линейные задачи. Невырожденные линейные задачи.	2	2				1	Проверка индивидуального задания, собеседование.
3.3.2	Начальный опорный план. Метод нахождения начального опорного плана.	2	2					
3.4	*Теория двойственности*	2						
3.4.1	Двойственная задача линейного программирования. Теорема двойственности	2						Контрольная работа №2
4	**Выпуклые задачи оптимизации**	6	4					
4.1	*Выпуклые функции. Задача выпуклого программирования*	2						
4.1.1	Выпуклые функции и их простейшие свойства. Непрерывность выпуклых функций. Дифференциальные свойства выпуклых функций. Дифференциальные критерии выпуклости функций. Непрерывность выпуклых функций. Дифференциальные свойства выпуклых функций. Дифференциальные критерии выпуклости функций. Критерий оптимальности решений выпуклой задачи оптимизации. Задача выпуклого программирования. Геометрический критерий оптимальности решений в задаче выпуклого программирования	2						
4.2	*Условия оптимальности в задаче выпуклого программирования*	2	2					
4.2.1	Условия оптимальности для решений задачи выпуклого программирования.	2	2					Проверка индивидуальных заданий, собеседование
4.3	Условие Слейтера и критерий оптимальности Куна–Таккера.	2	2					
4.3.1	Условие регулярности Слейтера и критерий	2	2					Контрольная работа №3

	оптимальности Куна–Таккера							
5	*Задачи вариационного исчисления*	4	6				2	
5.1	Классическая задача вариационного исчисления. Слабый и сильный экстремумы. Необходимое условие экстремума: уравнение Эйлера-Лагранжа.	1	1					
5.2	Необходимые условия второго порядка: условие Лежандра и условие Якоби. Достаточное условие Якоби.	1	2					
5.3	Вариационные задачи с различными краевыми условиями.		1					
5.4	Задача Больца. Необходимые условия существования слабого экстремума.	1	1				1	Проверка индивидуального задания, собеседование
5.5	Изопериметрическая задача. Необходимые условия существования слабого экстремума.	1	1				1	Проверка индивидуальных заданий, собеседование
	Всего по курсу	**34**	**28**				**6**	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Алексеев В. М., Галеев Э. М., Тихомиров В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: Учебное пособие. – Москва: Физматлит, 2005.
2. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Методы оптимизации. 2-ое издание. – Минск: Изд–во БГУ, 1981.
3. Галеев Э.М. Оптимизация. Теория. Примеры. Задачи. – Москва: КомКнига, 2006.
4. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Краткий курс теории экстремальных задач. – Москва: Изд–во МГУ, 1989.
5. Гороховик В.В. Конечномерные задачи оптимизации. – Минск: 2006.
6. Половинкин Е.С., Балашов М.В. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа. -М.:Физматлит, 2004.

Перечень дополнительной литературы

1. Ашманов С.А. Линейное программирование. Учебное пособие. – Москва: Наука, 1981.
2. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. – Москва: Наука, 1980.
3. Демьянов В.Ф. Условия экстремума и вариационное исчисление. – М.: Высшая школа, 2005.
4. Иоффе А. Д., Тихомиров В. М. Теория экстремальных задач. – Москва: Наука, 1974.
5. Тихомиров В. М. Рассказы о максимумах и минимумах. – Москва: Наука, 1986. – (Библиотечка “Квант”. Вып. 56).
6. Эльстер К.–Х. и др. Введение в нелинейное программирование.– Москва: Наука, 1985.
7. Гребенникова, И. В. Г79 Методы оптимизации : учебное пособие / И. В. Гребенникова. —. Екатеринбург : УрФУ, 2017. — 148 с. ISBN 978-5-7996-2090-5.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Формой текущей аттестации по дисциплине «*Методы оптимизации*» учебным планом предусмотрен экзамен.

Контроль работы студента проходит в форме собеседования, контрольной работы в аудитории или выполнения самостоятельных работ и практических упражнений в аудитории, а также самостоятельной работы вне аудитории с предоставлением отчета с его устной защитой. Задания к контрольным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Зачет по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- ответы на практических занятиях – 15 %;
- выполнение контрольных работ – 70 %;
- подготовка и защита индивидуального задания – 15 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов Вес оценка по текущей успеваемости составляет 30 %, оценка на экзамене – 70 %.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь №53 от 29.05.2012 г.).

2. ПОЛОЖЕНИЕ о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ №189-ОД от 31.03.2020

3. Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 г. № 21-04-1/105).

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2.1. *Общая задача оптимизации с ограничениями.(1ч.)*
Студент изучает определения локального и глобального экстремумов, необходимые и достаточные условия существования экстремумов, выполняет индивидуальное задание по теме.
Форма контроля — проверка индивидуального задания и собеседование. Укажите в карте

Тема 2.2. *Принцип Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств.(1ч.)*
Студент изучает необходимые и достаточные условия существования локальных экстремумов для задач с ограничениями типа равенств, выполняет индивидуальное задание по теме.
Форма контроля — проверка индивидуального задания и собеседование.

