

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

О.Н. Здрок

« 22 » 11 2020 г.

Регистрационный № УД- 9092 уч.



ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направления специальности:

- 1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)
- 1-31 03 01- 03 Математика (экономическая деятельность)

2020г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01 -2013 и учебных планов № G31-140/уч. от 30.05.2013 по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) направление специальности 1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность) и № G31-139/уч. от 30.05.2013 по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) направление специальности 1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность), типовой учебной программы ТД-G.475/тип. от 07.07.2014 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

Виктор Иванович Бахтин, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Ия Александровна Иванишко, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского Государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Андрей Владимирович Лебедев, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Ольга Исааковна Пиндрик, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Валентин Викентьевич Гороховик, заведующий отделом нелинейного анализа и стохастического Института математики НАН Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент НАН Беларуси;

Вениамин Григорьевич Кротов, заведующий кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики (протокол № 12 от 04.06.2020);

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 5 от 17.06.2020)

Заведующий кафедрой

А.В. Лебедев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Исследование операций»: повышение уровня профессиональной компетентности в решении проблем оптимизации в различных сферах трудовой деятельности, изучение повышение уровня профессиональной компетентности в исследовании проблем оптимизации сложной организационной деятельности и разрешении конфликтных ситуаций в социальных и производственных структурах, расширение математического кругозора, знакомство с новыми методами доказательств, усвоение новых алгоритмов решения задач оптимизации.

Задачи учебной дисциплины:

1. анализ оптимизационных алгоритмов задач исследование операций;
2. практическое использование алгоритмов при моделировании сложных технологических процессов.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к **циклу** специальных дисциплин (государственный компонент) для направления специальности 1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность) и специальных дисциплин (компонент учреждения образования) для направления специальности 1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Изучение дисциплины базируется на знаниях дисциплин «Математический анализ», «Дискретная математика».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Исследование операций» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

социально-личностные компетенции:

СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

профессиональные компетенции:

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-6. Использовать и развивать современные информационные технологии и средства автоматизации управленческой деятельности.

ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия и теоремы теории графов и теории игр;
- основные понятия и теоремы динамического программирования и теории расписаний.

уметь:

- применять теорию графов и теорию игр для решения практических задач;
- составлять сетевые модели;
- пользоваться методами динамического программирования.

владеть:

- методами решения экстремальных задач теории графов;
- методами исследования сетевых моделей.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 6 семестре дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Исследование операций» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 140 часов для направления специальности 1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность), для направления специальности 1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность) – 144 часа, в том числе 68 часов аудиторных часов, из них: лекции – 34 часов, лабораторные занятия – 28 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Введение

Предмет исследования операций, содержание курса исследования операций.

Раздел 1. Экстремальные задачи на графах

Тема 1.1.

Примеры экстремальных задач на графах:

Тема 1.2.

Неориентированные графы..

Тема 1.3.

Эйлеровы циклы.

Тема 1.4.

Леса и деревья.

Тема 1.5.

Ориентированные графы. Алгоритмы Дейкстры и Флойда.

Тема 1.6.

Сети, потоки, разрезы

Тема 1.7.

Сети с ограниченными пропускными способностями дуг и допустимые потоки.

Тема 1.8.

Задача о нахождении допустимого потока максимальной мощности. Алгоритм Форда–Фалкерсона.

Тема 1.9.

Задача о построении потока минимальной стоимости. Критерий оптимальности.

Тема 1.10.

Алгоритмы Басакера–Гоуэна и Клейна.

Тема 1.11.

Задача коммивояжера. Алгоритм Литтла.

Тема 1.12.

Календарное планирование.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСП	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Экстремальные задачи на графах	34			28		6	
1.1	Примеры экстремальных задач на графах							
1.1.1.	История возникновения экстремальных задач теории графов.	1			1			
1.1.2.	Задача о Кенигсбергских мостах, задача о четырех красках	1			1			
1.2.	Неориентированные графы.							
1.2.1.	Псевдо- и мультиграфы, смежные и инцидентные вершины и ребра, степень вершины. Лемма о четности числа вершин с нечетной степенью. Маршруты, цепи, простые цепи, циклы. Выделение из маршрута простой цепи с теми же концами.	1			1			Проверка индивидуальных заданий
1.2.2.	Лемма о существовании цикла. Связные графы, подграфы. Разбиение графа на связные компоненты.	1			1			
1.3.	Эйлеровы циклы							
1.3.1.	Критерий существования эйлерова цикла. Алгоритм построения эйлерова цикла.	2			1			Проверка индивидуальных заданий
1.4.	Леса и деревья.							
1.4.1	Критерии графа быть деревом. Остовное дерево. Задача о построении остовного дерева минимального веса. Алгоритм Прима, его корректность. Алгоритм Краскала и его корректность.	2			1			Проверка индивидуальных заданий

