

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О. И. Чуприс

«12» 2019 г.

Регистрационный № УД-7588 /уч.

Теория случайных процессов и приложения

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 80 03 Математика и компьютерные науки

Профилизация: Математика

Профилизация: Математика и дидактика математики

2019_ г.

Учебная программа составлена на основе¹ ОСВО 1- 31 80 03-2019 и учебных планов рег. №G31-017/уч., рег. № G31з-018/уч. от 11.04.2019; рег. №G31-088/уч., рег. № G31з-089/уч. от 11.04.2019

СОСТАВИТЕЛИ:

Радыно Евгений Мефодьевич, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Пыжкова Ольга Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики Учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет», кандидат физико-математических наук

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики
(протокол № 12 от 18.06.2019);

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 5 от 28.06.2019)

Зав. кафедрой ФАиАЭ , профессор



А.В. Лебедев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины –

- ознакомление с основными понятиями теории случайных процессов;
- выработка мировоззренческих представлений о современных приложениях теории случайных процессов;
- подготовка специалистов, способных использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований;
- подготовка к самостоятельному изучению тех разделов современных научных знаний, которые могут потребоваться дополнительно в практической и научно-исследовательской работе;

Задачи учебной дисциплины:

1. углубленное ознакомление магистрантов с основными принципами теории случайных процессов и ее приложений
2. дальнейшее формирование у магистрантов навыков абстрактного математического мышления и умения применять его в конкретных задачах
3. повышение их математической культуры

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием (магистра).

Учебная дисциплина «Теория случайных процессов и приложения» относится к модулю «Функциональный анализ и теория вероятностей» компонент учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др. Наиболее тесной является связь данной дисциплины с такими дисциплинами, как «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Уравнения с частными производными», «Методы численного анализа», «Математическая и прикладная статистика», «Вариационное исчисление».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория случайных процессов и приложения» должно обеспечить формирование следующих **специализированных компетенций**:

СК-3. Быть способным применять методы функционального анализа при решении задач естественных наук и экономики

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- классификацию случайных процессов в соответствии с областями задания временной переменной и областями значений процесса;
- особенности стационарных процессов;

- особенности марковских процессов;
- основы теории интегрирования Ито.

уметь:

- использовать формализм цепей Маркова, в том числе находить предельное распределение вероятностей для цепи Маркова;
- использовать теорию стационарных процессов с непрерывным временем и дискретным множеством состояний;
- вычислять интегралы Ито;
- решать простейшие стохастические дифференциальные уравнения.

владеть:

- терминологией дисциплины «Теория случайных процессов и приложения»;
- основными методами и приемами исследования свойств случайных процессов;
- навыками использования теории случайных в прикладной и научной деятельности.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 1 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория случайных процессов и приложения» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 36 аудиторных часов, из них: лекции – 18 часов, лабораторные занятия – 18 часов.

– для заочной формы получения высшего образования – 8 аудиторных часов, из них лекции 4 часа, лабораторные занятия 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Классификация случайных процессов

Определение. Значения в моменты времени и траектории.

Некоторые специальные классы случайных процессов: стационарность значений, стационарность приращений, независимость значений, независимость приращений.

Тема 2. Цепи Маркова

Процессы с дискретным временем. Цепи Маркова.

Нахождение предельного распределения по состояниям для цепи Маркова.

Понятие о скрытых цепях Маркова и алгоритме Витерби нахождения наиболее вероятной траектории.

Тема 3. Процессы с непрерывным временем и дискретным множеством значений

Свойство стационарности и полугруппа операторов, описывающая процесс с непрерывным временем и дискретным множеством значений.

Процесс Пуассона и его обобщения. Пример радиоактивного распада.

Понятие о процессах Феллера.

Тема 4. Процессы Ито

Гауссовские процессы. Описание гауссовских процессов с помощью матожидания и ковариационной функции.

Интеграл Ито. Свойство адаптированности процесса к потоку сигма-алгебр. Примеры вычисления интеграла Ито.

Диффузионные процессы Ито. Лемма Ито. Стохастические дифференциальные уравнения (СДУ) для диффузионных процессов.

Применение СДУ в финансовой математике: модели Васичека, Халла-Уайта, Кокса-Ингерсола-Росса.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Классификация случайных процессов	4			4			Отчет по самостоятельной работе с устной защитой
2	Цепи Маркова	4			4			Отчет по самостоятельной работе с устной защитой
3	Процессы с непрерывным временем и дискретным множеством значений	4			4			Отчет по лабораторной работе с устной защитой
4	Процессы Ито	6			6			Отчет по лабораторной работе с устной защитой
	ВСЕГО	18			18			

Заочная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Классификация случайных процессов	1			1		Отчет по лабораторной работе с устной защитой, собеседование
2	Цепи Маркова	1			1		Отчет по лабораторной работе с устной защитой, собеседование
3	Процессы с непрерывным временем и дискретным множеством значений	1			1		Отчет по лабораторной работе с устной защитой, собеседование
4	Процессы Ито	1			1		Отчет по лабораторной работе с устной защитой, собеседование
	Всего	4			4		

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Лазакович Н.В., Сташуленок С.П., Яблонский О.Л. Курс теории вероятностей. – Минск, БГУ, 2003. – 322 с.
2. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. Москва, Наука, 1996. – 400 с.
3. Ширяев А. Н. Вероятность. – Москва, Наука, 1979. – 575 с.
4. Антоневиц А.Б., Мазель М.Х., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения. Учебное пособие. Минск, Изд-во БГУ, 2011.

