

РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ И ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ ПУАССОНА СО СМЕШАННЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

Видякина Е. В., Проконина Е. В.

*БГУ, Минск, Беларусь,
e-mail: Genius-77@yandex.ru*

В математике и её приложениях часто возникает проблема нахождения приближенного решения задач, точное решение которых или слишком сложно, или вовсе не может быть выражено в известных элементарных или специальных функциях.

С появления ЭВМ скорость выполнения арифметических операций выросла в миллионы раз, что обеспечило широкое внедрение компьютерных технологий в практику инженерных и научных расчетов. К настоящему времени созданы системы компьютерной математики (Matlab, Maple и др.), позволяющие эффективно решать широкий круг задач с использованием современных численных методик.

В сообщении рассматриваются методы численного решения уравнения Пуассона. Данное уравнение представляет большой интерес в сфере задач электростатики, диффузии, теплопроводности. Рассмотрены некоторые варианты разностных схем для двумерной задачи Дирихле со смешанными производными [1, 2]. Основная проблема при решении такого рода задач в системе Matlab сводится к построению матрицы дискретной аппроксимации дифференциального оператора на основе выбранной разностной схемы. Решение возникающей при этом системы линейных алгебраических уравнений возможно осуществить с помощью стандартных функций Matlab, реализующих прямые и итерационные методы [3].

Исследована эффективность прямых и итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений, возникающих при конечно-разностной аппроксимации двумерного уравнения Пуассона со смешанными производными в прямоугольной области.

Показано, что векторизация алгоритма построения разреженной матрицы системы ЛАУ позволяет в десятки раз повысить его эффективность. При сравнительно небольшой размерности сетки (в пределах 200x200) преимущество остается за прямыми методами. Для задач большой размерности предпочтительными оказываются итерационные методы. Проанализированы различные типы переобуславливателей неявных итерационных методов сопряженных градиентов, среди которых наиболее эффективным в отношении вычислительных затрат проявил себя переобуславливатель Фурье-Лапласа.

Литература

1. Самарский, А.А. Численные методы: Учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. – 432 с.
2. Самарский, А.А. Методы решения сеточных уравнений / А.А. Самарский, Е.С. Николаев. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1978. – 590 с.
3. <http://www.mathworks.com/help/techdoc/ref/f16-5872.html#f16-6083>.