

тов отражения зеркал). Расчетные данные позволяют количественно оценить это уменьшение. С ростом величины $k(t)\beta$ усиливается деформация мод, селективирующие свойства резонатора ухудшаются вплоть до исчезновения ярко выраженной модовой структуры поля в нем. Дальнейшее увеличение $k(t)\beta$ сопровождается улучшением селективирующих свойств интерферометра и их полным восстановлением при $k(t)\beta = 1$. Затем описанные процессы повторяются периодически (период по $k(t)\beta$ равен 1). Эти данные (качественные и количественные) могут быть использованы при разработке основанных на быстром нарушении фазового условия стационарного режима методов управления характеристиками генерируемого излучения. Они также могут найти применение при создании оптических бистабильных элементов на основе нелинейных интерферометров. Хотя в подобных устройствах оптическая база невелика, скорости ее изменения, как показывают оценки, могут быть весьма значительными, так что будет иметь место заметный дополнительный набег фазы излучения за полный обход интерферометра, обусловленный нестационарностью его базы. При этом возможна ситуация, когда модовая структура светового поля в таком резонаторе окажется в значительной степени стертой, что наложит ограничения на возможность использования устройства как бистабильной системы.

Таким образом, связанные с нарушением фазового условия стационарного режима эффекты налагают физические ограничения на быстроедействие бистабильных оптических элементов. Кроме того, подобные эффекты должны приводить к зависимости параметров таких элементов от формы управляющего импульса при заданной его длительности. Эти вопросы подлежат дальнейшему исследованию.

Список литературы

1. Gerardo J. B., Verdegem J. T., Gulinow M. A. // Journ. Appl. Phys. 1965. V. 36. № 7. P. 2146.
2. Dangor A. E., Fielding S. J. // Journ. Phys. D: Appl. Phys. 1970. V. 3. P. 413.
3. Баранов Р. И., Широков Ю. М. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. Вып. 6. С. 2123.
4. Vambini A., Burlamacchi P. // Journ. Appl. Phys. 1968. V. 39. № 10. P. 4864.
5. Гурсунов А. Т. // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. Вып. 6. С. 1919.
6. Корниенко Л. С., Кравцов Н. В., Шелаев А. Н. // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 2. С. 421.
7. Анохов С. П., Марусий Т. Я., Соскин М. С. // Перестраиваемые лазеры. М., 1982. С. 309.
8. Bode F. // Zeitsch. Naturforsch. 1978. Bd. 33a. H. 8. S. 914.
9. Margburger J. H., Felber F. S. // Phys. Rev. A. 1978. V. 17. P. 335.
10. Войтович А. П. // Докл. АН БССР. 1983. Т. 27. № 9. С. 798.
11. Борн М., Вольф Э. // Основы оптики. М., 1973. С. 322.

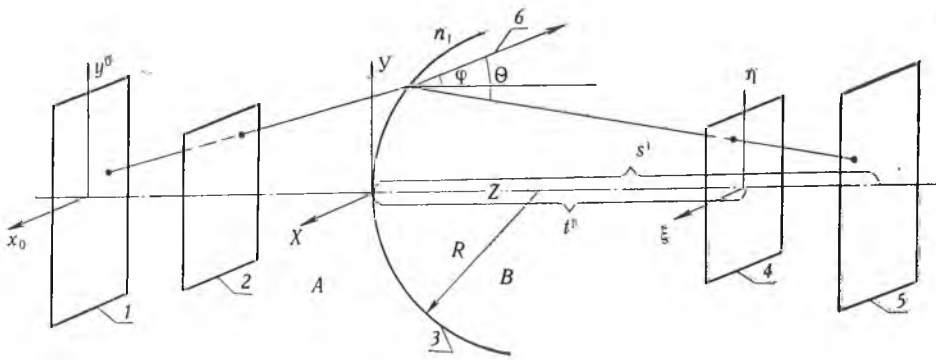
Поступила в редакцию 10.06.91.

