БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
_______________ О.Н.Здрок
«20» ___________ 2020 г.
Регистрационный № УД-8870 /уч.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 01 Математика (по направлениям)
Направления специальности
1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

2020 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013, учебных планов № G31-138/уч., № G31з-183/уч. от 30.05.2013, типовой учебной программы № ТД-G.603/тип. от 04.07.2016

СОСТАВИТЕЛИ:

Антоневич А.Б. – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета;

Мазель М.Х. – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета;

Шагова Т.Г. – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики математического факультета факультета Белорусского государственного университета

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Пыжкова Ольга Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

Кротов Вениамин Григорьевич, заведующий кафедрой теории функций механико-математического факультета БГУ, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики
(протокол № 12 от 04.06.2020);

Научно-методическим Советом БГУ

(протокол № 5 от 17.06.2020)

Зав. кафедрой ФАиАЭ , профессор ________________ А.В. Лебедев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – освоение студентами языка современной математики, владение общими конструкциями и умение их применять в теоретических и прикладных задачах.

Задачи учебной дисциплины:

1. Формирование у студентов понятия меры и интеграла Лебега.
2. Изучение непрерывных, равномерно непрерывных отображений и отображений, удовлетворяющих условию Липшица, в функциональных пространствах.
3. Применение принципа сжимающих отображений к различным задачам.
4. Изучение основных свойств нормированных и гильбертовых пространств.
5. Изучение линейных ограниченных, в частности, интегральных, операторов.
6. Изучение компактных операторов и теории Рисса-Шаудера в гильбертовых пространствах;
7. Изучение альтернативы Фредгольма для интегральных уравнений в пространствах $L_2[a, b]$ и $C[a, b]$.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к циклу специальных дисциплин (государственный компонент).

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Данная дисциплина наиболее тесно связана со следующими дисциплинами: «Теория вероятностей», «Математическая статистика», «Уравнения математической физики», «Методы оптимизации», «Экстремальные задачи и вариационное исчисление», «Численные методы».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Функциональный анализ» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач;

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом;

АК-3. Владеть исследовательскими навыками;

АК-4. Уметь работать самостоятельно;

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером;

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

социально-личностные компетенции:

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-4. Владеть навыками здоровьесбсрежения.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

профессиональные компетенции:

ПК-2. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать веб-сервисы, оформлять техническую документацию.

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой профессиональной деятельности.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

ПК-13. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-16. Готовить доклады, материалы к презентациям.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

– основные понятия и результаты теории меры и интеграла Лебега;

– основные понятия и результаты теории нормированных пространств и операторов в них;

– методы доказательств и алгоритмы решения задач функционального анализа;

уметь:

– выявлять конструкции функционального анализа в конкретных задачах;

– устанавливать свойства отображений в функциональных пространствах;

– применять результаты функционального анализа для решения теоретических и прикладных задач;

владеть:

– основными методами вычисления интегралов Лебега;

– методами доказательств и аналитического исследования отображений на непрерывность, равномерную непрерывность, выполнение условия Липшица;

– методами исследования разрешимости и нахождения решения операторных уравнений;

– навыками самообразования и способами использования аппарата функционального анализа для проведения теоретических и прикладных исследований.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 5 и 6 семестрах очной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Функциональный анализ» отведено для очной формы получения высшего образования– 278 часов, в том числе 140 аудиторных часов, из них:

– в 5 семестре: 72 аудиторных часа, из них: лекции –36 часов, лабораторные занятия –28 часов, управляемая самостоятельная работа – 8 часов. Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы. Форма текущей аттестации –зачет.

– в 6 семестре: 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 28 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов. Трудоемкость учебной дисциплины составляет 4 зачетные единицы. Форма текущей аттестации – экзамен.

