

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

О.Н. Здрок

2020 г.



Регистрационный № УД- 8803 /уч.

## Дифференциальные уравнения

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальностей:

1-31 03 02 Механика и математическое моделирование

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 02-2013 и учебного плана №G31-136/уч. от 30.05.2013 г.

**СОСТАВИТЕЛИ:**

Д.Н. Чергинец, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

В.В. Цегельник, профессор кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», доктор физико-математических наук, профессор;

Б.С. Калитин, доцент кафедры методов оптимального управления Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 14.05.2020);

Научно-методическим советом БГУ (протокол № 5 от 17.06.2020).

Зав. кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа, профессор



В. И. Громак

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

**Цель** учебной дисциплины – подготовка специалистов, обладающих знаниями и умениями эффективного использования основных методов теории дифференциальных уравнений.

### Задачи учебной дисциплины:

- приобретение студентами знаний в области теории дифференциальных уравнений
- приобретение практических навыков решения математических задач, построения и анализа математических моделей, описываемых дифференциальными уравнениями.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к **циклу** специальных дисциплин (государственный компонент).

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» является естественным продолжением дисциплины «Математический анализ», в основном опирается на знания, умения и навыки, полученные студентами при изучении таких дисциплин как «Математический анализ», «Алгебра», «Аналитическая геометрия». Знания, умения и навыки, полученные при изучении данной дисциплины, используются при изучении таких дисциплин как «Уравнения математической физики».

### Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Математические основы защиты информации» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

**академические** компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

**социально-личностные** компетенции:

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

**профессиональные** компетенции:

ПК-1. Разрабатывать практические рекомендации по использованию научных исследований, планировать и проводить экспериментальные исследования, исследовать патентоспособность и показатели технического уровня разработок программного обеспечения информационных систем, разрабатывать научно-техническую документацию.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области механики и прикладной математики.

ПК-14. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-24. Работать с научной, технической и патентной литературой.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

**знать:**

- элементарные приемы интегрирования;
- постановку задачи Коши;
- теоремы существования и единственности;
- основные понятия и теоремы общей теории систем дифференциальных уравнений;
- основные понятия и теоремы теории устойчивости по Ляпунову;

**уметь:**

- решать основные типы уравнений первого порядка;
- ставить начальные и краевые задачи, решать вопросы существования и единственности решения начальных задач;
- решать линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами;
- применять основные теоремы второго метода Ляпунова для решения вопросов устойчивости движения, определять типы особых точек автономных систем на плоскости;

**владеть:**

- основными приемами построения дифференциальных моделей реально происходящих явлений и процессов.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 3 и 4 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» отведено: 252 часа, в том числе 138 аудиторных часов, из них: лекции – 52 часа, практические занятия – 74 часов, управляемая самостоятельная работа – 12 часов.

Форма получения высшего образования очная (дневная).

На третий семестр отводится 86 аудиторных часов, из которых 34 часа составляют лекции (из них: 4 часа ДО), 46 часов – практические занятия (из них: 4 часа ДО), 6 часов – управляемая самостоятельная работа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

На четвертый семестр отводится 52 аудиторных часа, из которых 18 часов составляют лекции, 28 часов – практические занятия, 6 часов – управляемая самостоятельная работа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет, экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1. Дифференциальные уравнения первого порядка

#### Тема 1.1. Введение в теорию дифференциальных уравнений.

Основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация ОДУ. Векторное поле. Изоклины. Решения. Интегральные кривые. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Дифференциальные уравнения первого порядка в симметричной форме.

#### Тема 1.2. Методы интегрирования простейших уравнений.

Общий интеграл. Уравнения с разделенными переменными. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными и к однородным уравнениям.

#### Тема 1.3. Геометрические и физические задачи.

Простейшие математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями.

#### Тема 1.4. Линейные уравнения первого порядка.

Линейные уравнения первого порядка. Методы интегрирования линейных уравнений первого порядка: метод Лагранжа, метод интегрирующего множителя. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати. Разрешимость в квадратурах.