УДК 535.8

В. В. ЕРМАКОВ, И. В. СТАШКЕВИЧ

АБЕРРАЦИИ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ЛИНЗ

Оптические элементы из анизотропных материалов дают новые, часто уникальные возможности для построения оптических систем. В частности, линзы из кристаллических материалов [1—3] могут найти применение в составе различных преобразователей световых пучков. В данной статье исследуются особенности геометрических aberrаций оптических систем, состоящих из анизотропных материалов. Для нахождения их привлекается теория эйконалов и рассчитываются только первичные aberrации в системе, состоящей из сферических преломляющих поверхностей (любая линзовая система является набором сферических преломляющих поверхностей). Однако применяемый метод расчета позволяет



Нахождение первичных aberrаций преломляющей поверхности с присутствием анизотропных сред:

A — изотропный материал; *B* — кристалл; 1 — плоскость предмета; 2 — плоскость входного зрачка; 3 — преломляющая поверхность; 4 — плоскость выходного зрачка; 5 — плоскость изображения; 6 — оптическая ось одноосного кристалла

находить и aberrации более высоких порядков для любой сферически симметричной системы. Для уточнения первичных aberrаций, возникающих в системе из анизотропных материалов, может быть привлечен метод построения хода луча, основные принципы которого изложены в работе [4]. В работе [3] с помощью этого метода рассчитана сферическая aberrация кристаллической бифокальной линзы.

Рассмотрим сначала одну преломляющую поверхность, разделяющую изотропный материал *A* и кристалл *B* (рисунок). Теория aberrаций такой системы отличается от случая изотропных материалов зависимостью скорости распространения необыкновенной волны в кристалле от направления. Для одноосного кристалла эта зависимость имеет вид [5]:

$$V^2 = V_0^2 \cos^2 \Theta + V_e^2 \sin^2 \Theta, \quad (1)$$

где Θ — угол между направлением распространения света и оптической осью кристалла.

Введем систему координат (X, Y, Z) так, чтобы ось кристалла находилась в плоскости (Y, Z), а оптическая ось преломляющей поверхности совпала с осью Z . Тогда показатель преломления для необыкновенного луча ($n = \frac{c}{v}$), распространяющегося вдоль оси Z , с учетом (1) можно найти по формуле:

$$n_2 = \frac{n_e}{\sqrt{1 + \varepsilon \cos^2 \varphi}}, \quad \varepsilon = \frac{n_e^2 - n_0^2}{n_0^2}, \quad (2)$$

где n_0 и n_e — главные значения показателей преломления обыкновенного и необыкновенного луча соответственно; φ — угол между оптической осью кристалла и осью Z .

Этот показатель преломления будет определять парааксиальный фокус преломляющей поверхности, а следовательно, расположение плоскости изображения поверхности. Найдем теперь показатель преломления для луча с угловыми компонентами $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ в кристалле. Для этого с помощью геометрических преобразований выразим угол Θ через угловые компоненты и подставим в (1). Окончательно получаем:

$$n = n_e \cdot (1 + \varepsilon \cos^2 \varphi + \varepsilon [(\sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi) - \cos^2 \beta - \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha + \sin 2\varphi \cos \beta \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}])^{-\frac{1}{2}}. \quad (3)$$

Данное выражение можно разложить по степеням угловых компонент. Число оставляемых в разложении степеней зависит от порядка вычисляемых aberrаций. Для вычисления aberrаций 3-го порядка и ниже

в разложении нужно оставлять вторые и первые степени угловых компонент. Тогда:

$$n = n_2 (1 + \delta \cos^2 \alpha + \kappa \cos^2 \beta_2 + \lambda \cos \beta_2), \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{2} \varepsilon \frac{n_2^2}{n_e^2} \cos^2 \varphi, \\ \kappa &= \frac{1}{2} \varepsilon \frac{n_2^2}{n_e^2} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi), \\ \lambda &= \frac{1}{2} \varepsilon \frac{n_2^2}{n_e^2} \sin 2\varphi. \end{aligned}$$

