

*О. А. Велько, старший преподаватель кафедры общей математики и информатики
Белорусского государственного университета;*

*Н. В. Кепчик, доцент кафедры Белорусского государственного университета, кандидат
физико-математических наук*

ЭВРИСТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ «ГРАФЫ КАК ИНСТРУМЕНТ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПРИРОДЫ И ОБЩЕСТВА»

В современном мире широко обсуждаются проблемы модернизации математического образования. Для решения этой проблемы создаются проекты новых программ, но при этом часто забывают, что такие важные вопросы как «Чему учить?» и «Как учить?» не могут решаться отдельно друг от друга. Одним словом, изменение содержания математического образования невозможно без изменения методов обучения. Мы ни в коем случае не критикуем традиционные методы обучения, постоянное применение которых само собой разумеется, мы предлагаем вводить новые методы, в частности эвристические.

Почему мы обратили своё внимание на эвристические методы обучения? В первую очередь потому, что заметили: применяя только традиционные методы, получаем «потребителя», в лучшем случае «энциклопедиста». Другими словами, наши учащиеся просто усваивают готовую информацию, теряя способности генерировать собственные идеи, вести диалог, отстаивать свою позицию, не говоря уже о том, что большинство школьников не может сформулировать свою учебную цель и составить

план её достижения. Всё это, в конечном счёте, приводит к ослаблению мотивации учащихся и негативному отношению к изучаемому предмету. Мероприятия, организованные в рамках эвристического метода обучения, ориентируются на достижение неизвестного заранее результата, позволяют ученикам не пассивно приобрести знания, а самостоятельно их получить, помогают учащимся реализовать себя, продемонстрировать свои знания и способности, а также развить способности к самоанализу и рефлексии.

В данной статье мы хотим предложить вашему вниманию эвристическое занятие «Графы как инструмент моделирования процессов природы и общества», разработанное для учащихся X–XI классов в соответствии с методикой эвристического обучения. Эта тема выбрана потому, что графы широко используются в различных областях науки и повседневной жизни: в химии, биологии, физике, географии, строительстве, электротехнике, менеджменте, логистике, машиностроении, социологии, программировании, автоматизации технологических процессов и производств,

психологии, рекламе и т. д. Поэтому изучение этой темы заинтересует школьников, повысит общую математическую культуру ученика и облегчит им освоение информационных технологий.

Отметим, что тема «Графы» входит в учебную программу факультативных занятий по учебному предмету «Информатика» для X–XI классов учреждений общего среднего образования с белорусским и русским языками обучения и воспитания.

В частности, в программе предусмотрено изучение следующих понятий:

Понятие графа. Основные определения и способы задания. Графовые модели. Маршруты в графах. Поиск в глубину. Поиск в ширину. Эйлеровы графы. Взвешенные графы. Кратчайший путь в графе (алгоритмы Флойда и Дейкстры).

Поэтому приведённое в данной статье открытое занятие может быть успешно использовано на факультативах в школе.

Эвристическое занятие

(занятие творческого типа: составление и решение задач)

Изучаемая тема: «Графы как инструмент моделирования процессов природы и общества».

I. Основные цели педагога по отношению к индивидуальной самореализации обучающегося при изучении данной темы.

Способствовать самореализации каждого ученика путём анализа своих жизненных ситуаций и соотнесения их с предметным содержанием. Дать возможность учащимся через моделирование осознать роль графов в различных процессах природы и общества. Обеспечить условия для создания каждым учеником (или в группах) образовательного продукта по теме занятия. Создать возможности для развития коммуникативных компетентностей и творческой самореализации учащихся.

II. Целеполагание учащегося.

Учитель предлагает ученикам ответить на следующие вопросы:

- 1) Что я знаю о графах?
- 2) Чего я не знаю о графах?
- 3) Что я хочу узнать о графах?
- 4) Какие знания, полученные на занятии, понадобятся в моей жизни и будущей профессии?

5) Сформулируйте не менее трёх своих личных целей, которые вы ставите перед собой в начале занятия.

