

существования полного набора операторов, коммутирующих между собой и с оператором уравнения, как необходимое и достаточное условие разделения переменных. Это подтверждается доказанной в [6] теоремой и рассмотренным нами случаем уравнения ДК для частицы со спином 0 в поле КН. Можно предположить, что возможность расширения метода разделения переменных заложена в тех случаях, когда $\psi^+\psi$ (крест означает обычное эрмитовское сопряжение) не имеет смысла плотности вероятности.

Список литературы

1. Богущ А. А., Отчик В. С., Редьков В. М. Общековариантный формализм Даффина — Кеммера и сферические волны для векторного поля в пространстве де Ситтера. Минск, 1986. 45 с. (АН БССР. Ин-т физики. Препринт № 426).
2. Богущ А. А., Отчик В. С., Редьков В. М. // Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук. 1986. № 1. С. 58.
3. Богущ А. А., Отчик В. С., Редьков В. М. // VII Всесоюз. конференц. Современные теоретические и экспериментальные проблемы теории относительности и гравитации: Тез. докл. Ереван, 1988. С. 249.
4. Фушич В. И., Никитин А. Г. Симметрия уравнений Максвелла. Киев, 1983.
5. Тимошенко А. И. // Гравитация и электромагнетизм. 1990. Вып. 5. С. 162.
6. Фушич В. И., Жданов Р. З. // Симметрии и решения нелинейных уравнений мат. физ. Киев, 1987. С. 17.
7. Точные решения уравнений Эйнштейна / Под ред. Э. Шмутцера. М., 1982.
8. Гальцов Д. В. Частицы и поля в окрестности черных дыр. М., 1986.

Поступила в редакцию 15.10.90.

УДК 535.34

АН ЧАН МО (КНДР), А. Л. ТОЛСТИК, А. В. ЧАЛЕЙ

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ОТРАЖАТЕЛЬНОЙ СПОСОБНОСТИ ОВФ-ГОЛОГРАММ В РАСТВОРАХ КРАСИТЕЛЕЙ

При рассмотрении отражательной способности динамических ОВФ-голограмм, формируемых в растворах красителей при встречном четырехволновом взаимодействии, ограничиваются, как правило, приближением заданных полей накачки [1—4]. Учет изменения волн накачки при их распространении в объеме среды приводит к рассмотрению системы дифференциальных уравнений, которые могут быть решены лишь численно [5, 6]. Аналитические аппроксимации численных решений рассматривались в [7]. Анализ проводился для двухуровневой модели резонансной среды. Для растворов красителей характерно частичное перекрытие полос поглощения основного и возбужденного уровней, что обуславливает необходимость привлечения более сложных спектроскопических моделей. При этом вследствие низкого квантового выхода люминесценции в возбужденном канале наряду с резонансным механизмом нелинейности следует учитывать тепловую нелинейность.

В настоящей работе рассмотрены аналитические приближения, позволяющие рассчитать отражательную способность ОВФ-голограмм в красителях, моделируемых трех- и четырехуровневыми схемами. Учтены переходы между возбужденными синглетными (S_1-S_2) и триплетными (T_1-T_2) состояниями молекул.

Отражательная способность динамических ОВФ-голограмм, равная отношению интенсивностей обращенной и сигнальной волн на входе в нелинейную среду, в приближении заданной накачки описывается формулой [1]

$$R = |\varphi|^2 [\psi + (|\varphi|^2 - \psi^2)^{1/2} \operatorname{ctg} \{ (|\varphi|^2 - \psi^2)^{1/2} K_0 L/2 \}]^{-2}, \quad (1)$$

где ψ — нормированный амплитудный коэффициент нелинейного поглощения слабых сигнальной и обращенной волн в присутствии мощных полей накачки; φ — коэффициент параметрической связи волн; K_0 — на-

