

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям

О.И. Здрок
«30» 2020 г.

Регистрационный № УД-8557/уч.

Математические основы теории потребления

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

направление специальности

1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013 и учебного плана № G31-139/уч. от 30.05.2013 по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) направление специальности 1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

СОСТАВИТЕЛИ:

Гороховик Валентин Викентьевич, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Астровский Анатолий Иванович, профессор кафедры высшей математики Белорусского государственного экономического университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Кротов Вениамин Григорьевич, заведующий кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики (протокол № 12 от 04.06.2020);

Научно-методическим Советом БГУ (протокол № 5 от 17.06.2020)

Зав. кафедрой ФАиАЭ, профессор



А.В. Лебедев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – повышение уровня профессиональной компетентности в математическом моделировании и анализе математических моделей в экономике, теории принятия решений, теории рационального выбора, подготовка специалистов, способных использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований.

Задачи учебной дисциплины:

1. Изучение математических средств моделирования процессов рационального выбора потребительских благ в экономике, обучение методам анализа математических моделей теории потребления и теории принятия решений.

2. Привитие навыков построения математических моделей, адекватных конкретным прикладным процессам и явлениям, и умения содержательно интерпретировать результаты их исследования.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу специальных дисциплин (компонент учреждения образования)

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Изучение дисциплины базируется на знаниях дисциплин «Математический анализ», «Функциональный анализ», «Общая топология».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Математические основы теории потребления» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

социально-личностные компетенции:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные компетенции:

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской

- деятельностью в области математики и информационных технологий.
- ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.
- ПК-16. Готовить доклады, материалы к презентациям.
- ПК-17. Пользоваться глобальными информационными ресурсами.
- ПК-18. Владеть современными средствами телекоммуникаций.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- определения бинарного отношения как подмножества декартова квадрата множества и как многозначного отображения, заданного на множестве;
- основные операции над бинарными отношениями и наиболее распространенные свойства бинарных отношений;
- отношения толерантности и отношения эквивалентности как основные представители симметричных бинарных отношений, их связь с покрытиями и разбиениями множеств;
- классификацию асимметричных бинарных отношений (отношения частичного, слабого и совершенного предпочтения) и их основные свойства;
- классификацию транзитивных бинарных отношений их связь с отношениями предпочтения;
- теорему Шпильрайна о продолжении отношений частичного предпочтения до отношений слабого предпочтения и теорему Душника – Миллера;
- определение функции полезности для отношения частичного предпочтения;
- функции полезности Леонтьева и Коба – Дугласа;
- критерии существования (полунепрерывных, непрерывных) функций полезности для отношений частичного предпочтения и их варианты для отношений слабого предпочтения;
- теоремы Дебре и Эйленберга о существовании непрерывных функций полезности для отношений слабого предпочтения;
- определение функции спроса потребителя и ее основные свойства;
- общие условия непустоты значений функции спроса потребителя.

уметь:

- задавать бинарные отношения на конечных множествах посредством диаграмм и матриц инцидентности;
- проверять выполнение свойств симметричности, асимметричности, транзитивности и др. для бинарных отношений, заданных посредством диаграмм и матриц инцидентности;
- для асимметричных бинарных отношений определять соответствующие им отношения безразличия и отношения равноценности;
- определять функции полезности для стандартных отношений частичного предпочтения на конечномерных векторных пространствах;

— для подмножеств плоскости, упорядоченной стандартным покоординатным отношением частичного предпочтения, находить множества максимальных и минимальных элементов;

— применять лемму Куратовского – Цорна для определения существования максимальных элементов частично упорядоченного множества.

владеть:

— методами анализа математических моделей теории потребления.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 5 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Математические основы теории потребления» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 60 часов, в том числе 36 часов аудиторных занятий, из них: лекции – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 2 зачетные единицы. Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I. Основные классы бинарных отношений.

Тема 1. Бинарные отношения.

Тема 2. Семейства подмножеств. Максимальные и наибольшие подмножества семейства. Лемма Куратовского-Цорна для семейств подмножеств.

Тема 3. Симметричные бинарные отношения. Отношения толерантности и отношения эквивалентности.

Тема 4. Асимметричные бинарные отношения. Отношения частичного, слабого и совершенного предпочтения и порождаемые ими отношения безразличия и равноценности.

Тема 5. Транзитивные бинарные отношения. Отношения предпорядка, слабого порядка, совершенного порядка.

Тема 6. Теорема Шпильрайна о продолжении отношения частичного предпочтения до отношения слабого предпочтения и теорема Душника-Миллера.

Раздел II. Функции полезности.

Тема 7. Определение функции полезности для отношения частичного (слабого) предпочтения и условия ее существования.