#### Тема 1.5. Уравнения в полных дифференциалах.

Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Специальные классы интегрирующих множителей. Существование и общий вид интегрирующего множителя.

#### Тема 1.6. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Изоклины. Интегральные кривые. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными и к однородным уравнениям. Геометрические и физические задачи. Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

### Раздел 2. Линейные дифференциальные уравнения

#### Тема 2.1. Однородные линейные уравнения.

Линейные уравнения  $n$ -го порядка. Общие понятия, определения. Задача Коши. Однородные линейные уравнения  $n$ -го порядка. Линейная независимость функций и решений ОЛДУ, определитель Вронского.

## **Тема 2.2. Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения.**

Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения (ФСР). Формула Лиувилля. Однородные линейные уравнения  $n$ -го порядка с вещественными коэффициентами.

## **Тема 2.3. Однородные линейные уравнения $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.**

Однородные линейные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Фундаментальная система решений линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

## **Тема 2.4. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка.**

Метод вариации произвольных постоянных решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений (метод Лагранжа). Неоднородные линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Принцип линейной суперпозиции.

## **Тема 2.5. Уравнения, приводимые к линейным дифференциальным уравнениям с постоянными коэффициентами.**

Линейные уравнения Эйлера и Чебышёва.

## **Тема 2.6. Линейные уравнения второго порядка и колебательные явления.**

Линейные уравнения второго порядка и колебательные явления. Колебательные свойства решений линейных уравнений второго порядка. Теорема Штурма о чередовании нулей и теорема Штурма о сравнении.

## **Тема 2.7. Интегрирование линейных дифференциальных уравнений при помощи степенных рядов.**

Интегрирование линейных дифференциальных уравнений при помощи степенных рядов. Теорема Коши. Уравнение Эйри.

## **Тема 2.8. Гармонические колебания.**

Свободные колебания без сопротивления среды. Свободные колебания с сопротивлением среды. Вынужденные колебания без сопротивления среды.

## **Тема 2.9. Краевые задачи.**

Краевая задача. Существование и единственность решения краевой задачи, примеры. Функция Грина.

## **Тема 2.10. Линейные дифференциальные уравнения.**

Однородные линейные уравнения. Формула Лиувилля. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения. Уравнение Эйлера. Линейные уравнения второго порядка и колебательные явления. Интегрирование

линейных дифференциальных уравнений при помощи степенных рядов. Краевые задачи.

### **Раздел 3. Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка**

#### **Тема 3.1. Уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной.**

Уравнения первого порядка, не разрешённые относительно производной. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро. Р и С-дискриминантные кривые. Особые решения уравнений первого порядка, не разрешённых относительно производной.

#### **Тема 3.2. Уравнения высших порядков.**

Уравнения высших порядков. Общие понятия, определения. Задача Коши. Существование и единственность решения задачи Коши. Уравнения высших порядков, интегрируемые в квадратурах и допускающие понижение порядка.

### **Раздел 4. Общие теоремы теории дифференциальных уравнений**

#### **Тема 4.1. Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка.**

Условие Липшица. Интегральное уравнение. Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Метод последовательных приближений. Доказательство теоремы Пикара методом последовательных приближений.

#### **Тема 4.2. Теорема Пикара для нормальной системы дифференциальных уравнений и уравнения порядка $n$ .**

Системы дифференциальных уравнений. Общие понятия, определения. Теорема Пикара существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и уравнения порядка  $n$ . Продолжение решений.

#### **Тема 4.3. Непрерывная зависимость решений от параметров и начальных данных.**

Непрерывная зависимость решений от параметров и начальных данных.

#### **Тема 4.4. Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Задача Коши.**

Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Задача Коши. Теорема Пикара.