чальный коэффициент поглощения; L — длина взаимодействия. Для красителей, моделируемых трех- и четырехуровневой схемами, имеем [6]:

$$\psi = \frac{2C_+/A_+ + 2C_-/A_- - \text{Im}D_+/A_+^3 - \text{Im}D_-/A_-^3}{2\sqrt{2}(B + A_+A_-)^{1/2}} - \frac{A_+(\sqrt{I_+} - \sqrt{I_-})^2 + A_-(\sqrt{I_+} + \sqrt{I_-})^2 + \sqrt{I_+I_-}(F_+/A_+ - F_-/A_-)}{\sqrt{2}A_+A_-(B + A_+A_-)^{3/2}} \text{Im}G, \quad (2)$$

$$\varphi = \frac{G\sqrt{I_+I_-}(F_+/A_+ + F_-/A_-)}{\sqrt{2}A_+A_-(B + A_+A_-)^{3/2}} + \frac{D_+/A_+^3 - D_-/A_-^3}{2\sqrt{2}(B + A_+A_-)^{1/2}}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} A_{\pm} &= [1 + \gamma(\sqrt{I_+} \pm \sqrt{I_-})^2 + \beta(\sqrt{I_+} \pm \sqrt{I_-})^4]^{1/2}, \\ B &= 1 + \gamma(I_+ + I_-) + \beta(I_+ - I_-)^2, \quad C_{\pm} = 1 + (\gamma - \alpha)(\sqrt{I_+} \pm \sqrt{I_-})^2, \\ D_{\pm} &= \hat{\alpha}(\sqrt{I_+} \pm \sqrt{I_-})^2 + 2\hat{\beta}(\sqrt{I_+} \pm \sqrt{I_-})^4 + (\gamma\hat{\beta} - \hat{\alpha}\beta)(\sqrt{I_+} \pm \sqrt{I_-})^6, \\ F_{\pm} &= 2 + \gamma(\sqrt{I_+} \pm \sqrt{I_-})^2, \quad G = \hat{\alpha} + 2\hat{\beta}(I_+ + I_-) + (\gamma\hat{\beta} - \hat{\alpha}\beta)(I_+ - I_-)^2, \end{aligned}$$

I_{\pm} — интенсивности встречных волн накачки. Параметры $\hat{\alpha} = a + i\alpha$, $\hat{\beta} = b + i\beta$ и γ характеризуют оптические и спектроскопические свойства раствора красителя. Учитывая как резонансный (амплитудный и фазовый), так и тепловой механизмы нелинейности, запишем:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= (\hat{\vartheta}_{12} + \hat{\vartheta}_{21} - \hat{\vartheta}_{23})/vp_{21} - \delta(1 - \mu_{21}), \\ \hat{\beta} &= [B_{33}(\hat{\vartheta}_{12} + \hat{\vartheta}_{32}) + B_{32}(\hat{\vartheta}_{12} + \hat{\vartheta}_{21} - \hat{\vartheta}_{23})]/v^2p_{21}p_{32} - \\ &\quad - \delta[B_{32}(1 - \mu_{21})/vp_{32} + B_{23}(1 - \mu_{32})/vp_{21}], \\ \gamma &= (B_{12} + B_{21})/vp_{21} + B_{32}/vp_{32} - \text{для трехуровневой } (S_0 - S_1 - S_2) \text{ и} \\ \hat{\alpha} &= [\hat{\vartheta}_{12}(1 + p_{23}/p_{31}) + \hat{\vartheta}_{21} - \hat{\vartheta}_{34}p_{23}/p_{31}]/v(p_{21} + p_{23}) - \delta(1 - \mu_{21}), \\ \hat{\beta} &= [(B_{34}(\hat{\vartheta}_{12} + \hat{\vartheta}_{43}) + B_{43}(\hat{\vartheta}_{12} - \hat{\vartheta}_{34}))p_{23}/p_{31} + B_{43}(\hat{\vartheta}_{12} + \hat{\vartheta}_{21})]/v^2p_{43} \times \\ &\quad \times (p_{21} + p_{23}) - \delta[B_{43}(1 - \mu_{21})/vp_{43} + B_{34}(1 - \mu_{43})p_{23}/vp_{31}(p_{21} + p_{23})], \end{aligned}$$

