где $h_{(i)}$ — i-я строка матрицы H. С помощью этих функций подсчитаем верхние и нижние экстремальные значения $\xi^+_{(i)}$, $\xi^-_{(i)}$ возмущения $\xi \in \Xi$:

$$\psi'_{(i)}(t^*)\, G\, \xi^+_{(i)} = \max_{\xi\in\Xi} \psi'_{(i)}(t^*)\, G\xi,$$

$$\psi'_{(i)}(t^*)\, G\xi^-_{(i)} = \min_{\xi\in\Xi} \psi'_{(i)}(t^*)\, G\xi,\ i \in I_{\text{оп}}.$$

Далее, подсчитаем экстремальные значения выходных сигналов:

$$W^t_{(i)}(t^*) = H(i,\ N)\, x_{(i)}(t^*) + G(i,\ K)\, \xi^+_{(i)},$$

$$W^-_{(i)}(t^*) = H(i,\ N)\, x_{(i)}(t^*) + G(i,\ K)\, \xi^-_{(i)},\ i \in I_{\text{оп}}.$$

Принцип максимума. Пусть $\{u(\cdot),\ M_{\text{оп}}\}$ — опорное μ-управление. Для оптимальности μ-управления $u(t)$, $t \in T$, достаточно, чтобы выполнялись:

1) условие максимума

$$\psi'(t)\, B(t)\, u(t) = \max_{u_* \leqslant u \leqslant u^*} \psi'(t)\, B(t)\, u,\ t \in T; \tag{12}$$

2) условия трансверсальности

$$\begin{aligned} &\nu_i \leqslant 0 \ \text{при}\ W^+_{(i(}(t^*) = h^*_i + \lambda d^*_i;\\ &\nu_i \geqslant 0 \ \text{при}\ W^-_{(i)}(t^*) = h_{*i} + \lambda d_{*i};\\ &\nu_i = 0 \ \text{при}\ h_{*i} + \lambda d_{*i} < W^-_{(i)}(t^*),\\ &W^+_{(i)}(t^*) < h^*_i + \lambda d^*_i,\ i \in I_{\text{оп}}. \end{aligned} \tag{13}$$

Пусть $\{u(\cdot),\ M_{\text{оп}}\}$ — невырожденное опорное μ-управление. Для оптимальности μ-управления $u(t)$, $t \in T$, выполнение соотношений (12), (13) необходимо.

Список литературы

1. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И., Ракецкий В. М., Тятюшкин А. И. Конструктивные методы оптимизации. Мн., 1984, 1986, 1987. Ч. 1—4.

2. Тагайназаров С. Оптимальное управление линейной системой в условиях неопределенности / Редкол. журн. «Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех.» Мн., 1989. 40 с. Деп. в ВИНИТИ 28.02.89. № 1364-В89.

Поступила в редакцию 17.01.91.

УДК 681.518.25

В. А. МОЩЕНСКИЙ, В. А. ЯНЦЕВ

О НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТИ ВЫВОДОВ В СПЕЦИАЛЬНЫХ ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМАХ

Экспертные системы (ЭС) широко внедряются в современном мире, появляются руководства ([1], [2]) по их разработкам, причем в [2. Гл. 4] содержится обзор наиболее популярных отечественных и зарубежных их оболочек. В этих руководствах дана базовая структура ЭС, описаны средства их разработки и т. п. Но возникают новые задачи и способы их решения. Представим себе такую программу П. Она обрабатывает довольно большой мощности множество векторов по правилам вида: посылка — заключение, т. е. по правилам, используемым в ЭС [2. С. 126]. Посылками этих правил служат некоторые характеристики, связанные с компонентами векторов из обрабатываемого множества или с некоторыми свойствами самих множеств, причем посылки правил могут изменяться под действием обрабатываемого множества. Результатом работы программы П служат некоторые сообщения в терминах компонент векторов или характеристик множеств. Такую программу и ей подобные рекомендуется называть ЭС [2. С. 9]. В действительности, некоторый вариант

П уже работает. Но обнаружилось, что при обработке некоторых множеств векторов эта программа выдает несовместимые рекомендации, где несовместимость означает, что такие рекомендации не могут быть выполнены одновременно. Эта заметка посвящена исследованию проблемы непротиворечивости в таких специальных ЭС.

Определение 1. Экспертную систему, обрабатывающую множество векторов, назовем непротиворечивой, если при каждой обработке любого подмножества векторов по соответствующим правилам, выбираемым однозначно, получаются совместимые результаты.

Лемма 1. Если в ЭС два или более правил при одинаковых посылках содержат несовместимые следствия, то эта система не является непротиворечивой (т. е. противоречива).

Доказательство. Допустим, что в ЭС имеются два правила P_1 и P_2, которые имеют одну и ту же посылку, но несовместимые следствия, скажем, R_1 и R_2. Тогда для соответствующего подмножества векторов A, которое требует привлечения правила с посылкой, равной посылке правил P_1 и P_2 (которые у них одинаковы), можно получить два несовместимых результата R_1 и R_2 после первого применения этих правил. Лемма доказана. Из нее вытекает

Следствие 1. Если ЭС является непротиворечивой, то в ней не должно быть двух или более правил с одинаковыми посылками и несовместимыми заключениями.

Предположим, что правила выводов такой ЭС могут изменяться в зависимости от обрабатываемых подмножеств векоторов и уже полученных результатов. Пусть $Q_1(x), \ldots, Q_m(x)$ (где x — скаляр или вектор) есть все те операции, которые фигурируют в посылках правил рассматриваемой ЭС. Тогда множество всех таких операций назовем ядром ЭС.