1.5.	Ориентированные графы. Алгоритмы Дейкстры и Флойда.							
1.5.1.	Маршруты, цепи, циклы, пути, контуры. Выделение из ориентированного маршрута пути с теми же концами. Задача о нахождении кратчайшего пути между двумя заданными вершинами. Алгоритм Дейкстры, его корректность. Задача о поиске всех кратчайших путей в графе. Модификация алгоритма Дейкстры для графов, имеющих дуги отрицательной длины.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
1.5.2.	Алгоритм Флойда, его корректность. Нахождение циклов отрицательной длины. Модификации алгоритма Флойда. Задача об узких местах.	2			2			Контрольная работа
1.6.	Сети, потоки, разрезы							
1.6.1.	Сети, источники, стоки, полюса. Дивергенция, поток, циркуляция. Мощность потока. Разрез, дивергенция на разрезе. Лемма о совпадении мощности потока с его дивергенцией на разрезе.	1			1			
1.6.2.	Элементарные потоки. Теоремы о разложении положительных циркуляций и потоков на элементарные циркуляции и потоки.	1			1			Проверка индивидуальных заданий
1.7.	Сети с ограниченными пропускными способностями дуг и допустимые потоки.							
1.7.1.	Пропускная способность разреза. Лемма о мощности потока и пропускной способности разреза. Увеличивающие элементарные цепи и потоки. Теорема Форда–Фалкерсона (критерий максимальности потока).	2			2			Проверка индивидуальных заданий
1.8.	Задача о нахождении допустимого потока максимальной мощности. Алгоритм Форда–Фалкерсона.							
1.8.1.	Конечность данного алгоритма для сетей с рациональными пропускными способностями дуг.	2			1			
1.9.	Задача о построении потока минимальной стоимости. Критерий оптимальности.							

1.9.1.	Графы модифицированных стоимостей. Взаимосвязи между допустимыми потоками в исходной сети и в графе модифицированных стоимостей. Критерий оптимальности допустимого потока.	2			1		2	Отчет по лабораторным работам с последующей защитой
1.10.	Алгоритмы Басакера–Гоуэна и Клейна.							
1.10.1	Алгоритм Басакера–Гоуэна для построения потока минимальной стоимости среди потоков заданной мощности. Теорема о его корректности.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
1.10.2	Алгоритм Клейна для построения потока минимальной стоимости среди потоков заданной мощности. Теорема о его корректности.	2			1			
1.10.3	Построение потоков максимальной мощности и минимальной стоимости.	2			1		2	Отчет по лабораторным работам с последующей защитой. Контрольная работа
1.11.	Задача коммивояжера. Алгоритм Литтла.							
1.11.1	Гамильтоновы циклы. Метод ветвей и границ. Алгоритм Литтла: операции приведения и стягивания матрицы расстояний, константы приведения и штрафы, оценки длин гамильтоновых циклов, исключение частичных циклов.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
1.12.	Календарное планирование							
1.12.1	Постановка задачи, основные этапы решения. Построение сетевой модели, ранжирование, нахождение критических путей.	2			2			
1.12.2	Критерий пути быть критическим. Свободный резерв времени, полный резерв времени.	2			2			
1.12.3	Построение календарного графика работ и распределения трудовых ресурсов. Оптимизация календарного графика.	2			2		2	Отчет по лабораторным работам с последующей защитой Контрольная работа
	Всего:	34			28		6	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Полный конспект лекций доступен по адресу

<http://elib.bsu.by/handle/123456789/12990>.

Список литературы

Основная литература

1. Бахтин В.И., Коваленок А.П., Лебедев А.В., Лысенко Ю.В. Исследование операций. – Минск, БГУ, 2003
2. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. 1977.
3. Басакер Р., Саати Т. Конечные графы и сети. 1974.
4. Мицель А.А. Исследование операций и методы оптимизации. Часть 1. Лекционный курс. ТОМСК: Изд. ТГУ, 2016. – 167 с.