$\gamma = [B_{12}(1 + p_{23}/p_{31}) + B_{21}]/v(p_{21} + p_{23}) + B_{43}/vp_{43}$ — для четырехуровневой модели красителя ($S_0 - S_1 - T_1 - T_2$). Здесь $\delta = 2\omega(dn/dT)t/cC_p$, причем dn/dT — термооптический коэффициент, C_p — теплоемкость единицы объема, t — время; μ_{ij} — квантовый выход люминесценции в канале $i \rightarrow j$, $\hat{\vartheta}_{ij} = \vartheta_{ij} + iB_{ij}$, $\vartheta_{ij}(\omega)$ связаны дисперсионными соотношениями с коэффициентом Эйнштейна для вынужденного перехода $B_{ij}(\omega)$; p_{ij} — суммарная вероятность спонтанных и безызлучательных переходов; v — скорость света в среде.

При равных интенсивностях встречных волн накачки $I_+ = I_- = I_0$ выражения для коэффициентов нелинейного поглощения ψ и параметрической связи волн φ упрощаются:

$$\psi = \frac{A^2(A + A^2 - 8\beta I_0^2) - (2\alpha I_0 + 8\beta I_0^2)(1 + A + 2A^2 - 16\beta I_0^2)}{\sqrt{2}A^3(1 + A + 2\gamma I_0)^{1/2}}, \quad (4)$$

$$\varphi = \frac{(2\hat{\alpha}I_0 + 8\hat{\beta}I_0^2)(1 + A - 16\beta I_0^2) + 8\hat{\beta}I_0^2A^2}{\sqrt{2}A^3(1 + A + 2\gamma I_0)^{1/2}}, \quad (5)$$

где $A = (1 + 4\gamma I_0 + 16\beta I_0^2)^{1/2}$.

Зависимости отражательной способности ОВФ-голограмм от интенсивности волн накачки и оптической плотности среды, рассчитанные по формулам (1), (4), (5), изображены штрих-пунктирной линией для красителей, моделируемых трех- (рис. 1а) и четырехуровневой схемами