Тема 8. Существование полунепрерывных и непрерывных функций полезности отношений для отношений частичного и слабого предпочтения.

Раздел III. Функции спроса.

Тема 9. Определение функции спроса потребителя и ее основные свойства.

Тема 10. Условия непустоты значений функции спроса, Лемма Куратовского – Цорна для частично упорядоченных множеств.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСП	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Основные классы бинарных отношений.	16						
1	Бинарные отношения.	2						
1.1	Бинарные отношения. Определение. Операции над бинарными отношениями. Основные свойства бинарных отношений. Асимметричная и симметричная части бинарного отношения.	2						
2	Семейства подмножеств. Максимальные и наибольшие подмножества семейства. Лемма Куратовского-Цорна для семейств подмножеств.	2						
2.1	Семейства подмножеств. Максимальные и наибольшие подмножества семейства. Цепи подмножеств. Индуктивные семейства подмножеств. Примеры индуктивных и не индуктивных семейств подмножеств. Лемма Куратовского-Цорна для семейств подмножеств. Покрытия и разбиения множеств.	2						Проверка индивидуальных заданий
3	Симметричные бинарные отношения. Отношения толерантности и отношения эквивалентности.	4						
3.1	Отношения толерантности. Определение и примеры. Предклассы и классы толерантности. Теорема о существовании предклассов и классов толерантности. Теорема о связи между отношениями толерантности, определенными на множестве, и покрытиями этого множества.	2						

3.2	Отношения эквивалентности. Определение и примеры. Необходимое и достаточное условие транзитивности отношения толерантности. Теорема о связи между отношениями эквивалентности, определенными на множестве, и разбиениями этого множества. Фактормножество множества по заданному отношению эквивалентности, примеры фактормножеств. Отношение равноценности, сопровождающее отношения толерантности, и его свойства.	2						
4	Асимметричные бинарные отношения. Отношения частичного, слабого и совершенного предпочтения и порождаемые ими отношения безразличия и равноценности.	4						
4.1	Асимметричные бинарные отношения. Бинарные отношения, сопровождающие асимметричные отношения. Схема классификации асимметричных бинарных отношений. Отношения частичного предпочтения. Примеры отношений частичного предпочтения и сопровождающих их отношений безразличия и отношения равноценности. Теорема о совместных свойствах отношения частичного предпочтения и сопровождающего его отношения равноценности.	2						
4.2	Отношения слабого и совершенного предпочтения. Определение и примеры. Критерий отрицательной транзитивности бинарного отношения. Необходимое и достаточное условие того, что асимметричное бинарное отношение является отношением слабого предпочтения. Необходимое и достаточное условие того, что отношение частичного предпочтения является отношением совершенного предпочтения, сформулированное в терминах свойств сопровождающего отношения безразличия.	2						
5	Транзитивные бинарные отношения. Отношения предпорядка, слабого порядка, совершенного порядка.	2						
5.1	Классификация транзитивных бинарных отношений: отношения частичного предпочтения и отношения предпорядка. Взаимная дополняемость отношений слабого (совершенного) предпорядка и отношений слабого (совершенного) предпочтения.	2						

6	Теорема Шпильрайна о продолжении отношения частичного предпочтения до отношения слабого предпочтения и теорема Душника-Миллера.	2						
6.1	Теорема Шпильрайна о продолжении отношения частичного предпочтения до отношения слабого предпочтения и следствия из нее. Теорема Душника – Миллера о представлении отношения частичного предпочтения в виде пересечения содержащих его отношений слабого предпочтения	2					2	Проверка индивидуальных заданий, собеседование по разделу I, отчеты по самостоятельной работе вне аудитории с их устной защитой
II	Функции полезности.	10						
7	Определение функции полезности для отношения частичного (слабого) предпочтения и условия ее существования.	6						
7.1	Определение и примеры функций полезности. Существование функций полезности на частично упорядоченных множествах с конечным или счетным множеством классов равноценности. Отношение лексикографического предпочтения как пример совершенного предпочтения, для которого не существует функции полезности.	2						
7.2	Начальные и финальные отрезки частично упорядоченных множеств. Свойство начальных отрезков слабо упорядоченных множеств. Определение порядковой сепарабельности частично упорядоченного множества. Критерий существования функций полезности на произвольном частично упорядоченном множестве.	2						
7.3	Различные характеристики порядковой сепарабельности слабо упорядоченного множества. Критерий существования функций полезности на слабо упорядоченных множествах.	2						
8	Существование полунепрерывных и непрерывных функций полезности отношений для отношений частичного и слабого предпочтения.	4						
8.1	Полунепрерывные функции. Критерий существования полунепрерывных снизу (сверху) функций полезности на частично упорядоченных и слабо упорядоченных множествах с топологией.	2						