Тема 3.1. *Задача линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.(1ч.)*
Студент изучает постановку задачи линейного программирования, применение задач линейного программирования для решения важных практических экономических задач. Исследует существующее программное обеспечение, позволяющее решать задачи линейного программирования, выполняет индивидуальное задание по теме.
Форма контроля — проверка индивидуального задания и собеседование.

Тема 3.3. *Крайние точки в канонической линейной задаче. Невырожденные задачи. Симплекс-метод.(1ч.)*
Студент изучает определение крайних точек задачи линейного программирования, методы их нахождения, устанавливает их роль в поиске решения задачи линейного программирования. Изучает схему симплекс-метода, выполняет индивидуальное задание по теме.
Форма контроля — проверка индивидуального задания и собеседование.

Тема 5.4. *Задача Больца. Необходимые условия существования слабого экстремума.(1ч.)*
Студент изучает постановку задачи Больца, необхождимые теоретические сведения относительно поиска локальных экстремумов в этой задаче, выполняет индивидуальное задание по теме.
Форма контроля — проверка индивидуального задания и собеседование.

Тема 5.5. *Изопериметрическая задача. Необходимые условия существования слабого экстремума.(1ч.)*
Студент изучает постановку изопериметрической задачи, необхождимые теоретические сведения относительно поиска локальных экстремумов в этой задаче, выполняет индивидуальное задание по теме.

Форма контроля — проверка индивидуального задания и собеседование.

Примерная тематика практических занятий

1. Экстремумы функций одной переменной.
2. Экстремумы функций нескольких переменных. Производная по направлению: определение, контрпримеры
3. Решение практикоориентированных задач
4. Доказательство неравенств
5. Гладкие задачи с ограничениями типа равенств. Метод множителей Лагранжа.
6. Гладкие задачи с ограничениями типа неравенств.
7. Смешанные гладкие задачи.
8. Доказательство неравенств. Решение практикоориентированных задач
9. Линейное программирование: составление задач, графический метод решения.
10. Линейное программирование: графический метод решения с параметром, метод исключения переменных
11. УСР: симплекс-метод.
12. Выпуклые задачи: теорема Куна-Такера
13. Классическая вариационная задача, уравнение Элера-Лагранжа
14. Условие Лежандра, условие Якоби. Достаточное условие Якоби существования слабого локального экстремума
15. Задача Больца. Задача со свободными концами. Изопериметрическая задача.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется ***эвристический и практико-ориентированный подходы,*** которые предполагают**:**

- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры
- анализ ситуации, с использованием профессиональных знаний, собственного опыта, дополнительной литературы и иных источников.

Также ***используется метод группового обучения,*** который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Все результаты и достижения группируются на основе основных видов деятельности студентов: учебной, научно-исследовательской и иной. Методы обеспечивают появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся, кроме подготовки к экзамену, подготовка к зачету

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

– поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;

– выполнение домашнего задания;

– работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;

– изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;

– подготовка к практическим семинарским занятиям;

– научно-исследовательские работы;

– анализ статистических и фактических материалов по заданной теме, проведение расчетов, составление схем и моделей на основе статистических материалов;

– подготовка и написание рефератов, докладов, эссе и презентаций на заданные темы;

– подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Классификация задач оптимизации.
2. Необходимые условия экстремума в конечномерной задаче безусловной оптимизации. Достаточное условие экстремума в конечномерной задаче безусловной оптимизации.
3. Верхний и нижний пределы числовых последовательностей и функций. Полунепрерывные функции.
4. Теоремы о существовании оптимальных решений
5. Локальный и глобальный минимумы. Дифференцируемость по направлениям, равномерная дифференцируемость по направлениям, полная производная.
6. Конус допустимых и конус касательных направлений; их основные свойства.
7. Необходимые условия локального минимума первого порядка для дифференцируемых и равномерно дифференцируемых по направлениям функций в задаче оптимизации с ограничениями.
8. Достаточное условие строгого локального минимума для равномерно дифференцируемых функций в общей задаче оптимизации с ограничениями.
9. Дважды вполне дифференцируемые функции.
10. Необходимые, а также достаточные условия второго порядка для точек локального минимума в общей задаче оптимизации с ограничениями.
11. Принцип Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств.
12. Принцип Лагранжа для задач с ограничениями типа равенств и неравенств.
13. Достаточное условие экстремума для задач с ограничениями типа равенств
14. Достаточное условие экстремума для задач со смешанными ограничениями.
15. Формулировка задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация.
16. Выпуклые множества и их основные свойства.
17. Отделимость выпуклых множеств. Теоремы об отделимости.
18. Опорные гиперплоскости. Крайние точки множества.
19. Линейное программирование. Примеры задач. Основные определения и свойства. Точки экстремума в задаче линейного программирования.
20. Отделяющая, опорная гиперплоскость. Теорема об отделяющей гиперплоскости для замкнутого множества.

