курс математики. Поэтому преемственность как дидактический принцип может быть реализована и на других факультетах нематематического профиля: биологическом, географическом, экономическом и др. Для этого потребуются такие атрибуты преемственности, как создание учебных пособий и решение прикладных задач на завершающем этапе изучения дисциплин математического цикла, наполнение их соответствующим содержанием, учитывая востребованность математических знаний для каждой из этих специальностей.

1. Эмануэль Н.М., Кнорре Д.Г. Курс химической кинетики: Учеб. М., 1984.
2. Судариков С.А., Капуцкий Ф.Н. Физическая химия: Учеб. пособие. Мн., 1981.
3. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии: Учеб. М., 1973.
4. Степанов Н.Ф., Ерлыкина М.Е., Филиппов Г.Г. Методы линейной алгебры в физической химии. М., 1976.
5. Смайцер А.П. Педагогические основы преемственности в обучении школьников и студентов: теория и практика. Мн., 1995.
6. Скатецкий В.Г. Математическое моделирование физико-химических процессов: Учеб.пособие. Мн., 1981.
7. Скатецкий В.Г., Свиридов Д.В., Яшкин В.И., Душкевич О.Г. // Педагогический процесс в учебных заведениях нового типа: содержание и технология: Мат. республ. науч.-практ.конф. Мн., 1994.

Поступила в редакцию 18.06.97.

УДК 51.077.8

Ю.И. ВОРОТНИЦКИЙ, Ю.В. ПОЗНЯК, А.А. САМОДУРОВ

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ НЕМАТЕМАТИЧЕСКИХ ФАКУЛЬТЕТОВ

Necessity of application of computer mathematics in the education of non*Mathematical* students is considered.

Необходимость компьютерного образования и использования ЭВМ в качестве основного инструмента получения знаний в настоящее время не подвергается сомнению. К сожалению, недостаточное внимание уделяется применению ЭВМ для таких интеллектуальных операций, как доказательство теорем, вывод формул, упрощение сложных математических выражений. И это, несмотря на наличие активно применяемых в научных исследованиях систем компьютерной математики (СКМ) [1].

Цель нашей работы – показать возможности и эффективность обучения математике студентов естественно-научных специальностей с использованием ЭВМ в полностью интерактивном режиме. Наиболее эффективен такой метод обучения для тех специальностей, где курсы классической математики и информатики читаются параллельно, как это принято в настоящее время в большинстве технических университетов страны и за рубежом. Авторы статьи имеют опыт реализации предлагаемых идей при чтении спецкурсов на географическом факультете и в лицее БГУ. Внедрение СКМ в учебный процесс всех факультетов требует изменения учебных программ математических (и не только) курсов. Конкретная процедура этих изменений выходит за рамки этой статьи.

Изначально предполагается, что студенты осваивают одну из СКМ. На лекции преподаватель излагает основные методы доказательства математических теорем и алгоритмы (или идеи алгоритмов). Далее студенты работают в СКМ в двух основных направлениях, причем время, которое уделяется каждому из этих направлений, зависит от содержания и целей изучаемого курса и специализации студентов.

Первое направление состоит в том, что студент разрабатывает алгоритм и программу в СКМ для вывода формулы или доказательства теоремы. Второе – предусматривает работу со стандартными программами для получения конкретных функций (например, вычисление неопределенных интегралов, построение графиков функций).

Рассмотрим пример [2] деления клеток Paramecium caudatum, когда пять одноклеточных организмов были помещены в пробирку с 0,5 см^3 питательного раствора. Известно, что при наличии оптимальных условий ежедневно количество этих организмов увеличивается в 2,309 раз. В реальном опыте через 6 дней объем популяции составил 375 особей. Рост числа организмов подчиняется закону, который математически выражается следующим образом

$$\dot{p} = ap - bp^2,$$

где a=2,309, b=2,309/375. Решаем уравнение с помощью *Mathematica*

In[1]:= **DSolve[p'[t]==a p[t]-b p[t]^2, p[0]==p0}, p[t], t]**

$$\text{Out}[1] = \left\{\left\{p[t] \to \frac{aE^{at}p0}{a - bp0 + bE^{at}p0}\right\}\right\}.$$

Чтобы найти максимальное количество особей Paramecium, которое может быть получено в опыте, достаточно вычислить предел полученного $p(t)$ при $t\to\infty$. Он очевидно равен a/b. Этот результат показывает, что нет необходимости повторять опыт. Максимальный объем популяции – 375 особей – уже достигнут.

Не потребует больших затрат времени и построение кривой роста количества организмов. Мы же рассмотрим пример, смысл которого интересен и студентам-биологам, и географам, и психологам.