Для получения аберраций найдем угловую характеристику сферической преломляющей поверхности. Она выявляется аналогично как и для поверхности, разделяющей изотропные материалы, и имеет вид [5]:

$$\begin{aligned} T(\cos \alpha_1, \cos \beta_1, \cos \alpha_2, \cos \beta_2) &= \frac{R}{2(n-n_1)} [(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)^2 + \\ &+ (\cos \beta_1 - \cos \beta_2)^2] - \frac{R}{2(n-n_1)^2} [(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) + (\cos \beta_1 - \cos \beta_2)] \times \\ &\times \left[\frac{\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \beta_1}{n_1} - \frac{\cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \beta_2}{n} \right] - \frac{R}{8(n-n_1)^3} [(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)^2 + \\ &+ (\cos \beta_1 - \cos \beta_2)^2]^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Отличие состоит в том, что n зависит от α_2, β_2 . Эта зависимость представлена в (4). Подставляя (4) в (5), находим нужную угловую характеристику. Как и в случае изотропных материалов, она представляет собой разложение по степеням угловых компонент. В случае изотропных материалов член третьей степени в разложении отсутствует. Однако для кристаллических материалов он уже становится отличным от нуля и имеет вид:

$$\begin{aligned} T^{(3)} &= \left(\frac{R}{n_2 - n_1} [(p_2 - p_1) p_2 + (q_2 - q_1) q_2] + \frac{n_2 R}{2(n_2 - n_1)} [(p_2 - p_1)^2 + \right. \\ &\left. + (q_2 - q_1)^2] \right) \cdot \lambda q_2, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$p_1 = n_1 \cos \alpha_1, \quad p_2 = n_2 \cos \alpha_2, \quad q_1 = n_1 \cos \beta_1, \quad q_2 = n_2 \cos \beta_2.$$

Четвертый порядок разложения угловой характеристики можно представить в виде:

$$\begin{aligned} T^{(4)} &= \left(\frac{R}{n_2 - n_1} [(p_2 - p_1) p_2 + (q_2 - q_1) q_2] + \right. \\ &\left. + \frac{n_2 R}{2(n_2 - n_1)} [(p_2 - p_1)^2 + (q_2 - q_1)^2] \right) \cdot \lambda q^2, \end{aligned} \quad (7)$$

где T_0 — угловая характеристика преломляющей поверхности, разделяющей изотропные материалы с показателями преломления n_1 и n_2 .

Третий порядок в разложении угловой характеристики свидетельствует о наличии аберраций 2-го порядка. В системе, выполненной из изотропных материалов, эти аберрации отсутствуют. В системе из кристаллических материалов они появляются, если $\sin 2\varphi \neq 0$, т. е. ось кристалла наклонена к оптической оси преломляющей поверхности под некоторым не равным 0 или 90° углом. Для вычисления лучевых аберраций 2-го порядка найдем эйконал Шварцшильда. Для этого необходимо выразить лучевые компоненты через Зайделевские координаты предмета (x_0, y_0) и точки пересечения луча с выходным зрачком (ξ, η) (см. рисунок) по формулам [5]:

$$p = n \left(\frac{n}{s'} \xi - \frac{H}{t'} x_0 \right), \quad q = n \left(\frac{n}{s'} \eta - \frac{H}{t'} y_0 \right), \quad (8)$$

где s' — расстояние от поверхности до плоскости изображения, t' — расстояние от поверхности до плоскости выходного зрачка.