Перечень дополнительной литературы

1. Bernt Øksendal. Stochastic differential equations: an introduction with applications. Springer, 2010. – 385 p.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Для диагностики компетенций используется устно-письменная форма в виде устных докладов и отчетов по самостоятельно разрабатываемым темам, устных и письменных отчетов по самостоятельно разрабатываемому проекту, зачет в устно-письменной форме.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Теория случайных процессов и приложения» учебным планом предусмотрен зачет.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, предусматривающая использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- отчет по самостоятельной работе с устной защитой – 50%;
- устные и письменные отчеты по лабораторным работам – 50%.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и зачетной оценки с учетом их весовых коэффициентов Вес оценка по текущей успеваемости составляет 30 %, зачетная оценка – 70 %.

Примерная тематика лабораторных занятий

Тема 1. Классификация случайных процессов

1. Нахождение значений в моменты времени и траектории.
2. Студент изучает определения случайного процесса, случайного процесса с независимыми приращениями, примеры случайных процессов с независимыми приращениями (пуассоновский

случайный процесс, случайный процесс броуновского движения и их свойства).

Тема 2. Цепи Маркова

3. Нахождение предельного распределения по состояниям для цепи Маркова.
4. Применения алгоритма Витерби нахождения наиболее вероятной траектории.

Тема 3. Процессы с непрерывным временем и дискретным множеством значений

5. Свойство стационарности процесса и полугруппа операторов, описывающая процесс с непрерывным временем и дискретным множеством значений.
6. Процесс Феллера.
7. Гауссовские процессы. Описание гауссовских процессов с помощью матожидания и ковариационной функции.

Тема 4. Процессы Ито

8. Вычисления интеграла Ито.
9. Диффузионные процессы Ито. Стохастические дифференциальные уравнения (СДУ) для диффузионных процессов.
10. Применение СДУ в финансовой математике: модели Васичека, Халла-Уайта, Кокса-Ингерсола-Росса.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины (эвристический, проективный, практико-ориентированный)

При организации образовательного процесса используются:

практико-ориентированный подход, который предполагает ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;

метод группового обучения в форме организации малых групп (команд), работающих как над общими заданиями, так и над специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся, кроме подготовки к экзамену, подготовка к зачету

При изучении учебной дисциплины «Теория случайных процессов и приложения» рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- выполнение домашнего задания;
- изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;
- разработка самостоятельно выбранной темы курса, в том числе поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников, изучение материала, подготовка доклада;
- доклад по самостоятельно выбранной теме курса.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Классификация случайных процессов. Значения процесса в моменты времени и траектории.
2. Свойства случайных процессов: стационарность значений, стационарность приращений, независимость значений, независимость приращений.
3. Процессы с дискретным временем. Цепи Маркова.
4. Нахождение предельного распределения по состояниям для цепи Маркова.
5. Понятие о скрытых цепях Маркова и алгоритме Витерби нахождения наиболее вероятной траектории.
6. Свойство стационарности и полугруппа операторов для процессов с непрерывным временем и дискретным множеством значений.
7. Процесс Пуассона и его обобщения. Пример радиоактивного распада.
8. Понятие о процессах Феллера.
9. Гауссовские процессы. Описание гауссовских процессов с помощью матожидания и ковариационной функции.
10. Интеграл Ито. Примеры вычисления интеграла Ито.
11. Диффузионные процессы Ито. Лемма Ито. Стохастические дифференциальные уравнения (СДУ) для диффузионных процессов.
12. Применение СДУ в финансовой математике: модели Васичека, Халла-Уайта.
13. Применение СДУ в финансовой математике: модель Кокса-Ингерсола-Росса.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Математическая и прикладная статистика	Функционального анализа и аналитической экономики	нет	Изменений не требуется, протокол № 12 от 18.06.2019
2. Уравнения с частными производными	Математической кибернетики	нет	Изменений не требуется, протокол № 12 от 18.06.2019
3. Функциональный анализ и интегральные уравнения	Функционального анализа и аналитической экономики	нет	Изменений не требуется, протокол № 12 от 18.06.2019
4. Вариационное исчисление	Функционального анализа и аналитической экономики	нет	Изменений не требуется, протокол № 12 от 18.06.2019
5. Методы численного анализа	Веб-технологий и компьютерного моделирования	нет	Изменений не требуется, протокол № 12 от 18.06.2019

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
