

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.И.Чуприс

«12» *июня* 2019 г.

Регистрационный № УД-7645/уч.

Избранные главы теории дифференциальных уравнений

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальностей:

1-31 80 03 Математика и компьютерные науки

профилизация Компьютерная математика и системный анализ

2019 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 80 03-2019 и учебных планов: G31з-090/уч., №G31-049/уч. от 11.04.2019.

СОСТАВИТЕЛИ:

В.И.Громак, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

Д.Н. Чергинец, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета (протокол № 7 от 25.04.2019);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 28.06.2019).

Зав. кафедрой дифференциальных уравнений
и системного анализа, профессор

В.И. Громак

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели дисциплины

Дисциплина «Избранные главы теории дифференциальных уравнений» имеет цель расширения, систематизации и закрепления у магистрантов знаний, методов и приемов их использования, связанных с теорией дифференциальных уравнений, построением и анализом динамических моделей, описываемых дифференциальными уравнениями.

Задачи дисциплины

В настоящее время наметилось значительное расширение круга задач, возникающих как в ходе научных исследований, так и в приложениях, требующих детального количественного и качественного анализа динамических систем. Основой для научного исследования таких проблем зачастую являются их математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Настоящий курс предназначен для формирования у студентов навыков и умений, связанных с основными методами теории дифференциальных уравнений, проведению исследований, построению и анализу основных математических моделей на основе теории дифференциальных уравнений.

Дисциплина «Избранные главы теории дифференциальных уравнений» является дисциплиной компонента учреждения высшего образования и входит в состав модуля «Моделирование». Освоение учебной дисциплины «Избранные главы теории дифференциальных уравнений» должно обеспечить формирование следующих **специализированных компетенций**:

СК-1. Быть способным использовать методы теории дифференциальных уравнений при построении и анализе математических моделей реально происходящих явлений и процессов.

СК-2. Быть способным применять методы математического и компьютерного моделирования к прикладным задачам.

В результате изучения учебной дисциплины студент магистратуры должен:

знать:

– основные понятия, определения и методы аналитической и симметричной теорий дифференциальных уравнений;

– основные типы прикладных задач, которые могут эффективно решаться с помощью аналитической и симметричной теорий дифференциальных уравнений;

уметь:

– применять основные методы аналитической теории дифференциальных уравнений, проводить анализ на наличие групп симметрий, находить точные решения или понижать порядок

дифференциальных уравнений, допускающих группы симметрий;

владеть:

– основными методами аналитической и симметричной теории дифференциальных уравнений для проведения исследований, построения и анализа математических моделей на основе теории дифференциальных уравнений;

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 1 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Избранные главы теории дифференциальных уравнений» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 216 часов, в том числе 72 аудиторных часа, из них: лекции – 36 часов, лабораторные занятия – 18 часов, семинарские занятия – 18 часов;

– для заочной формы получения высшего образования – 16 аудиторных часов, из них лекции – 8 часов, лабораторные занятия – 4 часа, семинарские занятия – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет и экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Элементы аналитической теории дифференциальных уравнений, теории специальных функций и полиномов

- 1.1 **Введение.** Методы моделирования и модели, описываемые конечной системами дифференциальных уравнений. Многомерные математические модели. Уравнение Буссинеска, и второе уравнение Пенлеве как редукция из уравнения Кортевега – Де Фриза.
- 1.2 **Теорема Коши существования и единственности голоморфных решений.** Особые точки. Классификация особых точек однозначных и многозначных аналитических функций и решений обыкновенных дифференциальных уравнений.
- 1.3 **Свойство Пенлеве.** Подвижные и неподвижные особые точки решений дифференциальных уравнений, P-тип уравнений первого порядка. Теоремы Фукса и Пенлеве. Метод малого параметра Пенлеве. Теорема Пуанкаре. Приложение метода малого параметра Пенлеве для уравнений первого и второго порядков.
- 1.4 **Линейные дифференциальные уравнения в комплексной области.** Теорема Коши. Введение в теорию Фробениуса. Регулярные и иррегулярные особые точки. Уравнения класса Фукса. Классификация уравнений класса Фукса. Слияние регулярных особых точек. Уравнение Бесселя.
- 1.5 **Уравнение Римана.** Схема Римана. Инвариантность формы уравнения Римана относительно группы преобразований Мебиуса. Уравнение Гаусса. Гипергеометрический ряд. Гипергеометрические интегралы.
- 1.6 **Уравнение и полиномы Лежандра.** Периоды эллиптической функции как решения уравнения Лежандра. Полиномы Лежандра и Якоби.
- 1.7 **Группа монодромии.** Определение группы монодромии уравнения Гаусса. Проблема Римана. Контрпример Болибруха. Измонодромная деформация линейных систем.
- 1.8 **Теория уравнений Пенлеве.** Необходимые условия наличия Пенлеве свойства у уравнений второго порядка. Уравнения Пенлеве. Преобразования Беклунда уравнений Пенлеве. Классификация решений уравнений Пенлеве.
- 1.9 **Уравнения Пенлеве высших порядков.** Различные подходы построения: прямой метод Пенлеве, нелинейные цепочки, симметричный подход. Системы дифференциальных уравнений со свойством Пенлеве. Гамильтоновы системы со свойством Пенлеве.