Подставляя (8) в (6), найдем 3-ю степень эйконала Шварцшильда. Он имеет вид:

$$\psi^{(3)} = C_1 \rho^2 \eta + C_2 \rho^2 y_0 + C_3 r^2 \eta + C_4 r^2 y_0 + C_5 k^2 \eta + C_6 k^2 y_0, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} C_1 &= n_2 \lambda h^3 \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{s'} \right) \frac{1}{s'}, & C_4 &= n_2 \lambda H^3 \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{s'} \right) \frac{1}{t'}, \\ C_2 &= n_2 \lambda h^2 H \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{s'} \right) \frac{1}{t'}, & C_5 &= n_2 \lambda h^2 H \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{t'} + \frac{1}{s'} \right) \frac{1}{s'}, \\ C_3 &= n_2 \lambda h H^2 \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{t'} \right) \frac{1}{s'}, & C_6 &= n_2 \lambda h H^2 \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{t'} + \frac{1}{s'} \right) \frac{1}{t'}. \end{aligned}$$

Лучевые aberrации в плоскости изображений вычисляются как производные эйконала Шварцшильда от координат в плоскости выходного зрачка, т. е.:

$$\Delta_x = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi}, \quad \Delta y = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}. \quad (10)$$

По этой формуле из (9) найдем лучевые aberrации для нашего случая:

$$\begin{aligned} \Delta x &= 2C_1 \xi \eta + 2C_2 \xi y_0 + C_5 x_0 y_0 + C_6 x_0 \eta, \\ \Delta y &= C_1 (3\eta^2 + \xi^2) + 2C_2 \eta y_0 + C_3 r^2 + C_5 (\xi x_0 + 2\eta y_0) + C_6 y_0^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Каждый коэффициент определяет свой тип aberrаций в системе. Полагая все коэффициенты кроме одного равными 0, мы найдем чистые aberrации данного типа. Кривая каждого типа aberrаций определяется аналогично случаю изотропных сред. Так, если точка предмета находится на оси ($x_0 = y_0 = 0$) (этот случай аналогичен сферической aberrации в теории aberrаций третьего порядка обычных оптических систем), aberrации определяются коэффициентом C_1 . Ее aberrационная кривая — окружность радиуса $C_1 \rho^2$ с центром, отстоящим от точки параксиального изображения на $2C_1 \rho^2$.

Aberrации 3-го порядка можно найти, как и aberrации 2-го порядка. Зная угловую характеристику (7), находим эйконал Шварцшильда, а из него по (10) лучевые aberrации. Расчеты проведем для двух случаев: ось кристалла параллельна и перпендикулярна оптической оси поверхности. Именно для этих двух случаев aberrации 2-го порядка отсутствуют и первичными будут aberrации 3-го порядка.

Ось кристалла параллельна оптической оси преломляющей поверхности. В этом случае:

$$\begin{aligned} \Delta x &= (B\rho^2 + Dr^2 - 2Fk^2) \xi + x_0 (2Ck^2 - Er^2 - F\rho^2), \\ \Delta y &= (B\rho^2 + Dr^2 - 2FK^2) \eta + y_0 (2CK^2 - Er^2 - F\rho^2), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} B &= B_0 - 4h_2 \delta h^4 \cdot \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{s'} \right) \frac{1}{s'^2}, \\ C &= C_0 - 2n_2 \delta H^2 h^2 \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{s'} + \frac{1}{t'} \right) \frac{1}{s't'}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$D = D_0 - 2n_2 \delta H^2 h^2 \left[\left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{s'} + \frac{1}{t'} \right) \frac{1}{t'^2} + \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{t'} \right) \frac{2}{s't'} \right],$$

$$F = F_0 + n_2 \delta H^2 h^2 \left[\left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{s'} + \frac{1}{t'} \right) \frac{1}{s'^2} + \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{s'} \right) \frac{2}{s't'} \right],$$

$$E = E_0 + n_2 \delta H^3 h \left[\left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{s'} + \frac{1}{t'} \right) \frac{1}{t'} + \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{t'} \right) \frac{2}{s't'} \right];$$

B_0, C_0, D_0, F_0, E_0 — коэффициенты первичных aberrаций для преломляющей поверхности, разделяющей изотропные материалы с показателями преломления n_1 и n_2 .