6) Сформулируйте не менее трёх собственных проблемных вопросов, касающихся тематики занятия.

III. Главная проблема занятия с позиции самореализации учащегося.

Что такое граф? Какова, на мой взгляд, роль графов в различных процессах природы и общества? Как я могу смоделировать процессы природы и общества с помощью графа? Какова роль графов в моей будущей профессии? Чему одноклассники могут у меня научиться и наоборот?

IV. Круг реальных объектов действительности, предлагаемых учащемуся для изучения: граф, моделирование, отношения и процессы.

V. Методы изучения реального объекта действительности.

На данном занятии используются как традиционные, так и эвристические методы обучения.

Традиционные: моделирование процессов и отношений с помощью графов; метод визуализации данных (функции, графики и т. п.), организация обсуждения результатов выполнения задания.

Эвристические: метод ученического целеполагания; метод сравнения; метод придумывания; метод разнонаучного видения; метод рефлексии; метод самоорганизации обучения.

VI. Этапы занятия.

1. Постановка проблемы. Учитель демонстрирует математические аспекты по теории графов, показывает пример моделирования отношений и процессов природы и общества с помощью графов посредством презентации.

Краткое содержание презентации:

Граф — это множество точек, называемых вершинами, и соединяющих их линий, которые называются рёбрами. Точнее говоря, любые две вершины могут либо соединяться, либо не соединяться ребром. Графы делятся на ориентированные и неориентированные графы. В ориентированном графе каждое ребро имеет направление (рис. 1), а в неориентированном — нет.

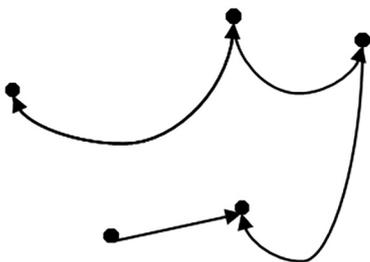


Рисунок 1

Циклом в графе называется замкнутый путь (контур) из рёбер. Цикл называется простым, если каждая вершина в нём встречается один раз. Вершины и рёбра графа могут характеризоваться некоторыми числовыми величинами. Такие характеристики называют весом, а граф называется взвешенным.

Древовидный граф (дерево) — это неориентированный связный граф без циклов. Если в дереве выделена одна вершина, то она называется корнем. Можно наглядно показать, что при выборе любой

вершины в качестве корня древовидный граф можно изобразить так, что он будет напоминать обычное дерево или куст — в обычном положении или корнем вверх (рис. 2).

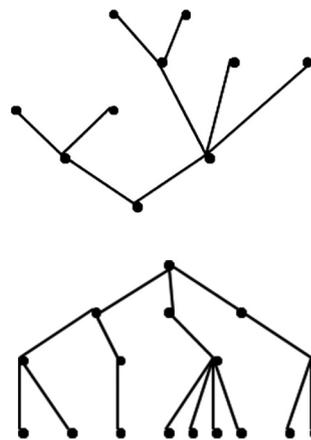


Рисунок 2

Древовидный граф с корнем можно некоторым естественным способом превратить в ориентированный, а именно: направить все рёбра от корня либо наоборот.

2. Открытое задание учащимся для изучения реального объекта действительности:

«УДИВИТЕЛЬНАЯ КРАСОТА ГРАФОВ»

Приведите три примера использования графов в повседневной жизни, природе и обществе.

3. Демонстрация и сравнение полученного образовательного продукта. Групповое обсуждение результатов выполнения задания учащимися, их соответствия представленному учителем материалу. Сравнение результатов выступления.

4. Знакомство с культурно-историческим аналогом. Высказывается оценка роли графов в современном мире и различных науках.

5. Рефлексия. Учитель предлагает вернуться к целеполаганию и ответить на вопросы:

- Удалось ли реализовать ваши цели, поставленные перед занятием?

- Перечислите трудности, с которыми вы столкнулись при изучении темы? Как вы преодолевали эти трудности?