На заочной форме получения высшего образования дисциплина изучается в 6, 7, 8 и 9 семестрах. Всего на изучение учебной дисциплины «Функциональный анализ» отведено для заочной формы получения высшего образования – 278 часов, в том числе 36 аудиторных часов, из них:

– в 6 семестре: 12 аудиторных часов, из них: лекции – 10 часов, лабораторные занятия – 2 часа.

– в 7 семестре: 12 аудиторных часов, из них: лекции – 6 часов, лабораторные занятия – 6 часов, контрольная работа.

– в 8 семестре: 12 аудиторных часов, из них: лекции – 6 часов, лабораторные занятия – 6 часов, контрольная работа. Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц. Форма текущей аттестации – зачет.

– в 9 семестре: всего 40 часов. Трудоемкость учебной дисциплины составляет 1 зачетная единица. Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1.Теория меры и интеграл Лебега

Тема 1.1. Мера Лебега. Системы множеств. Кольца множеств, полукольца, алгебры, сигма-кольца и сигма-алгебры, борелевские множества. Общее понятие меры. Сигма-аддитивная мера. Продолжение меры по Лебегу. Внешняя мера, измеримые множества, множества меры нуль, основная теорема теории меры. Мера Лебега на прямой. Мера Лебега-Стилтьеса.

Тема 1.2. Интеграл Лебега. Измеримые функции, простые функции, интеграл от простой функции, интеграл от измеримой функции, простейшие свойства интеграла Лебега, предельный переход под знаком интеграла Лебега. Произведение мер, теорема Фубини.

Раздел 2. Метрические пространства

Тема 2.1. Метрические пространства. Определение и основные примеры функциональных метрических пространств. Топология метрических пространств. Полные метрические пространства. Пополнение метрических пространств. Компактные метрические пространства.

Тема 2.2. Непрерывные, равномерно непрерывные и липшицевы отображения. Определения и свойства. Теорема о продолжении. Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям.

Раздел 3.Нормированные и гильбертовы пространства

Тема 3.1. Нормированные пространства. Векторные пространства, нормированные пространства. Непрерывность операций сложения и умножения на число. Банаховы пространства. Пополнение нормированных пространств. Критерий конечномерности нормированного пространства.

Тема 3.2. Гильбертовы пространства. Определение скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского. Гильбертовы пространства. Теорема о проекции. Теорема о рядах Фурье. Критерий существования счетного ортонормированного базиса. Изоморфизм сепарабельных гильбертовых пространств.

Раздел 4. Линейные операторы

Тема 4.1. Линейные операторы в нормированных пространствах. Связь ограниченности с непрерывностью для линейных операторов. Норма оператора. Пространство линейных ограниченных операторов. Различные виды сходимости линейных ограниченных операторов. Теорема Банаха-

Штейнгауза. Обратные операторы. Теорема Банаха об обратном операторе. Обратимость оператора, близкого к единичному. Открытость множества обратимых операторов. Теорема Банаха об обратном операторе.

Тема 4.2. Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана-Банаха о продолжении линейного непрерывного функционала. Общий вид линейных непрерывных функционалов в конкретных пространствах. Сопряженное пространство. Сопряженный оператор и его свойства. Теорема о замыкании образа линейного ограниченного оператора.

Тема 4.3. Компактные операторы. Определения и свойства. Компактность интегральных операторов в конкретных пространствах. Уравнения с компактными операторами. Теория Рисса-Шаудера для уравнений с компактными операторами в гильбертовом пространстве. Альтернатива Фредгольма для интегральных операторов.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	5 семестр							
1	Теория меры и интеграл Лебега							
1.1	Мера Лебега	12			10		2	Отчет по лабораторным работам
1.2	Интеграл Лебега	12			10		2	Отчет по лабораторным работам. Коллоквиум
2	Метрические пространства							
2.1	Метрические пространства	8			4		2	Отчет по-лабораторным работам. Коллоквиум
2.2	Непрерывные, равномерно непрерывные и липшицевы отображения	4			4		2	Отчет по лабораторным работам. Контрольная работа
	Всего за семестр	36			28		8	
	6 семестр							
3	Нормированные и гильбертовы пространства							
3.1	Нормированные пространства	4			2			Отчет по лабораторным работам