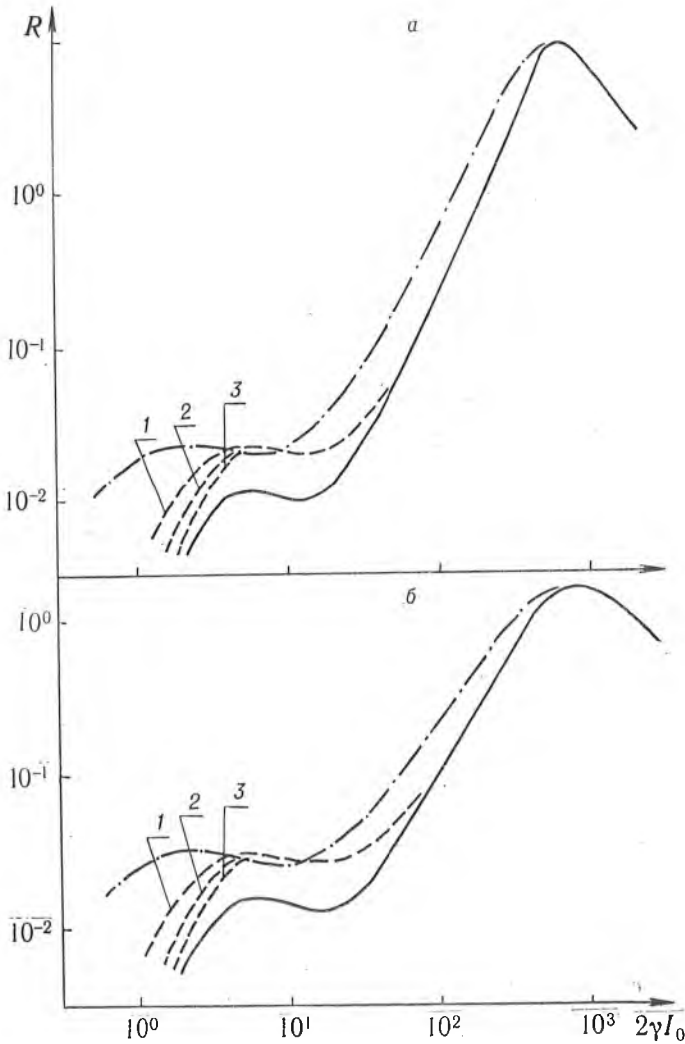


Рис. 1. Зависимости отражательной способности ОВФ-голограмм R от суммарной интенсивности волны накачки $2\gamma I_0$ для красителей, моделируемых трех- (а) и четырехуровневой (б) схемами, в нулевом (штрих-пунктирная линия), первом (1), втором (2) и третьем (3) порядке приближения при $K_0L = 5$, $\mu_{21} = 0,9$, $p_{32}/p_{21} = 100$ (а); $\mu_{21} = 0,1$, $p_{23}/p_{31} = 10$, $p_{43}/(p_{21} + p_{23}) = 10$ (б). Сплошные линии соответствуют точному решению задачи

(рис. 1, б; 2). Расчеты проведены при следующих параметрах среды и излучения: возбуждение красителя осуществляется в центре полосы поглощения S_0-S_1 ($\lambda = 700$ нм), стоков сдвиг зеркально-симметричных гауссовых контуров поглощения и испускания составляет 1,6 полуширины контура Δ ($\Delta = 30$ нм), контур поглощения в возбужденном канале S_1-S_2 (T_1-T_2) смещен на $1,2\Delta$ в длинноволновую область относительно основного канала S_0-S_1 , длительность взаимодействия $t = 20$ нс, $C_p^{-1} dn/dT = -10^{-4}$ Дж $^{-1}$ ·см 3 . Как и следовало ожидать, приближение заданной накачки находится в хорошем согласии с точным решением задачи при небольшой оптической плотности среды $K_0L \lesssim 0,2$, а также и при большей оптической плотности, когда интенсивности накачки достаточно для просветления объема нелинейного слоя.

Для нахождения более точных аналитических аппроксимаций применим метод учета нелинейного поглощения, приведенный в [7], для двух-