- Что вам удалось больше всего при изучении темы и почему? Что и почему у вас не получилось?

- Каков главный результат для вас лично при изучении темы?

- Опишите свои эмоциональные впечатления на разных этапах занятия. Что труднее всего удалось в эмоциональном плане, а что — легче всего?

6. Открытое задание на обобщение темы занятия. Задание для домашнего выполнения.

«ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ КАНИКУЛЫ»

Вы планируете путешествие на летних каникулах. Постройте граф, отображающий ваше передвижение. Для этого: а) выявите элементы путешествия; б) определите характеристики элементов (названий, номеров, весов и т. п.); в) установите наличие связей между элементами и виды связей (односторонняя или двусторонняя); г) определите характеристики связей — весов рёбер и дуг; д) выберите формы изображения вершин и рёбер (если необходимо, то введите условные обозначения); е) представьте выделенные элементы и связи в графическом виде (воспользуйтесь для создания рисунка графическим редактором).

VII. Критерии оценивания.

При оценивании обобщённых образовательных продуктов учитываются:

- когнитивность и научность (оперирование научными понятиями и категориями, опора на научные положения, методологические подходы, закономерности и принципы);

- творческий подход (степень творчества и оригинальность работы, умение анализировать работу своего сокурсника, выявлять её сильные и слабые стороны);

- формулирование вопросов и проблем (способность задавать вопросы, видеть ключевые проблемы);

- чёткость, аргументированность, полнота ответа; при этом учитывается уровень доказательства личной точки зрения студента с опорой на концепции, теории и факты;

- коммуникативные способности (активность участника в обсуждении работ других участников и активность участника в групповом исследовании и рецензировании).

В результате данного занятия учащиеся создают образовательный продукт, отличный от других, развивают познавательный интерес к вопросам применения методов математического моделирования в различных процессах природы и общества, развивают коммуникативные компетентности и творческую самореализацию.

Мы хотим предложить вашему вниманию примеры, составленные учащимися на эвристическом занятии «Графы как инструмент моделирования процессов природы и общества», и их культурно-исторические аналоги.

Пример 1. Два человека имеют одинаковое увлечение — футбол. Таким образом, между ними существует взаимосвязь. Следует отметить, что в данном случае можем выделить два типа связи: 1) между человеком и интересом; 2) между двумя людьми, имеющими одинаковое увлечение. Граф можно изобразить следующим образом (рис. 3).

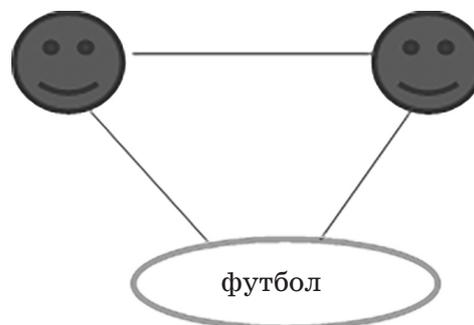


Рисунок 3

Знакомство с культурно-историческим аналогом. В процессе обсуждения данного примера было отмечено, что неориентированные графы могут быть использованы для изображения симметричных (двусторонних) отношений между объектами, например, отношения сотрудничества. В данном примере был построен так называемый граф интересов, который является онлайн представлением интересов любого человека, полученным на основе его активности в социальных сетях. Вершинами графа являются увлечения личности, также вершиной может быть профиль человека в социальной сети, рёбра графа отображают взаимоотношения между вершинами графа. Таким образом, граф интересов помогает выяснить, чем человек интересуется, что покупает или хочет купить, куда и с кем хочет пойти, за чьими сообщениями в социальных сетях следит и т. д.

Пример 2. Рассмотрим такой вид романтических взаимоотношений между тремя людьми, как «любовный треугольник». Известно, что этот термин означает, что первый человек увлечён вторым, которому он безразличен, а второй увлечён третьим, которому безразличен второй, но он не равнодушен к первому. Таким образом, всех троих связывают взаимоотношения, которые можно изобразить с помощью графа (рис. 4).

