

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ


УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
О.Н.Здрок
«30» 2020 г.
Регистрационный № УД-8909/уч.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности

1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01 -2013 и учебных планов № G31-138/уч., № G31₃-183/уч. от 30.05. 2013

СОСТАВИТЕЛИ:

Пономарева Светлана Владимировна, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского Государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

Лебедев Андрей Владимирович, заведующий кафедрой функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского Государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Пыжкова Ольга Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики (протокол № 12 от 04.06.2020);

Научно-методическим Советом БГУ (протокол № 5 от 17.06.2020)

Заведующий кафедрой

А.В. Лебедев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – «Исследование операций» – повышение уровня профессиональной компетентности в решении проблем оптимизации в различных сферах трудовой деятельности, изучение повышение уровня профессиональной компетентности в исследовании проблем оптимизации сложной организационной деятельности и разрешении конфликтных ситуаций в социальных и производственных структурах, расширение математического кругозора, знакомство с новыми методами доказательств, усвоение новых алгоритмов решения задач оптимизации.

Задачи учебной дисциплины:

1. анализ оптимизационных алгоритмов задач исследование операций;
2. практическое использование алгоритмов при моделировании сложных технологических процессов.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу специальных дисциплин (компонент учреждения образования)

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Изучение дисциплины базируется на знаниях дисциплин «Математический анализ», «Дискретная математика».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Исследование операций» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным выработать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникаций..

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

социально-личностные компетенции:

СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-4. Владеть навыками здоровьесбережения.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

профессиональные компетенции:

ПК-28. Проводить учебные занятия по математике и информатике в 5-12 классах учреждений общего среднего образования на базовом и повышенном уровнях.

ПК-29. Вести преподавательскую работу в высших и средних специальных учебных заведениях в соответствии с полученной квалификацией.

ПК-30. Осуществлять научно-методическое обеспечение образования, использовать инновационные педагогические технологии в образовательном процессе.

ПК-31. Формировать у обучающихся устойчивый интерес к преподаваемым дисциплинам, требовательность и ответственность за результаты обучения, воспитывать их в духе патриотичности, гражданственности, инициативности.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия и теоремы теории графов и теории игр;
- основные понятия и теоремы динамического программирования и теории расписаний.

уметь:

- применять теорию графов и теорию игр для решения практических задач;
- составлять сетевые модели;
- пользоваться методами динамического программирования.

владеть:

- методами решения экстремальных задач теории графов;
- методами исследования сетевых моделей.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 7 семестре на дневном отделении, в 5- 6 семестре на заочном отделении. Всего на изучение учебной дисциплины «Исследование операций» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 100 часов, в том числе аудиторных занятий – 54 часа, из них лекции – 34 часов, практические занятия – 16 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

– для заочной формы получения высшего образования – 100 часов, 14 аудиторных часов, из них лекции – 8 часов, практические занятия – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Введение

Предмет исследования операций, содержание курса исследования операций.

Раздел 1. Экстремальные задачи на графах

Тема 1.1. Примеры экстремальных задач на графах:

Тема 1.2. Неориентированные графы..

Тема 1.3. Эйлеровы циклы.

Тема 1.4. Леса и деревья.

Тема 1.5. Ориентированные графы. Алгоритмы Дейкстры и Флойда.

Тема 1.6. Сети, потоки, разрезы

Тема 1.7. Сети с ограниченными пропускными способностями дуг и допустимые потоки.

Тема 1.8. Задача о нахождении допустимого потока максимальной мощности. Алгоритм Форда–Фалкерсона.

Тема 1.9. Задача о построении потока минимальной стоимости. Критерий оптимальности.

Тема 1.10. Алгоритмы Басакера–Гоуэна и Клейна.

Тема 1.11. Задача коммивояжера. Алгоритм Литтла.

Тема 1.12. Календарное планирование.

Раздел II. Теория игр

Тема 2.1. Элементарные понятия теории игр. Матричные и биматричные игры..