Дополнительная литература

1. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. 1974.
2. Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях. 1966.
3. Харари Ф. Теория графов. 1973.
4. Оре О. Теория графов. 1980.
5. Мулен Р. Теория игр и экономические приложения. 1979.
6. Фон Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. 1970.
7. Льюс Р.Д., Райфа Х. Игры и решения. 1961.
8. Оуэн Г. Теория игр. 1971.
9. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. – М., Высшая школа, 1998.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Исследование операций» учебным планом предусмотрен экзамен.

Контроль работы студента проходит в форме собеседования, контрольной работы в аудитории или выполнения самостоятельных работ и практических

упражнений в аудитории, а также самостоятельной работы вне аудитории с предоставлением отчета с его устной защитой. Задания к контрольным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Экзамен по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- контрольные работы – 50 %;
- письменные отчеты по лабораторным работам – 50 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 30 %, экзаменационная оценка – 70 %.

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29.05.2012 г.).

2. Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020)

3. Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 22.12.2003 г. № 21-04-1/105).

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.9. Задача о построении потока минимальной стоимости. Критерий оптимальности.(2ч)

Построить графы модифицированных стоимостей, взаимосвязи между допустимыми потоками в исходной сети и в графе модифицированных стоимостей. Критерий оптимальности допустимого потока.

Форма контроля – отчет по лабораторным работам с последующей защитой.

Тема 1.10. Алгоритмы Басакера–Гоуэна и Клейна.(2ч)

Построить потоки максимальной мощности и минимальной стоимости.

Форма контроля – контрольная работа

Тема 1.12. Календарное планирование. (2ч)

Построить сетевую модель, ранжирование, найти критические пути. Построить календарный график работ и распределения трудовых ресурсов.

Форма контроля – контрольная работа

ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Контрольная работа №1

1. Найти кратчайшие пути от вершины S до всех остальных вершин.
2. Построить максимальный поток и указать минимальный разрез в сети.
3. Построить поток мощности m минимальной стоимости с помощью алгоритма Клейна. Доказать, что стоимость минимальна.
4. Докажите, что положительный поток положительной мощности можно разложить в сумму элементарных положительных потоков вдоль контуров и вдоль путей, идущих от источника к стоку(считая, что в сети один источник и один сток)

Контрольная работа №2

ВАРИАНТ № 1

1. Найти все решения задачи коммивояжера, определяемой матрицей стоимостей

$$\begin{pmatrix} \infty & 7 & 7 & 5 & 7 \\ 4 & \infty & 5 & 4 & 10 \\ 5 & 4 & \infty & 4 & 5 \\ 7 & 9 & 5 & \infty & 9 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & \infty \end{pmatrix}$$

2. Построить сетевую модель, найти критический путь и построить график распределения трудовых ресурсов.

№	Каким работам предшествует	Сроки выполнения	Потребность в рабочей силе
1	2	9	6
2	—	5	9
3	6, 10, 11	7	4
4	3, 5	5	7
5	6, 11	6	5
6	2	7	5
7	6, 10, 11	8	4
8	6, 10, 11	5	3
9	1, 8	3	8
10	2	9	3
11	—	8	8

3. В условиях предыдущей задачи
 - а) оптимизировать распределение трудовых ресурсов;
 - б) составить оптимальный график работ, при котором потребность в рабочей силе не превосходит 17.
4. Доказать, что если мощность потока f в сети положительна, то его можно разложить в сумму элементарных положительных потоков вдоль контуров и путей, ведущих из s в t .

Контрольная работа №3

ВАРИАНТ

Задача 1. Найти решение игры

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 6 & 6 \\ 7 & 8 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Задача 2. Найти множество недоминируемых стратегий игрока A , если множество его стратегий $X = [-4, 0]$, множество стратегий игрока B есть $Y = \{0, 1\}$, а функция выигрыша игрока A есть

$$u_A(x, y) = 10y \cos x + 5(1 - y) \sin x.$$

Задача 3. Найти равновесия по Нэшу в чистых и смешанных стратегиях в биматричной игре

$$\begin{bmatrix} (2; 2) & (5; 1) \\ (9; 3) & (4; 4) \end{bmatrix}$$

Задача 4. Дана биматричная игра. Найти: а) равновесия по Нэшу в чистых стратегиях; б) равновесия по Парето; в) осторожные стратегии каждого игрока; г) недоминируемые стратегии каждого игрока. Вычислить минимальные гарантированные выигрыши каждого игрока.