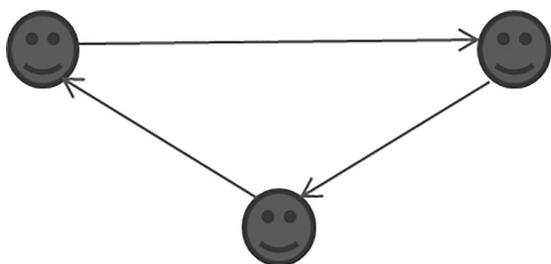


Рисунок 4

Знакомство с культурно-историческим аналогом. Ориентированные графы удобны для изображения несимметричных (т. е. могущих быть односторонними) отношений. Например, любви, зависти, заботы, подчинённости.

Пример 3. Созвездия можно изображать с помощью графов. Например, созвездие Девы (рис. 5).

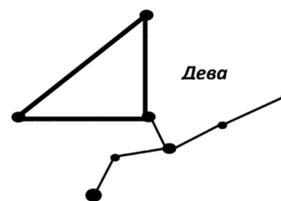


Рисунок 5

Знакомство с культурно-историческим аналогом. Действительно графы присутствуют и на картах звёздного неба. Это созвездия. Чтобы выделить отдельные созвездия из общего «звёздного хаоса», первые астрономы условно соединили наиболее яркие звёзды линиями (построили графы) и все видимые звёзды разделили на отдельные группы — созвездия. Если граф ассоциировался с каким-либо знакомым объектом, то созвездию давалось соответствующее название.

Пример 4. В нашем классе 24 ученика. Расположить учеников от самого низкого к самому высокому можно с помощью графа. Вершины графа — это фамилии. Могут быть заданы два отношения «быть выше» или «быть ниже». Рассмотрим отношение «быть ниже» и проведём стрелки от более низкого ученика к более высокому. На данном графе мы увидим: кто является самым низким, а кто самым высоким.

Знакомство с культурно-историческим аналогом. Ориентированные графы могут быть использованы для изображения отношения порядка. Если $x > y$, то мы соединяем x и y ребром, идущим в направлении от x к y , а если x и y несравнимы, то ребра между ними нет. Таким образом, любые две вершины либо соединены ребром лишь в одном направлении, либо не соединены вовсе.

Пример 5. Модель проведения некоего чемпионата может быть представлена с помощью следующего графа (рис. 6).

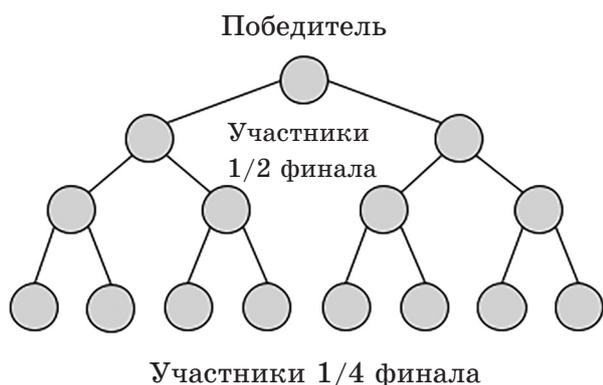


Рисунок 6

Знакомство с культурно-историческим аналогом. Древовидным графом может быть описана любая строго иерархическая система. Например, модель управления предприятием, каталог файлов на диске, библиотечный каталог, система административной подчинённости.

Пример 6. Модель игры «Подбрасывание монеты два раза» можно представить в виде графа (рис. 7).

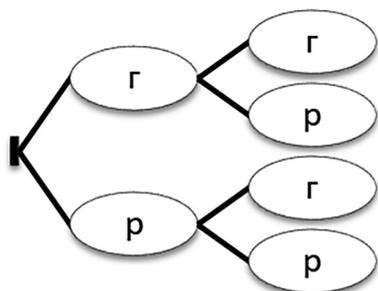


Рисунок 7

Знакомство с культурно-историческим аналогом. В данном случае построено дерево исходов двух подбрасываний монеты на твёрдую поверхность. Каждое подбрасывание монеты может закончиться одним из двух исходов, а именно: выпадением «герба» (Г) или «решки» (Р). Возможные исходы: ГГ, ГР, РГ, РР с вероятностями $\frac{1}{4}$. Если рядом с каждым его ребром запишем соответствующую вероятность, то получим так называемый вероятностный граф. Вероятностные графы нашли прак-

тическое применение во всех областях, где имеется необходимость моделировать сложные сети.