Раздел 2. Симметричный анализ дифференциальных уравнений и приложения

- 2.1 **Локальная g -параметрической группа Ли.** Однопараметрические группы Ли преобразований. Касательное векторное поле, инфинитезимальный оператор группы Ли преобразований.
- 2.2 **Инварианты и инвариантные многообразия группы Ли преобразований.** Критерий инвариантности. Инвариантные многообразия групп Ли преобразований. Критерий инвариантности многообразия. Задание инвариантного многообразия через инварианты группы.
- 2.3 **Теория продолжения группы и инфинитезимального оператора.** Группы преобразований и уравнения. Дифференциальные инварианты. Интегрирование и понижение порядка ОДУ, допускающих группу симметрий.
- 2.4 **Алгебры Ли симметрий.** Коммутатор инфинитезимальных операторов. Алгебры Ли симметрий. Вычисление алгебры Ли симметрий.
- 2.5 **Обобщение групп Ли точечных преобразований на многомерный случай.** Инварианты многопараметрических групп Ли и полных систем операторов.
- 2.6 **Базис инварианто. в многопараметрических групп Ли.** Инвариантные и частично инвариантные многообразия.
- 2.7 **Симметричная классификация уравнений математической физики.** Симметричная классификация уравнений Бюргерса, Кортевега –де Фриза, теплопроводности, Буссинеска, синус-Гордона и др.
- 2.8 **Инвариантные и частично инвариантные решения уравнений математической физики.** Понятия о высших симметриях, преобразованиях Беклунда, интегрируемых уравнениях, граничных условиях, совместимых с допускаемыми группами симметрий.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Элементы аналитической теории дифференциальных уравнений, теории специальных функций и полиномов	18		10	10			
1.1	Введение. Теорема Коши существования и единственности голоморфных решений.	2						Собеседование
1.2	Свойство Пенлеве.	2		2				Собеседование, доклад на семинарском занятии
1.3	Линейные дифференциальные уравнения в комплексной области	2		2	4			Отчет по лабораторной работе с его устной защитой. Собеседование. Доклад на семинарском занятии
1.4	Уравнение Римана.	2		2	2			Отчет по лабораторной работе с его устной защитой. Собеседование. Доклад на семинарском занятии
1.5	Уравнение и полиномы Лежандра.	2			2			Отчет по лабораторной работе с его устной защитой. Собеседование.

1.6	Группа монодромии.	2		2				Собеседование. Доклад на семинарском занятии
1.7	Теория уравнений Пенлеве	4			2			Отчет по лабораторной работе с его устной защитой. Собеседование. Контрольная работа.
1.8	Уравнения Пенлеве высших порядков.	2		2				Собеседование. Доклад на семинарском занятии
2	Симметричный анализ дифференциальных уравнений и приложения	18		8	8			
2.1	Локальная g -параметрической группа Ли.	2						Собеседование
2.2	Инварианты и инвариантные многообразия группы Ли преобразований.	2			2			Отчет по лабораторной работе с его устной защитой. Собеседование
2.3	Теория продолжения группы и инфинитезимального оператора.	2		2				Собеседование. Доклад на семинарском занятии
2.4	Алгебры Ли симметрий	2		2				Собеседование. Доклад на семинарском занятии
2.5	Обобщение групп Ли точечных преобразований на многомерный случай	2						Собеседование
2.6	Базис инварианто. в многопараметрических групп Ли.	2			2			Отчет по лабораторной работе с его устной защитой. Собеседование
2.7	Симметричная классификация уравнений математической физики	4		2	2			Отчет по лабораторной работе с его устной защитой. Собеседование. Доклад на семинарском занятии
2.8	Инвариантные и частично инвариантные решения уравнений математической физики	2		2	2			Отчет по лабораторной работе с его устной защитой. Собеседование. Доклад на семинарском занятии

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Элементы аналитической теории дифференциальных уравнений, теории специальных функций и полиномов	4		2	2			
1.1	Введение. Теорема Коши существования и единственности голоморфных решений.							Самостоятельная работа. Собеседование
1.2	Свойство Пенлеве.							Самостоятельная работа. Собеседование
1.3	Линейные дифференциальные уравнения в комплексной области	2		2	2			Отчет по лабораторной работе с его устной защитой. Собеседование. Доклад на семинарском занятии.
1.4	Уравнение Римана.							Самостоятельная работа. Собеседование
1.5	Уравнение и полиномы Лежандра.							Самостоятельная работа. Собеседование

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рекомендуемая литература по разделу 1.