## **Раздел 5. Линейные системы дифференциальных уравнений**

### **Тема 5.1. Общие понятия, определения и свойства.**

Линейные дифференциальные системы  $n$ -го порядка. Общие понятия и определения. Задача Коши. Однородные линейные дифференциальные системы. Общие свойства решений. Линейная независимость вектор-функций. Определитель Вронского. Фундаментальная матрица и общее решение однородной линейной дифференциальной системы. Формула Лиувилля для линейных систем дифференциальных уравнений.

### **Тема 5.2. Однородные линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.**

Метод Эйлера. Собственные и присоединенные векторы матрицы, жорданова цепочка.

### **Тема 5.3. Неоднородные линейные системы дифференциальных уравнений.**

Неоднородные линейные дифференциальные системы. Метод Лагранжа. Линейные системы с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

### **Тема 5.4. Матричный метод решения систем с постоянными коэффициентами.**

Экспоненциальная функция от матрицы, основные свойства. Матричный метод решения линейных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

### **Тема 5.5. Линейные системы дифференциальных уравнений.**

Однородные линейные системы дифференциальных уравнений. Неоднородные линейные системы дифференциальных уравнений. Матричный метод решения систем с постоянными коэффициентами.

## **Раздел 6. Автономные системы и введение в теорию устойчивости.**

### **Тема 6.1. Автономные системы дифференциальных уравнений.**

Основные понятия, определения и свойства. Положение равновесия.

### **Тема 6.2. Классификация положений равновесия линейной автономной системы второго порядка.**

Поведение траекторий линейных дифференциальных систем второго порядка. невырожденные и вырожденные случаи.

### **Тема 6.3. Устойчивость по Ляпунову решений дифференциальных уравнений.**

Основные понятия теории устойчивости по Ляпунову решений дифференциальных уравнений. Примеры. Устойчивость нулевого решения

линейных систем  $n$ -го порядка. Теорема об устойчивости по первому приближению.

#### **Тема 6.4. Функции Ляпунова.**

Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости решений дифференциальных уравнений. Теорема Четаева.

#### **Тема 6.5. Общее решение и общий интеграл.**

Первый интеграл, существование, общее решение и общий интеграл системы дифференциальных уравнений.

#### **Тема 6.6. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.**

Линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка и его связь с системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Структура общего решения. Задача Коши.

#### **Тема 6.7. Автономные системы и введение в теорию устойчивости.**

Классификация положений равновесия линейной автономной системы второго порядка. Устойчивость по Ляпунову решений дифференциальных уравнений. Устойчивость по первому приближению. Функции Ляпунова. Общее решение и общий интеграл. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСП	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские Занятия	Лабораторные Занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	<b>Дифференциальные уравнения первого порядка</b>	<b>8</b>	<b>14</b>				<b>2</b>	
1.1	Введение в теорию дифференциальных уравнений	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
1.2	Методы интегрирования простейших уравнений	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
1.3	Геометрические и физические задачи		4					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
1.4	Линейные уравнения первого порядка	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
1.5	Уравнения в полных дифференциалах	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
1.6	Дифференциальные уравнения первого порядка		2				2	Контрольная работа по разделу 1

<b>2</b>	<b>Линейные дифференциальные уравнения</b>	<b>16</b>	<b>18</b>				<b>2</b>	
2.1	Однородные линейные уравнения	2	1					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
2.2	Фундаментальная система решений однородного линейного дифференциального уравнения	2	1					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
2.3	Однородные линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
2.4	Неоднородные линейные дифференциальные уравнения n-го порядка	2	4					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
2.5	Уравнения, приводимые к линейным дифференциальным уравнениям с постоянными коэффициентами	1	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
2.6	Интегрирование линейных дифференциальных уравнений при помощи степенных рядов	1	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
2.7	Линейные уравнения второго порядка и колебательные явления	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
2.8	Гармонические колебания	2						Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
2.9	Краевые задачи	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
2.10	Линейные дифференциальные уравнения		2				2	Контрольная работа по разделу 2.
<b>3</b>	<b>Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка</b>	<b>4</b>	<b>8</b>					
3.1	Уравнения первого порядка, не разрешённые	2	4					Отчет по домашним практическим

