

$$\tilde{r}(3k,1) = r(1) + o\left(\frac{1}{\sqrt{k}}\left(\frac{27}{4}p_{00}^2p_{01}\right)^k\right),$$

где $r(1) = p_{01}$.

Литература

1. Харин Ю. С. Оптимальность и робастность в статистическом прогнозировании // Мн.: БГУ, 2008.
2. Basawa I. V., Rao B. L. C. Statistical interference for stochastic processes // N.Y.: Academic Press, 1980.
3. Дуб Дж. Вероятностные процессы // М.: ИЛ, 1956.
4. Кемени Дж., Снелл Дж. Конечные цепи Маркова // М.: Наука, 1970.

ОПТИМАЛЬНОЕ НЕПРЯМОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

Е. С. Нехай

Рассматривается терминальная задача оптимального непрямого управления, в которой управляющие сигналы и воздействия стеснены геометрическими ограничениями. В системах непрямого управления информация о поведении объекта управления поступает в управляющий орган, который вырабатывает управляющие сигналы для регулятора. Последний, используя внешние источники энергии, создает управляющие воздействия необходимой мощности, которые поступают на объект управления.

1. ИНЕРЦИОННЫЕ УПРАВЛЯЮЩИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Пусть $T = [t_*, t^*]$ – промежуток управления. Скалярную функцию $u(t)$, $t \in T$, назовем *инерционным управляющим воздействием первого порядка*, если она является решением уравнения $\dot{y} = v$, $u(t_*) = u_0$, с ограниченной кусочно-непрерывной функцией $v(t)$, $t \in T$.

С учетом того, что для решения большинства прикладных задач используются вычислительные устройства дискретного действия, будем считать, что управляющий сигнал $v(t)$, $t \in T$, – *дискретная функция* с периодом квантования $h = (t^* - t_*)/N$ (N – натуральное число): $v(t) = v(t_* + kh)$, $t \in [t_* + kh, t_* + (k+1)h[$, $k = \overline{0, N-1}$. Пусть $S_h = \{t_* + h, t_* + 2h, \dots, t^*\}$, $T_h = \{t_*, t_* + 2h, \dots, t^* - h\}$. В классе инерционных управляющих воздействий первого порядка рассмотрим задачу

$$\begin{aligned} c'x(t^*) \rightarrow \max, \dot{x} &= A(t)x + b(t)u, x(t_*) = x_0, \\ \dot{y} &= v, u(t_*) = u_0, Hx(t^*) = g, |u(s)| \leq L, s \in S_h, |v(t)| \leq M, t \in T_h, \end{aligned} \quad (1)$$

где $x = x(t)$ – n -вектор состояния динамической системы в момент времени t ; $u = u(t)$ – значение скалярного управляющего воздействия; $A(t)$, $b(t)$, $t \in T$, – кусочно-непрерывные $n \times n$ – матричная и n -векторная функции, H – $m \times n$ матрица, g – m -вектор, $\text{rank } H = m < n$.

В рассматриваемом классе допустимых управлений задача (1) эквивалентна следующей задаче линейного программирования (ЛП)

$$\sum_{t \in T_h} c(t)v(t) \rightarrow \max, \quad -L - u_0 \leq h \sum_{t=t^*}^{s-h} v(t) \leq L - u_0, \quad s \in S_h,$$

$$\sum_{t \in T_h} h_{(i)}(t)v(t) = \tilde{g}_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad -M \leq v(t) \leq M, \quad t \in T_h,$$

где $c(t) = \int_t^{t+h} \psi_{n+1}(\tau) d\tau, t \in T_h; \psi_{n+1}(t), t \in T$, – компонента решения $(\psi(t), \psi_{n+1}(t)), t \in T$, сопряженной системы

$$\dot{\psi} = -A'(t)\psi, \quad \dot{\psi}_{n+1} = -\psi' b(t), \quad (2)$$

с начальными условиями $\psi(t^*) = c, \psi_{n+1}(t^*) = 0$;

$h_{(i)}(t) = \int_t^{t+h} \psi^h_{n+1}(\tau) d\tau, t \in T_h; \psi^h_{n+1}(t), t \in T$, – компонента решения $(\psi^h(t), \psi^h_{n+1}(t)), t \in T$, сопряженной системы (2) с начальными условиями $\psi(t^*) = h'_i, \psi_{n+1}(t^*) = 0$; $h'_i, i = \overline{1, m}$, – строка матрицы H , а $\tilde{g}_i = g_i - \psi^h_{n+1}(t_*)x_0, i = \overline{1, m}$.

С учетом особенностей задачи описана структура опоры, сопровождающие опору элементы, получены принцип максимума и \mathcal{E} - максимума, критерий оптимальности опоры. На базе метода [1] построены программное решение и реализация оптимальной обратной связи [2].

2. ИНЕРЦИОННЫЕ УПРАВЛЯЮЩИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Скалярную функцию $u(t), t \in T$, назовем *инерционным управляющим воздействием второго порядка*, если она является решением уравнения $\ddot{u} = v, \dot{u}(t_*) = \dot{u}_0, u(t_*) = u_0$, с ограниченной кусочно-непрерывной функцией $v(t), t \in T$.