№	АВТОР	НАЗВАНИЕ	Издательство	Год
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА				
1.	Голубев В.В..	Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений.	М. ГИТТЛ.	1950.
2.	Кудряшов Н.А..	Аналитическая теория дифференциальных уравнений .	Ижевск	2004
3.	V.I.Gromak, I.Laine, S.Simomura .	Painleve Differential Equations in the Complex Plane.	New-York, Berlin, De Grueter .	2002г
4.	Смирнов В.И.	Курс высшей математики, Т 3, Ч. 2.	М. Наука	2008г
5.	Кудряшов Н.А..	Методы нелинейной математической физики	Издательский дом "Интеллект"	2010
6.	И. П. Мартынов, Н. С. Берёзкина, В. А. Пронько	Дифференциальные уравнения и системы Пенлеве-типа	УО "Гродненский гос. ун-т им. Я. Купалы"	2019
7.	В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер	Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений	Санкт- Петербург; Москва; Краснодар: Лань	2017
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА				
1.	Айнс Э.	Обыкновенные дифференциальные уравнения.	Springer	2004

Рекомендуемая литература по разделу 2.

№	АВТОР	НАЗВАНИЕ	Издательство	Год
ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА				
1.	Олвер П..	Приложения групп Ли к дифференциальным уравнениям.	М. Мир.	1989.
2.	Овсянников Л.В..	Групповой анализ дифференциальных уравнений.	М., Наука	1978
3.	Егоров А.И.	Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями	М., Физматлит	2007
4.	Ибрагимов Н.Х.	Группы преобразований в математической физике	М., Наука,	1983.
5.	М. Н. Попа, В. В. Прикоп	Проблема центра и фокуса: алгебраические решения и гипотезы	АН Молдовы, Ин-т математики и информатики.	2018
ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА				
1.	Blumann G.W., Cole J.D.	Similarity methods for Differential Equations	Springer	1974
2.	Ибрагимов Н.Х	Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности	М. Физматгиз	2012
3	С.В.Головин, А.А.Чесноков	Групповой анализ дифференциальных уравнений	ЭУП, Новосибирск	2009
4	H.G. Bungartz, S. Zimmer, M. Buchholz, D. Pfluger	<i>Modelbildung und Simulation</i>	Springer	2009

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Контроль работы магистранта проходит в форме собеседования, и над выполнением лабораторных работ в лаборатории и самостоятельно вне аудитории с предоставлением отчета по лабораторным работам с его устной защитой. Задания к контрольным и лабораторным работам составляются согласно содержанию учебного материала. На семинарских занятиях магистранты выступают с докладами.

Зачет по дисциплине выставляется в случае сдачи всех лабораторных работ и выступления с докладом на семинарском занятии.

Экзамен по дисциплине проходит в устной или письменной форме.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- ответы на лекциях – 10 %;
- отчеты по лабораторным работам – 30 %;
- доклад на семинарском занятии – 30 %;
- выполнение контрольной работы – 30 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Весовой коэффициент текущей успеваемости – 0.4, весовой коэффициент экзаменационной оценки – 0.6.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины (эвристический, проектный, практико-ориентированный)

При организации образовательного процесса используется **эвристический подход**, который предполагает:

- осуществление студентами лично-значимых открытий окружающего мира;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной

деятельности.

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

При организации образовательного процесса **используется метод проектного обучения**, который предполагает:

- способ организации учебной деятельности студентов, развивающий актуальные для учебной и профессиональной деятельности навыки планирования, самоорганизации, сотрудничества и предполагающий создание собственного продукта;
- приобретение навыков для решения исследовательских, творческих, социальных, предпринимательских и коммуникационных задач.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной проблеме курса;
- выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений, выдаваемых на лабораторных занятиях;
- работа над докладом;
- подготовка отчета по лабораторной работе.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы УВО по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) ¹
Дифференциальные уравнения в приложениях	Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 7 от 25.04.2019)

¹ При наличии предложений об изменениях в содержании учебной программы УВО.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на ____/____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)
(название кафедры)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание)_____
(подпись)_____
(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(ученая степень, ученое звание)_____
(подпись)_____
(И.О.Фамилия)