Пример 7. Модели молекул метана и воды можно представить в виде графов (рис. 8).

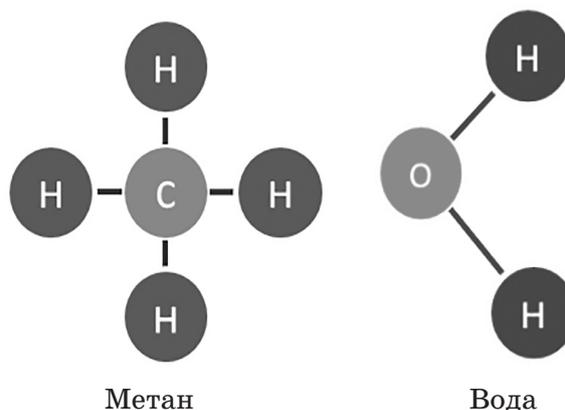


Рисунок 8

Знакомство с культурно-историческим аналогом. В данном случае мы видим так называемый *молекулярный граф*, т. е. неориентированный граф, находящийся во взаимно-однозначном соответствии со структурной формулой химического соединения таким образом, что вершинам графа соответствуют атомы молекулы, а рёбрам графа — химические связи между этими атомами. Вообще существует такое понятие, как химический граф. Химические графы дают возможность прогнозировать химические превращения, пояснять сущность и систематизировать некоторые основные понятия химии: структуру, конфигурацию, конформации, квантово-механическую и статистико-механическую взаимодействия молекул, изомерию и др. К химическим графам относятся молекулярные, двудольные и сигнальные графы кинетических уравнений реакций.

Пример 8. Между пятью планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Маршрут движения космического корабля можно представить в виде графа (рис. 9).

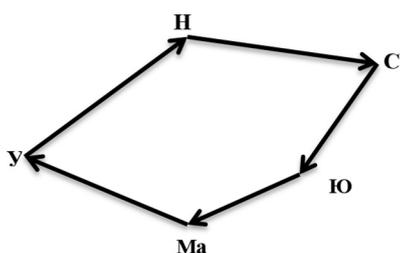


Рисунок 9

Знакомство с культурно-историческим аналогом. С помощью графов изображаются схемы железных и автомобильных дорог, движения самолётов, газопроводов, тепло- и электросети, производится математическое моделирование транспортных потоков. Например, схему минского метрополитена можно рассматривать как граф. Вершины этого графа — станции метрополитена, рёбра — переезды между станциями. В результате получаем ориентированный граф. Более того, данный граф можно рассматривать как взвешенный, в качестве весов можно рассматривать: а) расстояние между вершинами; б) время, затраченное на путь от одной вершины до другой; в) пассажиропоток в часы пик. К этой же категории задач относятся и так называемые задачи о лабиринтах, происхождение которых относится к глубокой древности. Задача о прохождении лабиринта имеет практический интерес, поскольку устройство линий электропередач, канали-

зации, сетей дорог, каналов и т. д. — всё это более или менее сложные лабиринты.

Пример 9. Размножение бактерий можно представить в виде графа (рис. 10).