$$\begin{bmatrix} (5; 7) & (5; 4) & (6; 5) \\ (5; 3) & (2; 4) & (4; 3) \\ (3; 3) & (8; 5) & (3; 2) \end{bmatrix}$$

Задача 5. Задана игра двух лиц $G = (X, Y, u_1, u_2)$, где X, Y — компактные множества и функции u_1, u_2 непрерывны. Будут ли замкнуты множества ND_i недоминируемых стратегий i -го игрока?

Примерная тематика лабораторных занятий

Занятие № 1. Критерии графа быть деревом. Остовное дерево. Задача о построении остовного дерева минимального веса. Алгоритм Прима, его корректность. Алгоритм Краскала и его корректность.

Занятие № 2. Алгоритм Дijkstra, его корректность. Задача о поиске всех кратчайших путей в графе.

Занятие № 3. Алгоритм Флойда, его корректность. Нахождение циклов отрицательной длины. Задача об узких местах.

Занятие № 4. Сети, источники, стоки, полюса. Дивергенция, поток, циркуляция. Мощность потока. Разрез, дивергенция на разрезе. Алгоритм Форда-Фалкерсона.

Занятие № 5. УCR. Алгоритм Басакера–Гоуэна для построения потока минимальной стоимости среди потоков заданной мощности..

Занятие № 6. Гамильтоновы циклы. Метод ветвей и границ. Алгоритм Литтла

Занятие № 7. Календарное планирование. Постановка задачи, основные этапы решения. Построение сетевой модели, ранжирование, нахождение критических путей.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса могут быть использованы следующие подходы и методы: *эвристический подход, практико-ориентированный подход, метод проектного обучения, метод учебной дискуссии, методы и приемы развития критического мышления, метод группового обучения.* которые предполагают:

- осуществление студентами значимых открытий;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности;
- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций;
- приобретение студентом знаний и умений для решения практических задач;
- анализ ситуации, используя профессиональные знания, собственный опыт, дополнительную литературу и иные источники;
- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Все результаты и достижения группируются на основе основных видов деятельности студентов: учебной, научно-исследовательской и иной. Методы обеспечивают появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся,

предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;
- выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим семинарским занятиям;
- научно-исследовательские работы;
- подготовка и написание рефератов, докладов, эссе и презентаций на заданные темы;
- подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Графы. Маршруты, цепи, циклы, связные компоненты.
2. Три леммы о неориентированных графах.
3. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера.
4. Алгоритм построения эйлерова цикла.
5. Деревья и их свойства.
6. Остовные деревья. Алгоритм Прима и его обоснование.
7. Алгоритм Краскала и его обоснование.
8. Ориентированные графы, маршруты, цепи, пути, циклы, контуры.
9. Алгоритм Дейкстры и его обоснование.
10. Алгоритм Флойда и его обоснование.
11. Нахождение контуров отрицательной длины.
12. Сети, потоки, разрезы. Леммы о дивергенции и мощности потока.
13. Элементарные потоки. Разложение циркуляции на элементарные потоки.
14. Разложение потока на элементарные потоки.
15. Допустимые потоки. Лемма о мощности допустимого потока.
16. Увеличивающие цепи и теорема Форда–Фалкерсона.
17. Алгоритм Форда–Фалкерсона.
18. Потоки минимальной стоимости. Действия над потоками в исходной сети и в графе модифицированных стоимостей.
19. Критерий оптимальности допустимого потока.
20. Алгоритм Басакера–Гоуэна и его обоснование.
21. Алгоритм Клейна.

22. Метод ветвей и границ.
23. Задача коммивояжера. Алгоритм Литтла.
24. Сетевое планирование. Работы, события, алгоритм построения сетевой модели, ранжирование событий.
25. Минимальный и максимальный сроки наступления событий, их свойства. Критический путь. Свободный и полный резерв времени.
26. Оптимизация ресурсов в задаче сетевого планирования.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Экстремальные задачи и вариационное исчисление	Функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
2. Теория вероятностей и математическая статистика	Функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
на ____ / ____ учебный год**

№п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № ____ от _____ 20_ г.)

Заведующий кафедрой

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)