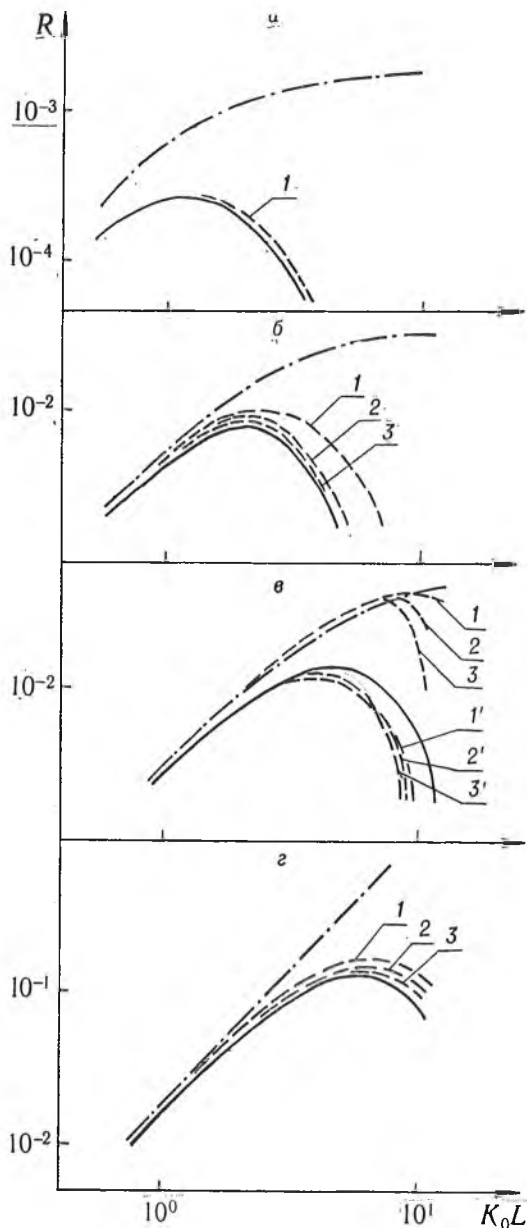


Рис. 2. Зависимости отражательной способности R от оптической плотности раствора красителя K_0L при интенсивностях накачки на входе в нелинейную среду $2\gamma I_0 = 0,1$ (а), 1 (б), 10 (в), 100 (г). Остальные параметры те же, что и на рис. 1, б

ближений ($n=1, 2, 3$) иллюстрируются на рис. 1, 2 кривыми 1, 2, 3 соответственно. Введение эффективного значения интенсивности позволило качественно правильно описать зависимость отражательной способности от оптической плотности раствора красителя и расширить диапазон применимости аналитических приближений до величины оптической плотности $K_0L \leq 2$. Причем при интенсивностях накачки $I_0 \ll \gamma^{-1}$ (см. рис. 2, а, б), а также $I_0 \sim \gamma/\beta$ (просветление возбужденного канала) (см. рис. 2, г) приближения, полученные для $n=2, 3$, пригодны вплоть до значения $K_0L \approx 8$.

Следует учесть, что при переходе от выражений (2), (3) к приближенным соотношениям (4), (5), полученным при равных интенсивностях

уровневой модели среды. Суть метода сводится к использованию формул для отражательной способности ОВФ-голограмм, полученных в приближении заданной накачки, но с заменой интенсивности накачки на ее эффективное значение, играющее роль средней по длине взаимодействия величины интенсивности. В предположении экспоненциального убывания полей в процессе распространения $I_+(z) = I_0 \exp(-Kz)$, $I_-(z) = I_0 \exp[-K(L-z)]$ — эффективное значение интенсивности $\tilde{I} = \sqrt{I_+ I_-} = I_0 \exp(-KL/2)$. В свою очередь, существует зависимость коэффициента поглощения раствора красителя K от интенсивности излучения, которая для нашего случая имеет вид [8]: $K = K_0 [1 + (\gamma - \alpha)I] / (1 + \gamma I + \beta I^2)$. Учесть взаимное влияние интенсивности излучения и коэффициента поглощения можно, используя рекуррентное соотношение, связывающее n и $n-1$ порядки приближений:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_n = I_0 \exp[-K_0L(1 + \\ + 2(\gamma - \alpha)\tilde{I}_{n-1})/2(1 + \\ + 2\gamma\tilde{I}_{n-1} + 4\beta\tilde{I}_{n-1}^2)]. \quad (6) \end{aligned}$$

В качестве нулевого приближения принимается заданная интенсивность волн накачки I_0 .

Результаты расчетов отражательной способности ОВФ-голограмм, выполненных по формулам (1), (4), (5), с заменой интенсивности накачки I_0 на ее эффективное значение \tilde{I}_n для различных порядков при-