8.2	Порядково нормальные топологии на частично упорядоченных множествах. Лемма Урысона –Нахбина. Критерии существования непрерывных функций полезности на частично и слабо упорядоченных множествах с топологией. Теоремы Дебре и Эйленберга.	2					2	Проверка индивидуальных заданий, собеседование по разделу II, отчеты по самостоятельной работе вне аудитории отчета с их устной защитой
III	Функции спроса.	4						
9	Определение функции спроса и ее основные свойства.	2						
9.1	Верхние грани, наибольшие и максимальные элементы подмножеств частично упорядоченного множества. Определение функции спроса. Свойства функции спроса.	2						
10	Лемма Куратовского – Цорна для частично упорядоченных множеств.	2						
10.1	Цепи элементов частично упорядоченного множества. Индуктивно упорядоченные по возрастанию частично упорядоченные множества. Лемма Куратовского – Цорна.	2					2	Проверка индивидуальных заданий, собеседование по разделу III, отчеты по самостоятельной работе вне аудитории с их устной защитой
	Всего	30					6	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Гороховик В.В. Математические основы теории потребления (электронный конспект лекций). Минск: БГУ, 2019.
2. Бусыгин В.П., Желободько Е.В., Цыплаков А.А. Микроэкономика — третий уровень. Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2003.
3. Джейли, Дж.А., Рене Ф.Дж. Микроэкономика: продвинутый уровень. Москва: Издательский дом Государственного университета – Высшей школы экономики, 2011.

Перечень дополнительной литературы

1. Кирута А.Я., Рубинов А.М., Яновская Е.Б. Оптимальный выбор распределений в сложных социально-экономических задачах. Ленинград: Наука. Ленингр. отд-ние, 1980.
2. фон Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение. Москва: Мир, 1970.
3. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. М.: Наука, 1978.
4. Шрейдер, Ю.А. Равенство, сходство, порядок. Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1971.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Формой текущей аттестации по дисциплине «*Математические основы теории потребления*» учебным планом предусмотрен зачет.

Контроль работы студента проходит в форме собеседования, проверки индивидуальных заданий, выполнения самостоятельных работ и практических упражнений в аудитории, а также самостоятельной работы вне аудитории с предоставлением отчета с его устной защитой. Индивидуальные задания оставляются согласно содержанию учебного материала.

Зачет по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Раздел I. Основные классы бинарных отношений.

Студент изучает определение бинарного отношения, операции над бинарными отношениями, их свойства, а также основные классы (симметричные, асимметричные, транзитивные) бинарные отношения, выполняет индивидуальное задание по разделу.

Форма контроля — проверка индивидуального задания и собеседование.

Раздел II. Функции полезности.

Студент изучает определение функции полезности, определенной на частично упорядоченном множестве, выясняет условия существования функций полезности, включая существование полунепрерывных и непрерывных функций полезности на частично (слабо) упорядоченных множествах с топологией, выполняет индивидуальное задание по разделу.

Форма контроля — проверка индивидуального задания и собеседование.

Раздел III. Функции спроса.

Студент изучает математическую модель спроса потребителя в виде функции, сопоставляющей отношению предпочтения потребителя множество максимальных элементов допустимого потребительского множества, уделяя основное внимание свойствам функции спроса и условиям непустоты значений функции спроса, выполняет индивидуальное задание по разделу.

Форма контроля — проверка индивидуального задания и собеседование.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется *эвристический и практико-ориентированный подходы*, которые предполагают:

- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры
- анализ ситуации, с использованием профессиональных знаний, собственного опыта, дополнительной литературы и иных источников.

Также *используется метод группового обучения*, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Все результаты и достижения группируются на основе основных видов деятельности студентов: учебной, научно-исследовательской и иной. Методы обеспечивают появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;
- выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- подготовка к практическим семинарским занятиям;
- научно-исследовательские работы;
- подготовка и написание рефератов, докладов, эссе и презентаций на заданные темы;
- подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