3.2	Гильбертовы пространства	6			6		2	Отчет по лабораторным работам
4	Линейные операторы							
4.1	Линейные операторы в нормированных пространствах	12			10		2	Отчет по лабораторным работам. Коллоквиум
4.2	Линейные непрерывные функционалы	6			6		2	Отчет по лабораторным работам
4.3	Компактные операторы	6			4			Отчет по лабораторным работам. Контрольная работа.
	Всего за семестр	34			28		6	
	Всего по курсу	70			56		14	

жУЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Теория меры и интеграл Лебега	10			2		Отчет по лабораторным работам
2	Метрические пространства	2			2		Отчет по лабораторным работам
3	Нормированные и гильбертовы пространства	4			4		Контрольная работа
4	Линейные операторы	6			6		Контрольная работа
	Всего по курсу	22			14		

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Антоневич А.Б., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. 2-е изд., перераб. и доп. Минск, Изд-во БГУ, 2006.
2. Антоневич А.Б., Мазель М.Х., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. Учебное пособие. Минск, Изд-во БГУ, 2011.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Физматлит, 2004.
4. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М., Высшая школа, 1982.
5. Бородин П.А., Савчук А.М., Шейпак И.А. Задачи по функциональному анализу. М., МЦНМО, 2017.

Перечень дополнительной литературы

1. Березанский Ю.М., Ус Г.Ю., Шефтель З.Г. Функциональный анализ. Курс лекций. Киев, Выща школа, 1990.
2. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. СПб., Невский Диалект, БХВ-Петербург, 2002.
3. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М., Наука, 1979.
4. Антоневич А.Б., Князев П.Н., Радыно Я.В. Задачи и упражнения по функциональному анализу. Минск, Вышэйшая школа, 1978.
5. Треногин В.А. Функциональный анализ. М., Физматлит, 2002.
6. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Функциональный анализ. М., Мир, 1977.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Формами текущей аттестации по дисциплине «Функциональный анализ» учебным планом предусмотрены зачет и экзамен.

Контроль работы студента проходит в форме проверки лабораторных работ с последующей их устной защитой, коллоквиума, контрольных работ в аудитории, а также самостоятельной работы вне аудитории с предоставлением отчета. Задания к контрольным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Экзамен по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- коллоквиум – 25 %;
- контрольные работы – 50 %;
- письменные отчеты по лабораторным работам– 25 %;

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 30 %, экзаменационной оценки – 70 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.1. Мера Лебега. (2ч.)

Найти меру множества. Проверить, является ли множество измеримым. Найти меру Лебега множества, меру Лебега-Стилтьеса.

Форма контроля – *отчет с последующей защитой*.

Тема 1.2. Интеграл Лебега. (2ч.)

Проверить, является ли данная функция измеримой. Построить эквивалентную функцию заданной. Доказать, что функция является простой, интегрируемой. Найти интеграл Лебега, если он существует. Найти интеграл Лебега-Стилтьеса.

Форма контроля – *отчет с последующей защитой*.

Тема 2.1. Метрические пространства. (2ч.)

Исследовать на сходимость последовательности в метрических пространствах. Проверить, является ли заданная последовательность последовательностью Коши в указанном метрическом пространстве. Исследовать пространство на полноту.

Форма контроля – *отчет с последующей защитой*.

Тема 2.2. Непрерывные, равномерно непрерывные и липшицевы отображения. (2ч.)

Изучить основные понятия, связанные с непрерывностью отображений, в частности, определения и их отрицания, принцип сжимающих отображений и его применение к некоторым типам уравнений.

Исследовать отображения метрических пространств на непрерывность в заданной точке, непрерывность всюду, равномерную непрерывность и липшицевость. Применить принцип сжимающих отображений к интегральным уравнениям.