	относительно производной	(ДО)	(ДО)					упражнениям с устной защитой. Устный опрос. Видеолекция.
3.2	Уравнения высших порядков	2 (ДО)	4					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос. Видеолекция.
4	<b>Общие теоремы теории дифференциальных уравнений</b>	<b>6</b>	<b>6</b>				<b>2</b>	
4.1	Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для уравнения первого порядка	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
4.2	Теорема Пикара для нормальной системы дифференциальных уравнений и уравнения порядка $n$ .	2	1					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
4.3	Непрерывная зависимость решений от параметров и начальных данных	2	1					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
4.4	Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Задача Коши.		2				2	Контрольная работа по разделам 3,4.
5	<b>Линейные системы дифференциальных уравнений</b>	<b>8</b>	<b>12</b>				<b>4</b>	
5.1	Общие понятия, определения и свойства	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
5.2	Однородные линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	2	4					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
5.3	Неоднородные линейные системы дифференциальных уравнений	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
5.4	Матричный метод решения систем с постоянными коэффициентами	2	2				2	Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
5.5	Линейные системы дифференциальных уравнений		2				2	Контрольная работа по разделу 5.

6	<b>Автономные системы и введение в теорию устойчивости</b>	<b>10</b>	<b>16</b>				<b>2</b>	
6.1	Автономные системы дифференциальных уравнений	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
6.2	Классификация положений равновесия линейной автономной системы второго порядка	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
6.3	Устойчивость по Ляпунову решений дифференциальных уравнений	2	4					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
6.4	Функции Ляпунова	2	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
6.5	Общее решение и общий интеграл	1	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
6.6	Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка	1	2					Отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой. Устный опрос
6.7	Автономные системы и введение в теорию устойчивости		2				2	Контрольная работа по разделу 6.

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Амелькин, В.В. Дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. / В. В. Амелькин. – Минск: БГУ, 2012. – 288 с.
2. Прохорова, Р.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. УВО по математическим спец. / Р. А. Прохорова; БГУ. - Минск: БГУ, 2017.
3. Амелькин, В.В. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: электронный учебно-методический комплекс для специальности 1-31 03 01 Математика / В.В. Амелькин, В.И. Громак, Д.Н. Чергинец. – Минск, 2015.  
<http://elib.bsu.by/handle/123456789/125474>
4. Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. Москва: «Высшая школа», 1991.
5. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Минск: «Высшая школа», 1974.
6. Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления: Учеб. пособие для студ. физ.-мат. спец. вузов / В.К.Романко. - М.: Лаборатория базовых знаний, 2000. - 342с.
7. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва «Наука», 1992.
8. Федорюк, М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. высш. технических учеб. заведений / М. В. Федорюк. - Изд. стер. - Москва: URSS: Либроком, 2017.
9. Мартынов, И.П. Дифференциальные уравнения и системы Пенлеве-типа / И.П. Мартынов, Н. С. Берёзкина, В. А. Пронько; УО "Гродненский гос. ун-т им. Я. Купалы". - Гродно: ГрГУ им. Я. Купалы, 2019.

### Перечень дополнительной литературы

1. Богданов Ю.С., Мазаник С.А., Сыроид Ю.Б. Курс дифференциальных уравнений. Минск: «Университетское», 1996.
2. Еругин Н.П. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. Минск: «Наук», 1972.
3. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Минск: «Высшая школа», 1987.
10. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. Москва: «Высшая школа», 1989.