Определение 2. Ядро ЭС $\{Q_1(x), \ldots, Q_m(x)\}$ назовем согласованным, если для любых двух различных подмножеств $\{(Q_{i_1}, \ldots, Q_{i_p}\}$ и $\{Q_{j_1}, \ldots, Q_{j_p}\}$ равной мощности $p (p \geqslant 1)$ и любых двух правил вывода системы, содержащих соответственно только эти операции в своих посылках, при всех тех значениях m переменной x, когда посылки этих правил истинны и заключения несовместимы, выполнено хотя бы при одном k $(1 \leqslant k \leqslant p)$ следующее неравенство $Q_{i_k}(m) \neq Q_{j_k}(m)$.

Определелие 3. ЭС назовем элементарной, если посылка каждого правила этой системы содержит одно вхождение только одной операции из ее ядра, и, следовательно, определение 2 согласованности ядра имеет место при $p=1$.

Лемма 2. Если ядро элементарной ЭС не является согласованным, то такая ЭС является противоречивой.

Доказательство. Пусть выполняются условия этой леммы. Тогда согласно несогласованности в ядре системы найдутся две различные операции Q_i и Q_j и два различных правила $P_i \to R_i$ и $P_j \to R_j$, где P_k содержит только одно вхождение одной операции Q_k $(k \in \{i, j\})$; далее, при любом значении m, когда $P_i(m) = P_j(m)$ есть истина, а $R_i(m)$ и $R_j(m)$ несовместимы, имеем $Q_i(m) = Q_j(m)$. Это означает, что в системе применяются (по крайней мере) два правила с равносильными посылками и несовместимыми заключениями. Другими словами, применяются два правила, позволяющие из одного и того же факта $Q_i(m) = Q_j(m)$ вывести несовместимые следствия $R_i(m)$ и $R_j(m)$. Получили противоречие. Лемма доказана. Из этой леммы непосредственно вытекает

Следствие 2. Если элементарная ЭС является непротиворечивой, то ее ядро является согласованным.

Под базой знаний (БЗ), следуя [2. С. 24], будем понимать базу фактов, а непротиворечивость ее означает их совместимость.

Теперь перейдем к основному утверждению.

Теорема (критерий непротиворечивости элементарных ЭС). Элементарная ЭС с непротиворечивой БЗ является непротиворечивой тогда и только тогда, когда ее ядро является согласованным и она не содержит двух правил с равными посылками и несовместимыми заключениями.

Доказательство. *Необходимость.* Пусть элементарная ЭС с непротиворечивой БЗ является непротиворечивой. Докажем, что ее ядро является согласованным и она не содержит двух правил с равными посылками и несовместимыми заключениями. Допустим противное. Пусть ЭС содержит два правила с равными посылками и несовместимыми заключениями и ее ядро не является согласованным. Тогда, согласно леммам 1 и 2, такая ЭС является противоречивой. Необходимость доказана.

Достаточность. Пусть элементарная ЭС с непротиворечивой БЗ имеет согласованное ядро и в ней нет двух правил с равными посылками и несовместимыми заключениями. Докажем, что такая ЭС является непротиворечивой. Доказательство проведем индукцией по длине выводов, понимая под длиной данного вывода число примененных в нем правил.

Базис индукции. Длина выводов равна нулю. В таком случае все факты совпадают с БЗ, которая является непротиворечивой по условию.

Индуктивное предположение. Пусть во всесоюзных выводах длины n $(n \geqslant 0)$ нет противоречий.

Индуктивный переход. Докажем, что и во всевозможных выводах длины $n+1$ также не будет возникать противоречий. В самом деле, каждый вывод длины $n+1$ получается из соответствующего вывода длины n при помощи применения какого-либо правила вывода системы. Любой вывод длины n по предположению не дал противоречивых утверждений. Тогда в соответствии с согласованностью ядра системы и отсутствием в ней двух правил с равными посылками и несовместимыми заключениями, какое бы правило вывода «не удлиняло» вывод длины n, мы не получим несовместимых следствий. Достаточность доказана, а вместе с ней и теорема.

Список литературы

1. Уотерман Д. Руководство по экспертным системам. М., 1989.
2. Крисевич В. С. и др. Экспертные системы для персональных компьютеров: методы, средства, реализации. Мн., 1990.

Поступила в редакцию 20.11.90.

УДК 681.3.06

М. К. БУЗА, КАН СЕН ЧЕР (КНДР)

О НОРМАЛИЗОВАННОЙ БЕЗРАНГОВОЙ СИСТЕМЕ В КОДЕ ВЫЧЕТОВ

Безранговая система в коде вычетов (БСКВ) [1] упрощает алгоритмы нахождения позиционных характеристик модулярного кода и значительно расширяет область определения арифметических операций. В БСКВ, однако, надо специальным образом выбирать основания системы. Ниже вводится и исследуется нормализованная БСКВ (НБСКВ), которая может быть построена на множестве оснований, удовлетворяющих требованиям классической системы в коде вычетов и сохраняет достоинства БСКВ. Идея нормализованного кода изучалась в [2, 3].

Основные обозначения: $N = \prod_{i=1}^{n} P_i$, $N_i = N/P_i$, m_i — веса ортогональных базисов.

Пусть $(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \ldots, \tilde{\alpha}_n, \tilde{r}_A)$—нормализованный модулярный код, а r_A— нормализованный ранг некоторого числа A [2, 3], где $\tilde{\alpha}_i = |m_i A|_{P_i}$.

Определение 1. Несимметричная НБСКВ—это тройка $C = \langle P_1, S_1, D_1 \rangle$, где $P_1 = \{P_1, P_2, \ldots, P_n\}$ —множество оснований системы; $S_1 = \{(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \ldots, \tilde{\alpha}_n;$