Форма контроля – *контрольная работа*.

Тема 3.2. Гильбертовы пространства. (2ч.)

В гильбертовом пространстве найти проекцию вектора. С помощью рядов Фурье решить интегральное уравнение.

Форма контроля – *отчет с последующей защитой*.

Тема 4.1. Линейные операторы в нормированных пространствах. (2ч.)

Проверить, является ли оператор линейным и ограниченным. Найти норму оператора. Найти обратный оператор.

Форма контроля – *отчет с последующей защитой*.

Тема 4.2. Линейные непрерывные функционалы. (2ч.)

Выяснить, задает ли данная формула линейный ограниченный функционал. Найти сопряженный оператор. Найти необходимые условия разрешимости уравнения $Ax=y$.

Форма контроля – *отчет с последующей защитой*.

Тема 4.3. Компактные операторы.(2ч.) Определить свойства компактности интегральных операторов в конкретных пространствах. Уравнения с компактными операторами. Теория Рисса-Шаудера для уравнений с компактными операторами в гильбертовом пространстве. Форма контроля – *контрольная работа*.

Примерная тематика лабораторных занятий

Лабораторная работа № 1. Системы подмножеств.

Лабораторная работа № 2. Мера на кольце множеств. Продолжение меры по Лебегу.

Лабораторная работа № 3. Мера Лебега в $\mathbf{R}^n$.

Лабораторная работа № 4. Измеримые функции.

Лабораторная работа № 5. Интеграл Лебега.

Лабораторная работа № 6. Интеграл Лебега-Стилтьеса. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.

Лабораторная работа № 7. Сходящиеся последовательности в метрических пространствах.

Лабораторная работа № 8. Непрерывные отображения.

Лабораторная работа № 9. Нормированные векторные пространства.

Лабораторная работа № 10. Гильбертовы пространства.

Лабораторная работа № 11. Линейные непрерывные операторы в банаховых пространствах.

Лабораторная работа № 12.Обратные операторы.

Лабораторная работа № 13.Линейные непрерывные функционалы.

Лабораторная работа № 14. Сопряженные операторы

Лабораторная работа № 15.Компактные операторы. Альтернатива Фредгольма.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса могут быть использованы следующие подходы и методы: ***эвристический подход, практико-ориентированный подход, метод учебной дискуссии, методы и приемы***

развития критического мышления, метод группового обучения, которые предполагают**:**

- осуществление студентами значимых открытий;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности;
- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение студентом знаний и умений для решения практических задач;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Использование указанных методовобеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения. Также они представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимание информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления, и являются организацией учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

– поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;
– выполнение домашнего задания;
– работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;
– изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
– подготовка к практическим и семинарским занятиям;
– научно-исследовательские работы;
– подготовка и написание рефератов, докладов и презентаций на заданные темы;
– подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

При составлении заданий УСР по учебной дисциплине необходимо предусмотреть возрастание их сложности: от заданий, формирующих достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания, к заданиям, формирующим компетенции на уровне воспроизведения, и далее к заданиям, формирующим компетенции на уровне применения полученных знаний.

Таким образом, задания УСР по учебной дисциплине рекомендуется делить на три модуля:

задания, формирующие достаточные знания по изученному учебному материалу на уровне узнавания;

задания, формирующие компетенции на уровне воспроизведения;

задания, формирующие компетенции на уровне применения полученных знаний.