волн накачки ($I_+ = I_-$), пренебрегли членами вида $I_+ - I_-$, $\sqrt{I_+} - \sqrt{I_-}$. В условиях же сильного поглощения, когда интенсивности волн накачки $I_+(z)$ и $I_-(z)$ существенно различаются в объеме среды, указанные слабые могут играть определенную роль. Учитывая, что формулы (4), (5) позволили описать отражательную способность ОВФ-голограмм при интенсивностях накачки $I_0 \gg \gamma/\beta$, рассмотрим диапазоны меньших интенсивностей. Когда спектроскопические свойства красителя определяются просветлением резонансного перехода $S_0 - S_1$ и линейным поглощением с возбужденного уровня $S_1(T_1)$. Выражения (2), (3) существенно упрощаются:

$$\psi = 1 - \frac{\hat{\alpha}}{\gamma} + \frac{\alpha}{\gamma} (1 + \gamma(I_+ + I_-)) / \gamma A^{3/2}, \quad (7)$$

$$\varphi = 2 \left(\hat{\alpha} - b_T / \gamma \right) \sqrt{I_+ I_-} / A^{3/2} + 2b_T \sqrt{I_+ I_-} / \gamma, \quad (8)$$

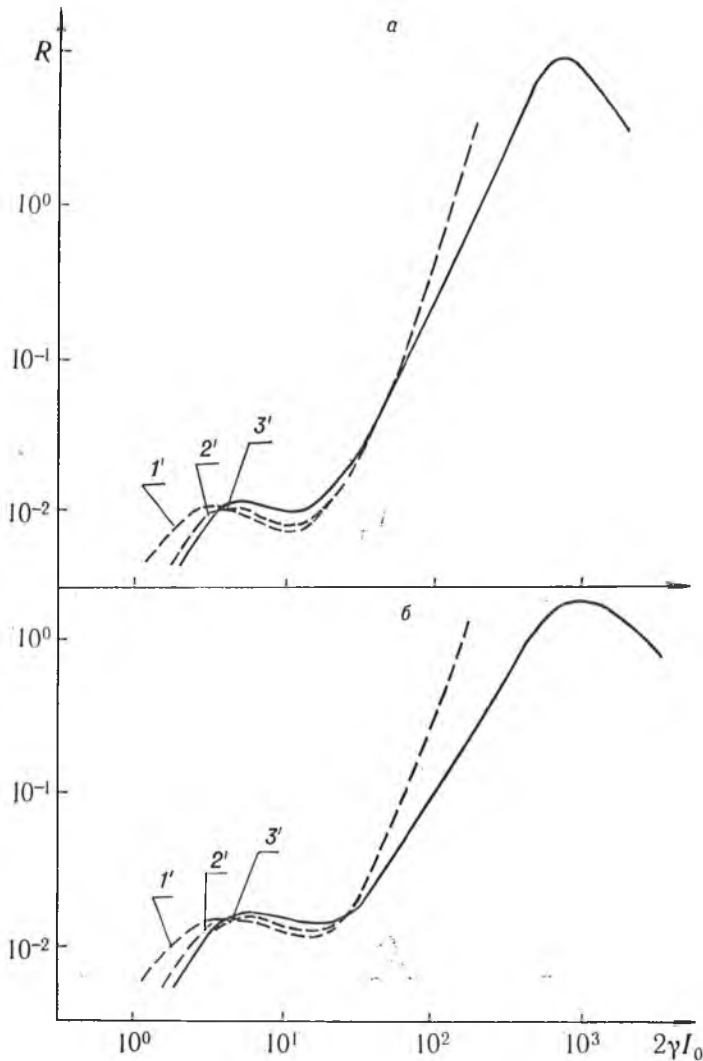


Рис. 3. Зависимости отражательной способности R от интенсивности накачки $2\gamma I_0$

где $A = 1 + 2\gamma(I_+ + I_-) + \gamma^2(I_+ - I_-)^2$, $b_T = -\delta B_{23}(1 - \mu_{32}) / \nu p_{21}$ для трех- и $b_T = -\delta B_{34}(1 - \mu_{43}) p_{23} / \nu p_{31}(p_{21} + p_{23})$ для четырехуровневой модели красителя. Рассчитав в приближении экспоненциального убывания полей