21. Отделяющая, опорная гиперплоскость. Теорема об отделяющей гиперплоскости для произвольного (не обязательно замкнутого) множества.
22. Отделяющая, опорная гиперплоскость. Теорема об отделении двух множеств.
23. Выпуклый конус. Теорема об опорной гиперплоскости к выпуклому конусу.
24. Двойственный, бидвойственный конусы. Их свойства.
25. Выпуклые линейные комбинации, выпуклая оболочка.

Невырожденные линейные задачи. Начальный опорный план.

26. Графический метод решения задач линейного программирования.
27. Симлекс-метод.
28. Метод искусственного базиса (w-задача).
29. Двойственная задача линейного программирования. Теорема двойственности.
30. Выпуклые функции и их простейшие свойства. Непрерывность выпуклых функций.
31. Непрерывность выпуклых функций. Дифференциальные свойства выпуклых функций. Дифференциальные критерии выпуклости функций.
32. Непрерывность выпуклых функций. Дифференциальные свойства выпуклых функций. Дифференциальные критерии выпуклости функций.
33. Критерий оптимальности решений выпуклой задачи оптимизации.
34. Задача выпуклого программирования. Геометрический критерий оптимальности решений в задаче выпуклого программирования.
35. Условия оптимальности для решений задачи выпуклого программирования.
36. Условие регулярности Слейтера и критерий оптимальности Куна–Таккера.
37. Слабый и сильный экстремум в классической вариационной задаче.
38. Локальный и глобальный экстремум в классической вариационной задаче.
39. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
40. Условие Лежандра.
41. Условие Якоби.
42. Усиленное достаточное условие Якоби существования достаточного экстремума классической вариационной задачи.
43. Задача Больца. Необходимые условия существования слабого локального экстремума
44. Задача с подвижными концами. Необходимые условия существования локального экстремума.
45. Изопериметрическая задача. Задача Дидоны. Необходимые условия существования локальных экстремумов.

Примерный перечень заданий для контрольной работы

Контрольная работа №1

Вариант №

1. Решить методом Лагранжа

$$\begin{cases} xy(8-x-y) \to \text{extr}, \\ x+y \le 15, \\ x \ge 1, \quad y \ge 1. \end{cases}$$

2. Решить задачу симплекс-методом, найдя начальный опорный план при помощи метода искусственного базиса:

$$\begin{cases} z = -2x_1 + 4x_2 \to \max, \\ 4x_1 + 3x_2 \ge 4, \\ 3x_1 + 4x_2 \le 4, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Контрольная работа №2

Вариант №

1. Используя геометрические построения, решить задачу ЛП:

$$z = ax_1 + 2x_2 \to \text{extr}, \quad a \in \mathbb{R}, \qquad \Omega = \begin{cases} x_2 - x_1 \le 3 \\ 2x_1 - x_2 \le 4 \\ x_1 + 3x_2 \le 6 \end{cases}.$$

2. Решить задачу симплекс-методом, найдя начальный опорный план при помощи метода искусственного базиса:

$$z = -2x_1 + 5x_2 \to \max,$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \ge 5 \\ 3x_1 + 4x_2 \le 4 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0. \end{cases}.$$

3. Построить двойственную задачу:

$$z = 3x_1 - 5x_2 + x_4 \to \max,$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 9x_3 = 2 \\ -2x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 7x_4 \ge 3 \\ 8x_1 - 4x_3 + 2x_4 \le -2 \\ x_3 \ge 0 \\ x_4 \le 0. \end{cases}.$$

Контрольная работа №3

10.1. $\begin{cases} z = x_1 + x_2 \to \max, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 16, \\ x_1 - x_2 \leqslant 2, \\ x_i \geqslant 0, \ i = 1, \ldots, 3. \end{cases}$

10.2. $\begin{cases} z = -10x_1 - x_2 \to \min, \\ 2x_1 + 11x_2 \leqslant 7, \\ 4x_1 - 5x_2 \geqslant 5, \\ x_1, x_2 \geqslant 0. \end{cases}$

10.3. $\begin{cases} z = -3x_1 + 12x_2 \to \max, \\ x_1 + 4x_2 \leqslant 16, \\ x_1 - x_2 \geqslant -2, \\ 3x_1 - 5x_2 \leqslant 8, \\ x_1 \geqslant 0. \end{cases}$

10.4. $\begin{cases} z = -x_1 + 3x_2 \to \min, \\ 3x_1 - 2x_2 \leqslant 3, \\ -5x_1 - 4x_2 \geqslant -9, \\ 2x_1 + x_2 \geqslant -5, \\ x_1, x_2 \geqslant 0. \end{cases}$

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1.Уравнения математической физики	Математическая кибернетика	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
2.Функциональный анализ	Функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)

4

5

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на ____/_____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры ______________________________ (протокол № ____ от ________ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

______________________ ________________ ___________________

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

______________________ ________________ ___________________