Тема 2.2. Отношения предпочтения и оптимумы.

Тема 2.3. Несущественные игры.

Тема 2.4. Седловые точки и цена игры.

Тема 2.5. Правила принятия решений. Теоремы о неподвижной точке.

Тема 2.6. Канонические правила принятия решений и равновесия по Нэшу.

Тема 2.7. Смешанные расширения конечных игр.

Тема 2.8. Методы поиска седловых точек и равновесий по Нэшу в смешанных расширениях.

Тема 2.9. Смешанные расширения бесконечных игр.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Экстремальные задачи на графах	22	18				2	
1.1	Примеры экстремальных задач на графах	1						
1.1.1.	История возникновения экстремальных задач теории графов. Задача о Кенигсбергских мостах, задача о четырех красках	1						
1.2	Неориентированные графы.	2	1					
1.2.1.	Псевдо- и мультиграфы, смежные и инцидентные вершины и ребра, степень вершины. Лемма о четности числа вершин с нечетной степенью. Маршруты, цепи, простые цепи, циклы. Выделение из маршрута простой цепи с теми же концами. Лемма о существовании цикла. Связные графы, подграфы. Разбиение графа на связные компоненты.	2	1					Проверка индивидуальных заданий
1.3	Эйлеровы циклы	1	0,5					
1.3.1.	Критерий существования эйлерова цикла. Алгоритм построения эйлерова цикла.	1	0,5					Проверка индивидуальных заданий
1.4	Леса и деревья.	2	0,5					
1.4.1.	Критерии графа быть деревом. Остовное дерево. Задача о	2	0,5					Проверка индивидуальных

	построении остовного дерева минимального веса. Алгоритм Прима, его корректность. Алгоритм Краскала и его корректность.							заданий
.5.	Ориентированные графы. Алгоритмы Дейкстры и Флойда.	2	0,5					
1.5.1.	Маршруты, цепи, циклы, пути, контуры. Выделение из ориентированного маршрута пути с теми же концами. Задача о нахождении кратчайшего пути между двумя заданными вершинами. Алгоритм Дейкстры, его корректность. Задача о поиске всех кратчайших путей в графе. Алгоритм Флойда, его корректность. Нахождение циклов отрицательной длины. Задача об узких местах.	2	0,5					Проверка индивидуальных заданий
1.6.	Сети, потоки, разрезы	2	0,5					
1.6.1.	Сети, источники, стоки, полюса. Дивергенция, поток, циркуляция. Мощность потока. Разрез, дивергенция на разрезе. Лемма о совпадении мощности потока с его дивергенцией на разрезе. Элементарные потоки. Теоремы о разложении положительных циркуляций и потоков на элементарные циркуляции и потоки.	2	0,5					Проверка индивидуальных заданий
1.7.	Сети с ограниченными пропускными способностями дуг и допустимые потоки.	2	0,5					
1.7.1.	Пропускная способность разреза. Лемма о мощности потока и пропускной способности разреза. Увеличивающие элементарные цепи и потоки. Теорема Форда–Фалкерсона (критерий максимальности потока).	2	0,5					Проверка индивидуальных заданий
1.8.	Задача о нахождении допустимого потока максимальной мощности. Алгоритм Форда–Фалкерсона.	2	0,5					
1.8.1.	Конечность данного алгоритма для сетей с рациональными пропускными способностями дуг.	2	0,5					Проверка индивидуальных заданий
1.9.	Задача о построении потока минимальной стоимости. Критерий оптимальности.	2	1					