в процессе распространения среднее по длине взаимодействия значение слагаемого $\gamma^2(I_+ - I_-)^2$ и заменив интенсивности I_+ , I_- в (7), (8) на их эффективное значение \tilde{I}_n , запишем окончательные выражения для коэффициентов нелинейного поглощения и параметрической связи волн:

$$\psi = 1 - \alpha/\gamma + \alpha(1 + 2\gamma\tilde{I}_n)/\gamma A^{3/2}, \quad (9)$$

$$\varphi = 2(\tilde{\alpha} - b_T/\gamma)\tilde{I}_n/A^{3/2} + 2b_T\tilde{I}_n/\gamma, \quad (10)$$

где

$$A = 1 + 4\gamma\tilde{I}_n + 2\gamma^2\tilde{I}_n^2[(\exp(K_n L) - \exp(-K_n L))/2K_n L - 1], \quad (11)$$

$K_n = K_0(1 + 2(\gamma - \alpha)\tilde{I}_n)/(1 + 2\gamma\tilde{I}_n)$. Отражательная способность ОВФ-голограмм при этом по-прежнему описывается формулой (1), а для эффективного значения интенсивности накачки \tilde{I}_n имеем рекуррентное соотношение (6), в котором параметр β нужно положить равным нулю. Результаты расчетов, выполненных по формулам (1), (9), (10) для трех- и четырехуровневой модели красителя, практически совпадают с кривыми 1—3 на рис. 2, а, б и представлены штриховыми линиями 1'—3' на рис. 2в, 3, отвечающими приближениям $n=1-3$ соответственно. Видно хорошее совпадение с точным решением задачи (сплошная линия) при оптической плотности $K_0 L \lesssim 6$.

Учитывая весьма компактный вид формул (9), (10), рассмотрим возможность их использования также без учета слагаемого $\gamma^2(I_+ - I_-)^2$, т. е. когда для коэффициента A имеем простое выражение $A = 1 + 4\gamma\tilde{I}_n$. Из формулы (11) следует, что указанное приближение справедливо при малых интенсивностях накачки $\gamma\tilde{I}_n \ll 1$, а также при небольшой оптической плотности раствора красителя, когда $\exp(K_n L) \simeq 1 - K_n L$. Анализ, проведенный для различных значений интенсивности волн накачки и оптической плотности среды, показал хорошую точность приближения при значениях $K_0 L \lesssim 2$.

Подводя итог сказанному, отметим, что при анализе реальных ситуаций, когда интенсивности накачки недостаточно для просветления возбужденного канала и оптимальная оптическая плотность раствора красителя $\lesssim 6$; для расчета отражательной способности ОВФ-голограмм целесообразно применять формулы (1), (9), (10). В случае просветления возбужденного синглетного $S_1 - S_2$ либо триплетного перехода $T_1 - T_2$ ($I_0 \sim \gamma/\beta$) необходимо использовать точные выражения для коэффициента нелинейного поглощения (4) и параметрической связи волн (5).

Список литературы

1. Buck J. A., Dienes A., Whinnery J. R. // Journ. Opt. Soc. Amer. 1981. V. 71. № 11. P. 1381.
2. Кабанов В. В., Рубанов А. С. // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. № 6. С. 1277.
3. Кабанов В. В., Рубанов А. С., Толстик А. Л., Чалей А. В. // ЖПС. 1984. Т. 41 № 6. С. 911.
4. Кабанов В. В., Рубанов А. С., Толстик А. Л., Чалей А. В. // ЖПС. 1983. Т. 39. № 4. С. 567.
5. Brown W. P. // Journ. Opt. Soc. Amer. 1983. V. 73. № 5. P. 629.
6. Кабанов В. В., Рубанов А. С., Толстик А. Л., Чалей А. В. // Изв. АН СССР: Сер. физ. 1990. Т. 54. № 6. С. 1092.
7. Ан Чан Мо, Толстик А. Л., Чалей А. В. // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. 1990. № 2. С. 3.
8. Кабанов В. В., Рубанов А. С., Толстик А. Л. // Квантовая электроника. 1988. Т. 15. № 8. С. 1681.

Поступила в редакцию 21.05.90.