Примерный перечень вопросов к зачету

I. Основные классы бинарных отношений

1. Бинарные отношения. Определение. Операции над бинарными отношениями.
2. Бинарные отношения. Определение. Основные свойства бинарных отношений. Асимметричная и симметричная части бинарного отношения.
3. Семейства подмножеств. Максимальные и наибольшие подмножества семейства. Примеры. На примерах продемонстрировать отличие между максимальными и наибольшими подмножествами семейств подмножеств.
4. Цепи подмножеств. Индуктивные семейства подмножеств. Примеры индуктивных и не индуктивных семейств подмножеств. Лемма Куратовского-Цорна для семейств подмножеств.
5. Отношения толерантности. Определение и примеры. Предклассы и классы толерантности. Теорема о существовании предклассов и классов толерантности.
6. Теорема о связи между отношениями толерантности, определенными на множестве, и покрытиями этого множества. Пример покрытия, ни одно подмножество которого не является классом определяемого им отношения толерантности.
7. Отношения толерантности. Определение и примеры. Необходимое и достаточное условие транзитивности отношения толерантности.
8. Отношения эквивалентности. Определение и примеры. Связь между отношениями эквивалентности, определенными на множестве, и разбиениями этого множества.
9. Фактормножество множества по заданному отношению эквивалентности, примеры фактормножеств. Отношение равноценности, сопровождающее отношения толерантности, и его свойства.
10. Асимметричные бинарные отношения. Бинарные отношения, сопровождающие асимметричные отношения. Схема классификации асимметричных бинарных отношений.
11. Отношения частичного предпочтения. Примеры отношений частичного предпочтения и сопровождающих их отношений безразличия и отношения равноценности. Теорема о совместных свойствах отношения частичного предпочтения и сопровождающего его отношения равноценности.
12. Отношения слабого предпочтения. Определение и примеры. Критерий отрицательной транзитивности бинарного отношения. Необходимое и достаточное условие того, что асимметричное бинарное отношение является отношением предпочтения.
13. Отношения слабого предпочтения. Определение и примеры. Теорема о совместных свойствах отношения слабого предпочтения и сопровождающего его отношения равноценности.

14. Отношения совершенного предпочтения. Определение и примеры. Необходимое и достаточное условие того, что отношение частичного предпочтения является отношением совершенного предпочтения, сформулированное в терминах свойств сопровождающего отношения безразличия.
15. Транзитивные бинарные отношения. Теорема об иррефлексивных транзитивных отношениях. Схема классификации транзитивных бинарных отношений.
16. Отношения предпорядка. Подклассы отношений предпорядка (отношения слабого порядка, отношения совершенного порядка). Примеры. Асимметричная и симметричная части отношений предпорядка.
17. Теорема об отношениях частичного предпочтения (слабого предпочтения, совершенного предпочтения) и сопровождающих их отношениях предпорядка (слабого порядка, совершенного порядка).
18. Теорема о взаимной дополняемости отношений слабого предпочтения (совершенного предпочтения) и отношений слабого порядка (совершенного порядка).
19. Теорема Шпильрайна о продолжении отношения частичного предпочтения до отношения слабого предпочтения и следствия из нее.
20. Теорема Душника-Миллера и следствия из нее.

II. Функции полезности.

21. Частично упорядоченные, слабо упорядоченные и совершенно упорядоченные множества. Функции полезности на частично упорядоченных и слабо упорядоченных множествах. Определение и примеры функций полезности.
22. Существование функций полезности на частично упорядоченных множествах с конечным или счетным множеством классов равноценности.
23. Определение лексикографического предпочтения на R^2 и на R^n . Пример совершенно упорядоченного множества, для которого не существует функции полезности.
24. Начальные и финальные отрезки частично упорядоченных множеств. Примеры. Свойство начальных отрезков слабо упорядоченных множеств.
25. Определение порядковой сепарабельности частично упорядоченного множества. Критерий существования функций полезности на произвольном частично упорядоченном множестве.
26. Различные характеристики порядковой сепарабельности слабо упорядоченного множества. Критерий существования функций полезности на слабо упорядоченных множествах.
27. Полунепрерывные вещественнозначные функции на топологических пространствах. Определение и критерий полунепрерывности. Полунепрерывность суммы равномерно сходящегося функционального ряда полунепрерывных функций.

28. Критерий существования полунепрерывных сверху (снизу) функций полезности на частично упорядоченных множествах, на которых задана топология.
29. Теоремы о существовании полунепрерывных сверху (снизу) функций полезности на слабо упорядоченных множествах, на которых задана топология.
30. Порядково нормальные топологии на частично упорядоченных множествах. Лемма Урысона –Нахбина.
31. Достаточное условие порядковой нормальности топологии на слабо упорядоченных множествах.
32. Критерий существования непрерывных функций полезности на частично упорядоченных множествах, на которых задана порядково нормальная топология.
33. Достаточное условие существования непрерывных функций полезности на слабо упорядоченных множествах, на которых задана топология.

III. Функции спроса.

34. Верхние грани, наибольшие и максимальные элементы подмножеств частично упорядоченного множества. Примеры.
35. Функция спроса. Свойства функции спроса.
36. Лемма Куратовского-Цорна для частично упорядоченных множеств.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Общая топология	Геометрии, топологии и методики преподавания математики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
2. Функциональный анализ	Функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