1.9.1	Графы модифицированных стоимостей. Взаимосвязи между допустимыми потоками в исходной сети и в графе модифицированных стоимостей. Критерий оптимальности допустимого потока.	2	1				Проверка индивидуальных заданий
1.10	Алгоритмы Басакера–Гоуэна и Клейна.	2	1				
1.10.1	Алгоритм Басакера–Гоуэна для построения потока минимальной стоимости среди потоков заданной мощности. Теорема о его корректности.	2	1				Проверка индивидуальных заданий
1.11	Задача коммивояжера. Алгоритм Литтла.	2	1				
1.11.1.	Гамильтоновы циклы. Метод ветвей и границ. Алгоритм Литтла: операции приведения и стягивания матрицы расстояний, константы приведения и штрафы, оценки длин гамильтоновых циклов, исключение частичных циклов.	2	1				Проверка индивидуальных заданий
1.12	Календарное планирование	2	1			2	
1.12.1.	Постановка задачи, основные этапы решения. Построение сетевой модели, ранжирование, нахождение критических путей. Критерий пути быть критическим. Свободный резерв времени, полный резерв времени. Построение календарного графика работ и распределения трудовых ресурсов. Оптимизация календарного графика.	2	1			2	Отчет по практическим работам с последующей защитой. Контрольная работа №1
II	Теория игр	12	8			2	
2.1	Элементарные понятия теории игр. Матричные и биматричные игры.	1	0,5				
2.1.1.	Стратегии, исходы, функции выигрыша, игры в нормальной форме, игры двух лиц, игры с нулевой суммой.	1	0,5				
2.2	Отношения предпочтения и оптимумы.	1	0,5				
2.2.1.	Доминирующие и недоминируемые стратегии, их существование. Условия эквивалентности недоминируемых стратегий. Гарантированный выигрыш, осторожные стратегии. Существование недоминируемых	1	0,5				Проверка индивидуальных заданий

	осторожных стратегий. Оптимальность по Парето и существование оптимумов по Парето.						
2.3	Несущественные игры	1	1				
2.3.1.	Оптимумы по Парето и осторожные стратегии в них. Игра двух лиц с нулевой суммой. Нижняя и верхняя цена игры, связь между ними. Цена игры. Взаимосвязь между играми, имеющими цену, и несущественными играми	1	1				Проверка индивидуальных заданий
2.4	Седловые точки и цена игры.	2	1				
2.4.1.	Взаимозаменяемость седловых точек. Теорема Фон Неймана о минимаксе	2	1				Проверка индивидуальных заданий
2.5	Правила принятия решений. Теоремы о неподвижной точке.	1	1				
2.5.1.	Согласованные стратегии. Теоремы Боля–Брауэра и Какутани о неподвижной точке.	1	1				
2.6	Канонические правила принятия решений и равновесия по Нэшу.	1	1				
2.6.1.	Теорема Нэша. Взаимоотношения между равновесиями по Нэшу, равновесиями в недоминируемых стратегиях, равновесиями в осторожных стратегиях, оптимумами по Парето. Индивидуально рациональные исходы.	1	1				Проверка индивидуальных заданий
2.7	Смешанные расширения конечных игр.	1	1				
2.7.1.	Существование седловой точки и цены в смешанном расширении матричной игры. Существование равновесий по Нэшу в смешанном расширении биматричной игры.	1	1				Проверка индивидуальных заданий
2.8	Методы поиска седловых точек и равновесий по Нэшу в смешанных расширениях	2	1				
2.8.1.	Методы поиска седловых точек в смешанных расширениях матричных игр и равновесий по Нэшу в смешанных расширениях биматричных игр.	2	1				
2.9	Смешанные расширения бесконечных игр	2	1			2	
2.9.1.	Теорема о существовании равновесий по Нэшу в смешанном расширении бесконечных игр	2	1			2	Отчет по практическим работам с последующей

								защитой. Контрольная работа № 2
	Всего	34	16				4	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения образования с применением

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	
1	2	3	4	5	6	7	9
1	Экстремальные задачи на графах	4	2				
II	Теория игр	4	4				
	Всего	8	6				