11. Попа, М.Н. Проблема центра и фокуса: алгебраические решения и гипотезы / М. Н. Попа, В. В. Прикоп; АН Молдовы, Ин-т математики и информатики. - Кишинэу: [б. и.], 2018.
12. Агафонов, С.А. Дифференциальные уравнения: Учебник для студ. вузов / С.А. Агафонов, А.Д. Герман, Т.В. Муратова; Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. - 347с.
13. Дифференциальное и интегральное исчисление функций одной и многих переменных. Дифференциальные уравнения: учеб.-метод. пособие для спец. I степени высш. образования / [авт.: В. В. Цегельник и др.]; М-во образования Республики Беларусь, УО "БГУИР", Фак. компьютерных систем и сетей, Каф. высшей математики. - Минск: БГУИР, 2018.
14. Хеннер, В.К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений: учеб. пособие [для студ. по напр. "Математика и механика", "Физика и астрономия", "Электроника, радиотехника и системы связи", "Фотоника, приборостроение, оптические и биотехнические системы и технологии", "Электро- и теплотехника", "Машиностроение", "Физико-технические науки и технологии", "Технологии материалов"] / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2017.
15. Амелькин, В.В. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс]: электронный учебно-методический комплекс для специальности 1-31 03 02 Механика и математическое моделирование / В.В. Амелькин, В.И. Громак, Д.Н. Чергинцев. – Минск, 2015. <http://elib.bsu.by/handle/123456789/125475>

## **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки**

Контроль работы студента проходит в форме опроса на лекциях, во время устной защиты отчета по домашним практическим упражнениям, при решении студентом у доски упражнений, во время контрольной работы. Оценка за ответы на лекциях и практических занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики, глубину понимания терминов, используемых студентом при ответе на вопросы. При опросах на практических занятиях ценится знание студентом теоретических сведений, полученных на лекции, поэтому студенту перед лабораторным занятием необходимо почитать и разобраться с лекционным материалом, чтобы он был готов пробовать применять его на лабораторных занятиях.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Дифференциальные уравнения» учебным планом предусмотрен зачет в третьем семестре, **зачет и экзамен** в четвертом семестре.

Зачет по дисциплине проходит в форме письменных контрольных работ. Если студент хотя бы на «четыре» написал все контрольные работы, то зачет выставляется «автоматом». Экзамен по дисциплине проходит в устной форме.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- контрольные работы – 60 %;
- опросы на лекциях и лабораторных занятиях – 40 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной оценки – 60 %.

### **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов**

#### **Тема 1.6. Дифференциальные уравнения первого порядка. (2ч.)**

Изоклины. Интегральные кривые. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными и к однородным уравнениям. Геометрические и физические задачи. Линейные

уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

При изучении первого раздела студент учится решать задачи на лекциях, лабораторных занятиях и дома, выполняя домашние практические упражнения. После изучения первого раздела студент пишет контрольную работу №1. Примерные варианты контрольной работы №1 можно найти в [2], §10.

Форма контроля – контрольная работа.

### **Тема 2.10. Линейные дифференциальные уравнения. (2ч.)**

Однородные линейные уравнения. Формула Лиувилля. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения. Уравнение Эйлера. Линейные уравнения второго порядка и колебательные явления. Интегрирование линейных дифференциальных уравнений при помощи степенных рядов. Краевые задачи.

При изучении второго раздела студент учится решать задачи на лекциях, лабораторных занятиях и дома, выполняя домашние практические упражнения. После изучения второго раздела студент пишет контрольную работу №2. Примерные варианты контрольной работы №2 можно найти в [2], §26.

Форма контроля – контрольная работа.

### **Тема 4.4. Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Задача Коши.**

Уравнения первого порядка, неразрешенные относительно производной и уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Задача Коши. Теорема Пикара.

При изучении третьего и четвертого раздела студент учится решать задачи на лекциях, лабораторных занятиях и дома, выполняя домашние практические упражнения. После изучения третьего и четвертого раздела студент пишет контрольную работу №3.

Примерный вариант контрольной работы №3.