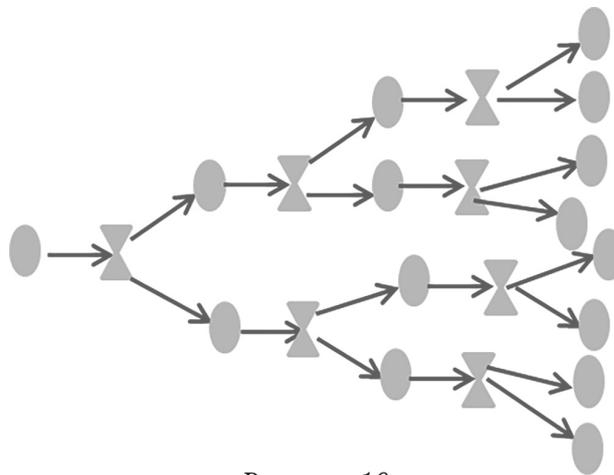


Рисунок 10

Знакомство с культурно-историческим аналогом. Деревья играют большую роль в биологической теории ветвящихся процессов. Размножение бактерий — одна из разновидностей ветвящихся процессов. Предположим, что через определённый промежуток времени каждая бактерия либо делится на две новые, либо погибает. Тогда для потомства одной бактерии получим двоичное дерево.

Пример 10. Обмен веществ в клетке также можно изобразить с помощью графа (рис. 11).

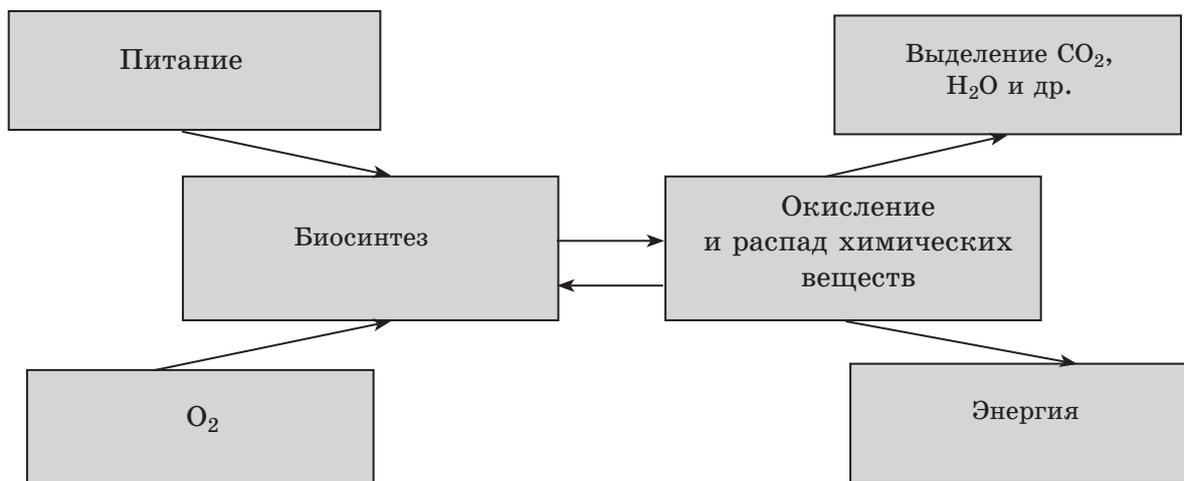


Рисунок 11

Знакомство с культурно-историческим аналогом. Графы широко используют в биологии, физике, химии, истории, социологии и т. д. для описания структур, категорий, строений, характеристик и функций различных процессов, явлений природы и общества. Например, в истории с помощью графа можно изобразить социальную структуру и основные категории населения различных цивилизаций Древнего мира, всем хорошо известно такое понятие как генеалогическое дерево, которое также является графом.

Пример 11. Задание «Занимательные каникулы»: граф «Путешествие по областным городам Республики Беларусь».

Путешествие 1:

а) Элементы путешествия: областные города Республики Беларусь.

б) Характеристики элементов: 1) названия городов: Минск, Гомель, Брест, Гродно, Витебск, Могилёв; 2) дата основания либо первого упоминания.

в) Наличие связи: города являются областными и существует автомобильное сообщение между городами.

г) Характеристика связей: движение по областным городам в порядке возрастания даты основания города.

д) Форма изображения вершин — овал, форма изображения рёбер — стрелка.