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Бахтин В.И., Коваленок А.П., Лебедев А.В., Лысенко Ю.В. Исследование операций. – Минск, БГУ, 2003
2. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. 1977.
3. Басакер Р., Саати Т. Конечные графы и сети. 1974.
4. Мицель А.А. Исследование операций и методы оптимизации. Часть 1. Лекционный курс. ТОМСК: Изд. ТГУ, 2016. – 167 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. 1974.
2. Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях. 1966.
3. Харари Ф. Теория графов. 1973.
4. Оре О. Теория графов. 1980.
5. Мулен Р. Теория игр и экономические приложения. 1979.
6. Фон Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. 1970.
7. Льюс Р.Д., Райфа Х. Игры и решения. 1961.
8. Оуэн Г. Теория игр. 1971.
9. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. – М., Высшая школа, 1998.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Исследование операций» учебным планом предусмотрен зачет.

Контроль работы студента проходит в форме собеседования, контрольной работы в аудитории или выполнения самостоятельных работ и практических упражнений в аудитории, а также самостоятельной работы вне аудитории с предоставлением отчета с его устной защитой. Задания к контрольным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Зачёт по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- контрольные работы – 50 %;
- письменные отчеты по лабораторным работам – 50 %;

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.12. Календарное планирование. (2ч.)

Построить сетевую модель, ранжирование, найти критические пути. Построить календарный график работ и распределения трудовых ресурсов.

Форма контроля – отчет с последующей защитой.

Тема 2.9. Смешанные расширения бесконечных игр. (2ч.)

По теореме о существовании равновесий по Нэшу выяснить существование равновесия в задаче.

Форма контроля – отчет с последующей защитой.

Примерный перечень заданий для контрольных работ

Контрольная работа №1

1. Найти кратчайшие пути от вершины S до всех остальных вершин.
2. Построить максимальный поток и указать минимальный разрез в сети.
3. Построить поток мощности m минимальной стоимости с помощью алгоритма Клейна. Доказать, что стоимость минимальна.

4. Докажите, что положительный поток положительной мощности можно разложить в сумму элементарных положительных потоков вдоль контуров и вдоль путей, идущих от источника к стоку(считая, что в сети один источник и один сток)

Контрольная работа №2

ВАРИАНТ № 1

1. Найти все решения задачи коммивояжера, определяемой матрицей стоимостей

$$\begin{pmatrix} \infty & 7 & 7 & 5 & 7 \\ 4 & \infty & 5 & 4 & 10 \\ 5 & 4 & \infty & 4 & 5 \\ 7 & 9 & 5 & \infty & 9 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & \infty \end{pmatrix}$$

2. Построить сетевую модель, найти критический путь и построить график распределения трудовых ресурсов.

№	Каким работам предшествует	Сроки выполнения	Потребность в рабочей силе
1	2	9	6
2	—	5	9
3	6, 10, 11	7	4
4	3, 5	5	7
5	6, 11	6	5
6	2	7	5
7	6, 10, 11	8	4
8	6, 10, 11	5	3
9	1, 8	3	8
10	2	9	3
11	—	8	8

3. В условиях предыдущей задачи
 а) оптимизировать распределение трудовых ресурсов;
 б) составить оптимальный график работ, при котором потребность в рабочей силе не превосходит 17.
4. Доказать, что если мощность потока f в сети положительна, то его можно разложить в сумму элементарных положительных потоков вдоль контуров и путей, ведущих из s в t .

Примерная тематика практических занятий

Занятие № 1. Критерии графа быть деревом. Остовное дерево. Задача о построении остовного дерева минимального веса. Алгоритм Прима, его корректность. Алгоритм Краскала и его корректность.

Занятие № 2. Алгоритм Дijkstra, его корректность. Задача о поиске всех кратчайших путей в графе.

Занятие № 3. Алгоритм Флойда, его корректность. Нахождение циклов отрицательной длины. Задача об узких местах.

Занятие № 4. Сети, источники, стоки, полюса. Дивергенция, поток, циркуляция. Мощность потока. Разрез, дивергенция на разрезе. Алгоритм Форда-Фалкерсона.

Занятие № 5. УСР. Алгоритм Басакера–Гоуэна для построения потока минимальной стоимости среди потоков заданной мощности..