Именно при некоторых условиях достаточно большая популяция особей неожиданно совершает специфическую акцию. Например, почти все молодые люди начинают носить белые носки или почти все студенты в аудитории разом начинают зевать на скучной лекции. Доля популяции, участвующей в специфической акции, описывается следующим нелинейным уравнением [3]:

$$\frac{dy}{dt} = (1-y)(x(t)+by),$$

параметры которого $x(t)>0$ и $b=\text{const}>0$ называются соответственно внешним стимулом и коэффициентом имитации. Данное уравнение является уравнением Риккатти и имеет очевидное решение $y=1$. Заменой $y = \frac{v+1}{v}$ оно приводится к виду

$$\frac{dv}{dt} = (b + x(t))v + b.$$

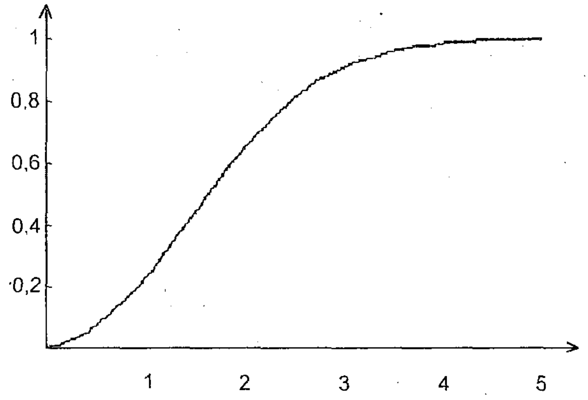
Последнее легко интегрируется, но решение даже при простых $x(t)$ будет громоздким. Поэтому можно использовать возможности численного решения уравнений, предоставляемые СКМ. Покажем это на примере $x(t)=at$, где a=0,5, b=0,1.

In[2]:= **NDSolve[{y'[t]==(1-y[t])(0.50t+y[t]/10),y[0]==.01},y[t],{t,0,5}]**

$$\text{Out}[2] = \{\{y[t] \to \text{InterpolatingFunction}[\{0.,5.\},<>][t]\}\}$$

In[3]:= **Plot[Evaluate[y[t]/.%[[1]]],{t, 0, 5}];**

Out[3]=



Студенты в зависимости от специальности делают конкретные выводы из рассмотренной математической модели.

Покажем, как с использованием *Mathematica* решается нетривиальная задача исследования возможностей применения математической модели реального процесса и корректировка этой модели.

В химической литературе встречается термин «олеум». Имеется в виду раствор SO_3 в H_2SO_4, который условно можно обозначить как SO_3nH_2O, где $n\leq1$. Если $n=1$, то речь идет о чистой серной кислоте. При $n<1$ для практического применения выгодно концентрацию олеума условно выражать через концентрацию серной кислоты (H_2SO_4), которую можно из него получить при разбавлении водой.

Задачи на приготовление смесей из компонентов заданной концентрации приводят к системам линейных алгебраических уравнений. Решение их вручную или с помощью калькулятора – дело чрезвычайно трудоемкое [4,5]. Наличие среди составляющих компонентов олеума приводит к тому же к логическим ошибкам, которые кочуют из издания в издание книги [4]. Покажем это на примере.

Пусть требуется приготовить 4250 кг нитрирующей смеси следующего состава: воды – 22%, азотной кислоты – 16, серной кислоты – 62% из смеси, состоящей из H_2O – 5%, HNO_3 – 85 и H_2SO_4 – 10%, 20%-ого олеума (вещества, которое можно условно считать серной кислотой с концентрацией 104,5%), отработанной кислоты – (H_2O – 30%, H_2SO_4 – 70%). Согласно [4], массы x_1, x_2, x_3 составляющих смесей удовлетворяют системе линейных уравнений

In[4]:= **S1={5 *x*1+30 *x*3==4250*22,**
85 *x*1==4250*16,
10 *x*1+104.5 *x*2+70 *x*3==4250*62} .

Решаем ее:

In[5]:= **NSolve [S1, {*x*1, *x*2,*x*3}]**
Out[5]={x1→800, x2→446.571, x3→2983.33}.

Найдем теперь сумму $x_1+x_2+x_3=4249{,}904<4250$, т.е. не выполняется закон сохранения количества вещества !

Исходя из этих соображений, пытливый студент изменит первое уравнение системы S1, прибавив к правой части слагаемое $4{,}5x_2$, соответствующее количеству воды, нужной для разбавления олеума до чистой серной кислоты. Решаем полученную систему:

In[6]:= **NSolve [S2={5 *x*1+30 *x*3==4250*22+4.5 *x*2,**
85 *x*1==4250*16,
10 *x*1+104.5 *x*2+70 *x*3==4250*62}, {*x*1, *x*2,*x*3}]
Out[6]={x1→800, x2→405.797, x3→3044.2}.

Этот результат подтверждает реальность исправленной математической модели, ибо $x_1+x_2+x_3=4249{,}9$. Погрешность результата соответствует погрешности исходных данных.

С помощью *Mathematica* студент может исследовать несколько математических моделей, скорректировать их, получить верный результат, изучить возможности используемых моделей и границы их применения. И все это – в течение нескольких минут, не обременяя себя вопросами сходимости численных методов, разработкой и тестированием программ и т.п.

Поступила в редакцию 20.02.97.

1. Позняк Ю.В., Воротницкий Ю.И., Гурин Н.И. // Информатизация образования. №9. 1997. С.72.
2. Braun M. Differential Equations and Their Applications. New York, 1978.
3. Ross C.C. Differential Equations. An Introduction with *MATHEMATICA*. New York, 1995.
4. Батунер Л.М., Позин М.Е. Математические методы в химической технике. Л., 1971.
5. Скатецкий В.Г. Математическое моделирование физико-химических процессов. Мн., 1981.