Примерный перечень вопросов к экзамену/зачету

5 семестр

1. Множества, операции над множествами, система всех подмножеств $P(X)$.
2. Системы подмножеств: кольца, полукольца, алгебры, σ-алгебры. Борелевская алгебра.
3. Необходимость пересмотра понятия интеграла.
4. Общее понятие меры. Свойства: монотонность, σ-аддитивность, непрерывность, субаддитивность, полнота меры.
5. σ-аддитивность длины, как меры на системе полуинтервалов.
6. Конструкция продолжения меры по Лебегу: внешняя мера, измеримые множества, субаддитивность, критерий измеримости.
7. Основная теорема о продолжении меры по Лебегу.
8. σ-конечные меры и их продолжение по Лебегу.
9. Мера Лебега на отрезке и на прямой: конструкция, множества меры нуль, множество Кантора, неизмеримые множества, сравнение измеримых множеств с борелевскими.
10. Меры Лебега-Стилтьеса: конструкция, мера одноточечного множества, множества меры нуль.
11. Абсолютная непрерывность меры относительно другой меры.
12. Абсолютно непрерывные функции и порожденные ими меры Лебега-Стилтьеса. Функция Кантора.
13. Простые функции. Измеримые функции. Приближение измеримых функций простыми.
14. Различные типы сходимости последовательностей функций. Теорема определе последовательности измеримых функций. Замкнутость множества измеримых функций относительно алгебраических операций.
15. Интеграл Лебега от простой функции. Интегрируемые по Лебегу функции, интегральные суммы Лебега, сравнение с интегральными суммами Римана.
16. Элементарные свойства интеграла Лебега, неравенство Чебышева.
17. Вопрос о возможности предельного перехода под знаком интеграла.
18. Теорема Лебега о мажорированной сходимости.
19. Теорема Б.Леви.
20. Теорема Фату.
21. Теорема Радона - Никодима. Формула Ньютона-Лейбница.
22. Произведение мер. Теорема Фубини.

23. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана. Критерий интегрируемости по Риману.

24. Метрические пространства. Топология метрического пространства.

25. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров. Теорема Бэра.

26. Пополнение метрического пространства.

27. Пространство $L_1[0,1]$, $L_1[0,1]$, как пополнение пространства $C[0,1]$с интегральной нормой.

28. Неравенства Юнга, Гельдера, Минковского. Пространства $L_p[0,1]$ их полнота.

29. Принцип сжимающих отображений и его варианты.

30. Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям в пространствах $C[a,b]$и $L_2(T,\mu)$.

31. Интегральные уравнения Вольтерра.

6 семестр

1. Векторные пространства. Понятие топологического векторногопространства. Норма и полунорма. Нормированные пространства.

2. Банаховы пространства. Теорема об абсолютно сходящихся рядах.

3. Линейные ограниченные операторы. Норма оператора. Интегральные операторы в пространствах $C[0,1]$ и $L_2[0,1]$.

4. Скалярное произведение. Гильбертовы пространства.

5. Теорема о проекции.

6. Разложение по ортонормированным системам в гильбертовом пространстве.

7. Пространство ограниченных линейных операторов. Теорема о полноте пространства операторов. Различные типысходимости последовательностей операторов.

8. Теорема Банаха – Штейнгауза.

9. Обратные операторы, связь с разрешимостью уравнений $Ax = y$. Теоремы о существовании обратных.

10. Теорема Банаха об обратном операторе и ее следствия.

11. Спектр и резольвента оператора. Свойства резольвенты.Теорема о спектре ограниченного линейного оператора.

12. Линейные ограниченные функционалы и сопряженное пространство. Теорема Рисса об общем вида функционалпа на гильбертовом пространстве.

13. Теорема Хана – Банаха о продолжении ограниченного линейногофункционала.

14. Сопряженный оператор к оператору в банаховых пространствах. Теорема обусловиях разрешимости уравнения $Ax = y$.

15.Сопряженный оператор в гильбертовом пространстве. Самосопряженные операторы.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
2. Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
4. Уравнения математической физики	Кафедра математической кибернетики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
5.Экстремальные задачи и вариационное исчисление	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
6. Методы оптимизации	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)
7. Численные методы	Кафедра веб-технологий и компьютерного моделирования	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 04.06.2020)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на _____/_____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_______________________________ (протокол № ____ от ________ 202_ г.)

Заведующий кафедрой
______________________ ________________ ___________________

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
______________________ ________________ ___________________