Характеризация линейной дискретной однородной динамической системы вход-состояние, взятой в канонической форме.

Е. В. Гирейко (Минск, Республика Беларусь)

Рассмотрим линейную дискретную динамическую систему (ДС) вход-состояние

$$\Sigma : x(t+1) = Ax(t) + Bu(t),\ t < \omega_0 := \{0, 1, ...\},$$

где ω_0 – вполне упорядоченное множество целых неотрицательных чисел, t – текущий момент времени, $x(t) \in X$, $u(t) \in U$, X – векторное над полем $\mathbb{K}$ пространство состояний ДС Σ, U – векторное над полем $\mathbb{K}$ пространство значений входных сигналов ДС Σ, $A \in \mathcal{L}(X) := \mathcal{L}(X, X)$, $B \in \mathcal{L}(U, X)$, $K(B) = 0$, $\mathcal{L}(U, X)$ – множество линейных операторов из U в X, $K(B)$ – ядро оператора B. Множество линейных дискретных ДС вход-состояние обозначим $H(X, U)$.

Положим $[k, \omega_0) := \{k, k+1, ...\}$ для любого $k < \omega_0$.

Пусть $x_{[0,\omega_0)} := \{x(t)\}_{t<\omega_0}$ – траектория ДС Σ, Σ_x – множество траекторий ДС Σ, $X_{rk} := \{x_k \in X \mid x(0) = 0,\ x(k) = x_k,\ x_{[0,\omega_0)} \in \Sigma_x\}$ для любого $k < \omega_0$, $X_r := \bigcup_{k<\omega_0} X_{rk}$, $X_{ck} := \{x_0 \in X \mid x(0) = x_0,\ x(k) = 0,\ x_{[0,\omega_0)} \in \Sigma_x\}$ для любого $k < \omega_0$, $\mathcal{NL}_k(X) := \{A \in \mathcal{L}(X) \mid A^k = 0,\ A^{k-1} \neq 0\}$ для любого $k \in [1, \omega_0)$.

ДС Σ называется однородной порядка $k \in [1, \omega_0)$, если $U \neq 0$, $X_r = X$, $X_{r1} \bigcap X_{c(k-1)} = 0$, $X_{r1} \subseteq X_{ck}$. Множество однородных ДС порядка k обозначим $H_{hk}(X, U)$.

Из результатов работы [1] следует, что пространство состояний X однородной ДС Σ порядка $k \in [1, \omega_0)$ допускает градуировку $X = \bigoplus_{i=1}^{k} X_i$, где $X_i = X_{ri} \bigcap X_{c(k+1-i)}$, $i = \overline{1, k}$. Тогда $E = \sum_{i=1}^{k} P_i$, где E – тождественный оператор на X, P_i, $i \in \{1, ..., k\}$ – проектор пространства X на подпространство X_i, определяемый следующим образом:

$$P_i x = x_i,\ \text{если}\ x = \sum_{j=1}^{k} x_j,\ x_j \in X_j,\ j = \overline{1, k}.$$

Отметим, что $P_i P_j = \delta_{ij} P_i$, $i = \overline{1, k}$, $j = \overline{1, k}$, где δ_{ij} – символ Кронекера. Пусть $P_0 := 0$. Рассмотрим линейный оператор $A_c := \sum_{i=1}^{k} P_i A P_{i-1}$, определяющий каноническую форму ДС $\Sigma = (A, B) \in H_{hk}(X, U)$ при $k \in [1, \omega_0)$.

Следующая теорема предоставляет описание линейной дискретной однородной ДС вход-состояние, взятой в канонической форме.

Теорема. Пусть $\Sigma = (A, B) \in H(X, U)$, $U \neq 0$, $k \in [1, \omega_0)$. Следующие предложения равносильны:

1) $\Sigma \in H_{hk}(X, U)$, $A_c = A$.

2) $A \in \mathcal{NL}_k(X)$, $K(A^{k-1}) \bigcap B(U) = 0$, $\sum_{i=0}^{k-1} A^i B(U) = X$.

Литература.

1. *Борухов В.Т.*, Классификация и декомпозиция дискретных линейных систем вход-состояние и D-регулярных отношений в векторном пространстве // *Дифференциальные уравнения*, 2002, Т. 38, № 6, С. 826–835.