В классе инерционных управляющих воздействий второго порядка выделим подклассы в зависимости от ограничений, накладываемых на значения управляющих воздействий и их первую и вторую производные:

1) U_{01}^2 : $|u(t)| \leq L, |\dot{u}(t)| \leq K, t \in T$; 2) U_{12}^2 : $|v(t)| \leq M, |\dot{v}(t)| \leq K, t \in T$; 3) U_{02}^2 : $|u(t)| \leq L, |v(t)| \leq M, t \in T$.

Рассмотрим терминальную задачу в классе U_{02}^2 :

$$\begin{aligned} c'x(t^*) &\rightarrow \max, \dot{x} = A(t)x + b(t)u, x(t_*) = x_0, \\ \dot{u} &= v, u(t_*) = u_0, \dot{u}(t_*) = \dot{u}_0 \\ Hx(t^*) &= g, |u(s)| \leq L, s \in S_h, |v(t)| \leq M, t \in T_h. \end{aligned} \quad (3)$$

Эквивалентная функциональная форма задачи:

$$\begin{aligned} \sum_{t \in T_h} c(t)v(t) &\rightarrow \max, \\ -L - u_0 - (s - t_*)\dot{u}_0 &\leq \sum_{t=t_*}^{s-h} d(s,t)v(t) \leq L - u_0 - (s - t_*)\dot{u}_0, s \in S_h, \\ \sum_{t \in T_h} h_{(i)}(t)v(t) &= \tilde{g}_i, i = \overline{1, m}, -M \leq v(t) \leq M, t \in T_h, \end{aligned}$$

где $d(s,t) = ((s-t)^2 - (s-(t+h))^2)/2$,

$c(t) = \int_t^{t+h} \psi_{n+2}(\tau) d\tau, t \in T_h; \psi_{n+2}(t), t \in T$, — компонента решения $(\psi(t), \psi_{n+1}(t), \psi_{n+2}(t)), t \in T$, сопряженной системы

$$\dot{\psi} = -A'(t)\psi, \dot{\psi}_{n+1} = -\psi b(t), \dot{\psi}_{n+2} = -\psi_{n+1}, \quad (4)$$

с начальными условиями $\psi(t^*) = c, \psi_{n+1}(t^*) = 0, \psi_{n+2}(t^*) = 0$,

$h_{(i)}(t) = \int_t^{t+h} \psi_{n+2}^h(\tau) d\tau, t \in T_h; \psi_{n+2}^h(t), t \in T$, — компонента решения $(\psi^h(t), \psi_{n+1}^h(t), \psi_{n+2}^h(t)), t \in T$, сопряженной системы (4) с начальными условиями $\psi(t^*) = h'_i, \psi_{n+1}(t^*) = 0, \psi_{n+2}(t^*) = 0, h'_i, i = \overline{1, m}$, — строка матрицы H , а $\tilde{g}_i = g_i - \psi_{n+2}^h(t_*)x_0, i = \overline{1, m}$.

В качестве примера рассмотрена задача оптимального управления осциллятором в классе инерционных управляющих воздействий первого порядка:

$$\begin{aligned} x_2(7) &\rightarrow \max, \dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = -x_1 + u, x_1(0) = 1, x_2(0) = -1, \\ \dot{u} &= v, u(0) = 0.7, x_1(7) = 1.5, |v(t)| \leq 1, t \in T_h, |u(s)| \leq 1, t \in S_h, T = [0; 7]. \end{aligned} \quad (5)$$

Выбран период квантования $h = 0.2$. На рисунках тонкими линиями изображены оптимальный сигнал (рис. 1а), а на рис. 1б - оптимальное управляющее воздействие, на рис. 1с представлена траектория системы управления (1). Объект управления переходит из состояния $x(0) = (1, -1)$ в состояние $x(7) = (1.5, 2.35)$. Значение критерия качества равно 2.35.

Толстыми линиями отмечена реализация оптимальной обратной связи в предположении, что в процессе управления на объект действовало возмущение $w(t) = 0.5 \sin(2t), t \in [0, 5]; w(t) \equiv 0, t \in [5; 7]$.

Для задачи (5) в классе U_{02}^2 построено программное решение (соответствующие ему сигнал, воздействие и траектория изображены на рис. 2а, 2б, 2с тонкими линиями) и реализация оптимальной обратной связи (толстые линии на рис 2).