1. Проинтегрировать и исследовать на особые решения

$$y'^2 - 2xy' + 2x^2 - 2y = 0.$$

2. Решить методом введения параметра

$$x = y'^2 + y' \ln y'.$$

3. Проинтегрировать уравнение

$$x = y''' + y''.$$

4. Найти решения, удовлетворяющие начальным условиям

$$y'' - 4y'^2 + 3e^y y' = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

5. При каких  $n$  уравнение  $y^{(n)} = f(x, y)$  ( $f, f'_y$  - непрерывны) может иметь среди своих решений две функции

$$y_1(x) = x, y_2(x) = x + x^4 ?$$

Форма контроля – контрольная работа.

#### **Тема 5.4. Матричный метод решения систем с постоянными коэффициентами.**

Экспоненциальная функция от матрицы, основные свойства. Матричный метод решения линейных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Изучить решение задачи 29.29 в [2], решить задачи 29.30, 29.31 в [2].

Форма контроля – письменный отчет.

#### **Тема 5.5. Линейные системы дифференциальных уравнений.**

Однородные линейные системы дифференциальных уравнений. Неоднородные линейные системы дифференциальных уравнений. Матричный метод решения систем с постоянными коэффициентами.

При изучении пятого раздела студент учится решать задачи на лекциях, лабораторных занятиях и дома, выполняя домашние практические упражнения. После изучения пятого раздела студент пишет контрольную работу №4. Примерные варианты контрольной работы №4 можно найти в [2], §35.

Форма контроля – контрольная работа.

#### **Тема 6.7. Автономные системы и введение в теорию устойчивости.**

Классификация положений равновесия линейной автономной системы второго порядка. Устойчивость по Ляпунову решений дифференциальных уравнений. Устойчивость по первому приближению. Функции Ляпунова. Общее решение и общий интеграл. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка.

При изучении шестого раздела студент учится решать задачи на лекциях, лабораторных занятиях и дома, выполняя домашние практические упражнения. После изучения шестого раздела студент пишет контрольную работу №5.

Примерный вариант контрольной работы №5.

1. Пользуясь определением устойчивости по Ляпунову, выяснить, устойчиво ли решение уравнения, удовлетворяющее начальному условию

$$\dot{x} = x - 2tx, x(0) = 0.$$

2. Определить тип положения равновесия системы, начертить фазовые траектории, указать направление движения по траекториям.

$$\dot{x} = -x + 2y, \dot{y} = 2x - y,$$

3. Исследовать положения равновесия на устойчивость

$$\dot{x} = \ln(1+x) - \sin x, \dot{y} = \operatorname{tg}(x+y) + \ln(1+y).$$

4. Найти общее решение уравнения

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + (x-y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

Форма контроля – контрольная работа.

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется **эвристический подход**, который предполагает демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем.

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает освоение содержания через решения практических задач.

При организации образовательного процесса **используются методы и приемы развития критического мышления**, которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине рекомендовано разместить на образовательном портале или сайте кафедры учебно-методические материалы: методические указания к лабораторным занятиям, вопросы для подготовки к экзамену, перечень рекомендуемой литературы.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы УВО по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) <sup>1</sup>
Уравнения математической физики	Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	Вносить изменения не требуется (№ 9 от 14.05.2020)

<sup>1</sup> При наличии предложений об изменениях в содержании учебной программы УВО.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ**  
**К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ**  
**ДИСЦИПЛИНЕ НА \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ УЧЕБНЫЙ ГОД**

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
 \_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.)  
 \_\_\_\_\_  
 (название кафедры)

Заведующий кафедрой  
 доктор физ.-мат. наук, профессор \_\_\_\_\_  
 (ученая степень, ученое звание) (подпись)

**В.И. Громак**  
 (И.О.Фамилия)

**УТВЕРЖДАЮ**  
 Декан факультета  
 доктор физ.-мат. наук, доцент \_\_\_\_\_  
 (ученая степень, ученое звание) (подпись)

**С.М. Босяков**  
 (И.О.Фамилия)