е)

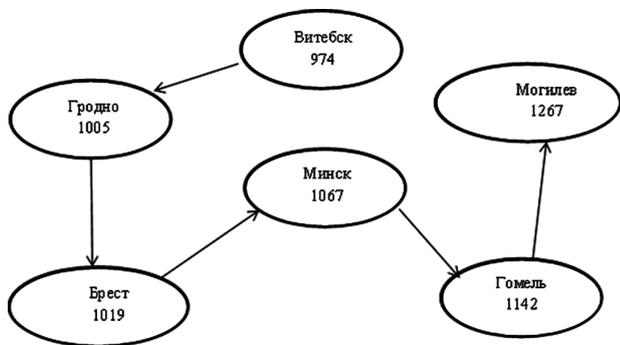


Рисунок 12

Путешествие 2:

а) Элементы путешествия: областные города Республики Беларусь.

б) Характеристики элементов: названия городов: 1) Минск, Гомель, Брест, Гродно, Витебск, Могилёв; 2) дата получения городом Магдебургского права.

в) Наличие связи: наличие Магдебургского права в областных городах и автомобильного сообщения между городами.

г) Характеристика связей: движение по областным городам в порядке возрастания даты получения Магдебургского права.

д) Форма изображения вершин — овал, форма изображения рёбер — стрелка.

е)

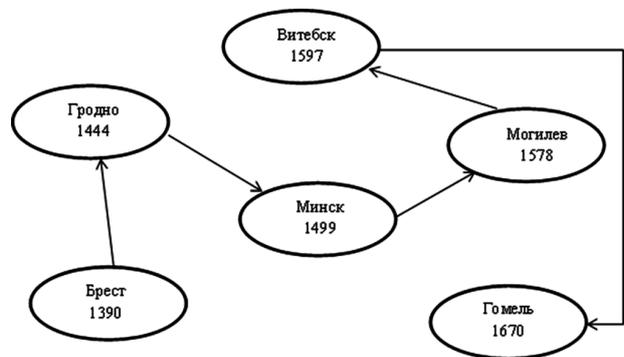


Рисунок 13

Выводы. В данном примере построены ориентированные взвешенные графы. Несмотря на то, что оба путешествия проходят по одним и тем же городам, из-за того, что были определены разные характеристики элементов, в результате получены два различных графа.

В заключение ещё раз хотим обратить внимание на то, что авторы не призывают применять эвристические методы при изучении всех тем дисциплины и ни в коем случае не говорят об исключении традиционных методов. Но мы на собственном опыте убедились в том, что эвристические методы обучения полезны при изучении ряда понятий, позволяют разнообразить учебный процесс, повысить

познавательный интерес и ощущение полноты изучаемого материала у учащихся. Более того, эвристические методы обучения заставляют самосовершенствоваться и находиться в постоянном поиске самого учителя.

Список использованных источников

1. Эвристическое обучение : в 5 т. Т. 3. Методика / под ред. А. В. Хуторского. — М. : Издательство «Эйдос»; Издательство Института образования человека, 2012. — 208 с. (Серия «Инновации в обучении»).
2. *Король, А. Д.* Педагогика диалога: от методологии к методам обучения: моногр. / А. Д. Король. — Гродно : ГрГУ, 2015. — 195 с.
3. *Король, А. Д.* Эвристический практикум по педагогике: учебно-методическое пособие / А. Д. Король, А. В. Хуторской, Е. И. Белокоз. — Гродно : ГрГУ, 2014. — 145 с.
4. *Кепчик, Н. В.* Опыт реализации технологии эвристического обучения при изучении дисциплины «Высшая математика» / Н. В. Кепчик, Т. И. Рабцевич, Н. Б. Яблонская // Математика. — 2020. — № 1. — С. 3–10.
5. *Velko, O. A.* Open type tasks as a means to activate students' creative activity / O. A. Velko, N. A. Moiseeva // Збірник наукових праць за матеріалами дистанційної всеукраїнської наукової конференції «Математика у технічному університеті ХХІ сторіччя», 15–16 травня, 2019 р., Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ. — Краматорськ: ДДМА, 2019. — С. 151–153.