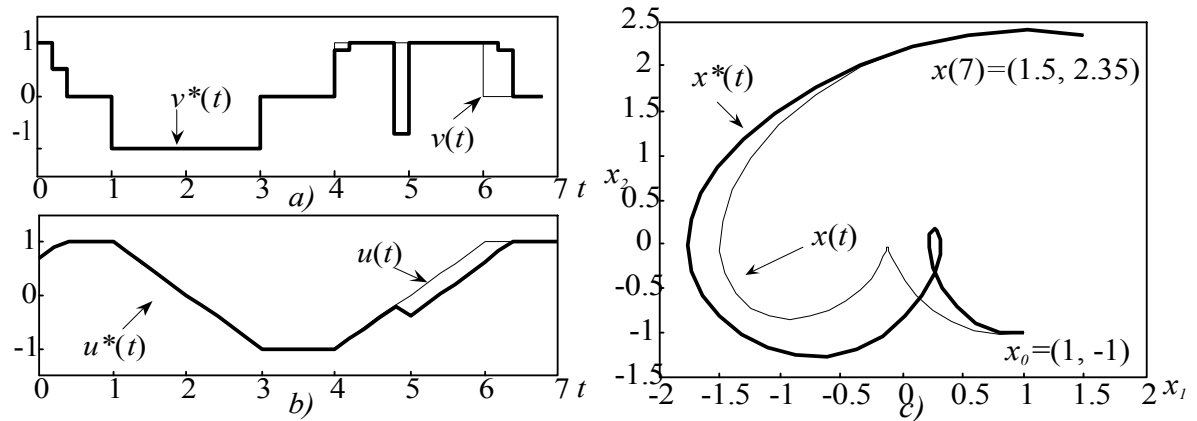


Рис. 1. Программное и позиционное решения в классе инерционных управляющих воздействий первого порядка

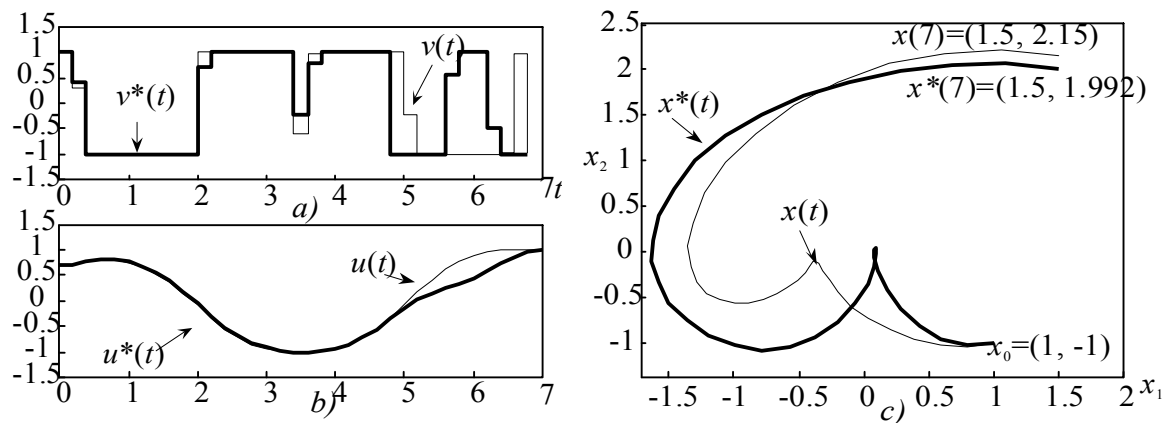


Рис. 2. Программное и позиционное решения в классе инерционных управляющих воздействий второго порядка

Литература

1. Габасов Р., Кириллова Ф.М., Павленок Н.С. Синтез оптимальных обратных связей в классе инерционных управлений//АиТ, № 2, 2003. с. 22 – 49
2. Балашевич Н.В., Габасов Р., Кириллова Ф.М. Численные методы программной и позиционной оптимизации линейных систем управления // ЖВМ МФ. 2000. Т.40. № 6. С. 838 – 859.

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ПОВЕДЕНЧЕСКОГО СКОРИНГА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИЙ DATA MINING

А. Н. Никитюк

ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных видов деятельности банка является кредитная деятельность, обеспечивающая высокую доходность всех активов, однако сопровождающаяся повышенным риском. С увеличением объемов кредитования актуализируются задачи управления кредитным риском банка. Разработка методов оценки и механизма регулирования кредитных рисков связана с задачей классификации многомерных данных.

Целью данной работы является сравнительный анализ точности классификации заемщиков банка с использованием нейронных сетей (*neural networks*) и деревьев решений (*decision trees*). На этапе предварительного статистического анализа обучающей выборки также исследовалась проблема выбора информативных признаков. Для тестирования использовались реальные данные по заемщикам немецкого коммерческого банка.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАБЛЮДЕНИЙ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеется некоторое множество из n клиентов банка $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathfrak{R}^{nN}$, и задано множество номеров $Y = (y_1, y_2, \dots, y_L)^T \in \mathfrak{R}^L$, каждый из которых соответствует определённому классу заемщиков $\{\Omega_i\}$, $i = \overline{1, L}$. Классы Ω_i представляют собой непесекающиеся подмножества множества X , и клиенты из разных классов существенно отличаются по степени надежности. Каждый k -й имеющийся заемщик банка характеризуется набором индивидуальных признаков, из которых образован N -мерный вектор факторов $x_k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kN})^T \in \mathfrak{R}^N$, где x_{ki} – признаки (анкетные и поведенческие), характеризующие k -го клиента[3].

Задача поведенческого скоринга: для каждого k -го заемщика банка из множества X спрогнозировать номер y_j одного из классов на основании совокупности имеющихся факторов x_k .