Занятие № 6. Гамильтоновы циклы. Метод ветвей и границ. Алгоритм Литтла

Занятие № 7. Календарное планирование. Постановка задачи, основные этапы решения. Построение сетевой модели, ранжирование, нахождение критических путей.

Занятие № 8. Стратегии, исходы, функции выигрыша, игры в нормальной форме, игры двух лиц, игры с нулевой суммой.

Занятие № 9 Оптимумы по Парето и осторожные стратегии в них. Игра двух лиц с нулевой суммой. Нижняя и верхняя цена игры, связь между ними. Цена игры.

Занятие № 10. УСР: Методы поиска седловых точек в смешанных расширениях матричных игр и равновесий по Нэшу в смешанных расширениях биматричных игр.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса могут быть использованы следующие подходы и методы: *эвристический подход, практико-*

ориентированный подход, метод проектного обучения, метод учебной дискуссии, методы и приемы развития критического мышления, метод группового обучения. которые предполагают:

- осуществление студентами значимых открытий;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности;
- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций;
- приобретение студентом знаний и умений для решения практических задач;
- анализ ситуации, используя профессиональные знания, собственный опыт, дополнительную литературу и иные источники;
- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Все результаты и достижения группируются на основе основных видов деятельности студентов: учебной, научно-исследовательской и иной. Методы обеспечивают появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;
- выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим семинарским занятиям;
- научно-исследовательские работы;
- подготовка и написание рефератов, докладов, эссе и презентаций на заданные темы;
- подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Графы. Маршруты, цепи, циклы, связные компоненты.
2. Три леммы о неориентированных графах.
3. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера.
4. Алгоритм построения эйлерова цикла.
5. Деревья и их свойства.
6. Остовные деревья. Алгоритм Прима и его обоснование.
7. Алгоритм Краскала и его обоснование.
8. Ориентированные графы, маршруты, цепи, пути, циклы, контуры.
9. Алгоритм Дейкстры и его обоснование.
10. Алгоритм Флойда и его обоснование.
11. Нахождение контуров отрицательной длины.
12. Сети, потоки, разрезы. Леммы о дивергенции и мощности потока.
13. Элементарные потоки. Разложение циркуляции на элементарные потоки.
14. Разложение потока на элементарные потоки.
15. Допустимые потоки. Лемма о мощности допустимого потока.
16. Увеличивающие цепи и теорема Форда–Фалкерсона.
17. Алгоритм Форда–Фалкерсона.
18. Потоки минимальной стоимости. Действия над потоками в исходной сети и в графе модифицированных стоимостей.
19. Критерий оптимальности допустимого потока.
20. Алгоритм Басакера–Гоуэна и его обоснование.
21. Алгоритм Клейна.
22. Метод ветвей и границ.
23. Задача коммивояжера. Алгоритм Литтла.
24. Сетевое планирование. Работы, события, алгоритм построения сетевой модели, ранжирование событий.
25. Минимальный и максимальный сроки наступления событий, их свойства. Критический путь. Свободный и полный резерв времени.

26. Игры (бескоалиционные, матричные, биматричные).
27. Доминирующие и недоминируемые стратегии. Их существование.
28. Осторожные стратегии и их существование. Гарантированный выигрыш.
29. Оптимальные по Парето исходы, их существование.
30. Несущественные игры, их свойства.
31. Игра двух лиц с нулевой суммой. Нижняя и верхняя цена игры. Связь цены игры с несущественностью.
32. Цена игры и седловые точки. Свойства седловых точек.
33. Теорема фон Нойманна.
34. Правила принятия решений и равновесия. Теоремы о неподвижной точке.
35. Канонические правила принятия решений. Равновесия по Нэшу и теорема Нэша.
36. Смешанные расширения конечных игр. Равновесия в них.
37. Смешанные расширения бесконечных игр.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Экстремальные задачи и вариационное исчисление	Функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
2. Теория вероятностей и математическая статистика	Функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