Как видим, в этом случае возникают те же aberrации, что и в случае изотропных материалов: сферическая, кома, астигматизм, кривизна поля, дисторсия. Анизотропия материала влияет лишь на величину соответствующих коэффициентов. Это дает возможность подбором величины анизотропии уменьшать либо вообще устранять отдельные виды первичных aberrаций. Однако не следует забывать, что эти вычисления проведены для необыкновенных лучей, обыкновенные же лучи будут иметь ту же точку параксиального изображения и отличные от 0 aberrации.

Ось кристалла перпендикулярна оптической оси поверхности. В этом случае:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \Delta x_0 + 2a_2\eta^2\xi + a_3\eta^2x_0 + 2a_5y_0^2\xi + a_6y_0^2x_0 + 2a_8y_0\eta\xi, \\ \Delta y &= \Delta y_0 + 2a_1\eta r^2 + a_2(4\eta^3 + 2\eta\xi^2) + a_3(3y_0\eta^2 + 2\eta x_0) + 2a_5y_0^2\eta + \\ &+ a_6y_0^3 + a_7y_0r^2 + a_8(y_03\eta^2 + y_0\xi^2) + a_9y_0(2\eta y_0 + x_0\xi), \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= \delta n_2 h^3 H \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{t'} \right) \frac{1}{s'^2}, & a_5 &= \delta n_2 H^2 h^2 \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{s'} \right) \frac{1}{t'^2}, \\ a_2 &= \delta n_2 h^4 \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{s'} \right) \frac{1}{s'^2}, & a_6 &= \delta n_2 H^3 h \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{t'} + \frac{1}{s'} \right) \frac{1}{t'^2}, \\ a_3 &= \delta n_2 h^2 H^2 \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{t'} + \frac{1}{s'} \right) \frac{1}{s'^2}, & a_7 &= \delta n_2 H^2 h^2 \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{t'} \right) \frac{1}{s't'}, \\ a_4 &= \delta n_2 H^4 \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{t'} \right) \frac{1}{t'^2}, & a_8 &= \delta n_2 h^3 H \left(\frac{1}{2R} + \frac{1}{s'} \right) \frac{1}{s't'}. \end{aligned}$$

$\Delta x_0, \Delta y_0$ — лучевые aberrации системы из изотропных материалов. В этом случае aberrации характеризуются уже 13 коэффициентами — 5 обычных (B_0, C_0, D_0, E_0, F_0) и 8 кристаллических поправок a_k , обусловленных анизотропией материала. Такое большое количество aberrационных коэффициентов связано с тем, что эта система не обладает симметрией вращения относительно оптической оси. А это, в свою очередь, приводит к увеличению переменных, необходимых для описания aberrаций.

Для нескольких центрированных преломляющих поверхностей с изотропными материалами aberrации можно найти, вычисляя эйконалы Шварцшильда для каждой поверхности и складывая их [5]. Однако, следуя рассуждениям [5], можно доказать, что, если оси всех кристаллов в системе параллельны, можно складывать непосредственно коэффициенты первичных aberrаций, т. е.:

$$B = \sum_n B_n, C = \sum_n C_n \dots \dots E = \sum_n E_n, a_{kn} = \sum_n a_{kn}. \quad (14)$$

Список литературы

1. Осипов Ю. В. // ОМП. 1973. № 5. С. 5.
2. Барсуков К. А., Осипов Ю. В. и др. // Оптика и спектроскопия. 1984. Т. 56. № 56. С. 523.
3. Осипов Ю. В. // ОМП. 1988. № 7. С. 7.
4. Гальперин Н. И. Геометрическая оптика кристаллов // Тр. ГОИ. Т. 47. Вып. 181.
5. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., 1973.
6. Чурловский В. Н. Теория хроматизма и aberrаций третьего порядка. М., 1968.

Поступила в редакцию 10.06.91.