модельной закалки следует использовать для автоматизированной сегментации изображений, где время работы алгоритма не столь критично. Однако при ручной сегментации лучше использовать детерминированные алгоритмы, так как они очень быстро сходятся и дают хорошие результаты при ручной инициализации.

Таким образом, в работе рассмотрена проблема текстурной сегментации аэрофотоснимков и фотографий со спутника. Для решения данной задачи построена марковская модель для изображений, на которой реализовано семейство алгоритмов модельной закалки и детерминированной релаксации. Проведен анализ эффективности вышеуказанных семейств алгоритмов на различных снимках, а также их сравнение в задачах автоматизированной и ручной сегментации.

Литература

1. *Metropolis N., Rosenbluth A., Rosenbluth M., Teller A. and Teller E.* Equation of state calculations by fast computing machines // J. of Chem. Physics. 1953. Vol. 21. P 1087–1092.
2. *Kirkpatrick S., Gellatt C. and Vecchi M.* Optimization by simulated annealing // Science. 1983. Vol. 220. P. 671–680.
3. *Kato Z.* Modélisations markoviennes multirésolutions en vision par ordinateur. Application a` la segmentation d'images SPOT. / PhD Thesis, INRIA, Sophia Antipolis. 1994.

О ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ НА ПЛОСКИХ БИИЗОТРОПНЫХ ЭКРАНАХ

Д. П. Тавакколи

В последнее время в литературе уделяется большое внимание исследованию электромагнитных полей в киральных плоских слоях и получению соответствующих граничных условий на них [1–3]. В данной работе получены различные варианты граничных условий на биизотропном слое.

Рассмотрим евклидово пространство R^3 с фиксированной декартовой системой координат $Oxyz$, заполненное однородной биизотропной средой, которая характеризуется постоянными диэлектрической и магнитной проницаемостями ε, μ и произвольными комплексными постоянными Z и G. Комплексные амплитуды $\vec{E}$, $\vec{H}$ электромагнитного поля с зависимостью от времени вида $\exp(-i\omega t)$ в биизотропной среде удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\operatorname{rot}\vec{E} = i\omega(\mu\vec{H} + Z\vec{H}),\ \operatorname{rot}\vec{H} = -i\omega(\varepsilon\vec{E} + G\vec{H}). \qquad (1)$$

В пространстве R^3 рассмотрим биизотропный плоский слой $D(z_1 < z < z_2)$, ограниченный плоскостями $\Gamma_1(z = z_1)$ и $\Gamma_2(z = z_2)$. На слой D из внешнего пространства падает плоское электромагнитное поле, характеризуемое постоянными числами α_1, α_2. В результате в биизотропном слое D также образуется плоское поле $\vec E$, $\vec H$, удовлетворяющее уравнениям (1). Поставим задачу о получении формул, связывающих значения тангенциальных составляющих поля $\vec E$, $\vec H$ по обе стороны слоя D на плоскостях Γ_1 и Γ_2. Такие формулы можно рассматривать как граничные условия на поверхности биизотропного слоя. Для вывода условий представим поле $\vec E, \vec H$ в биизотропной среде в виде комбинации плоских базисных полей с постоянными коэффициентами a_1, a_2, a_3, a_4:

$$\vec E = a_1\vec K^{(+1)} + a_2\vec K^{(-1)} + a_3\vec K^{(+2)} + a_4\vec K^{(-2)} \text{ в } D, \tag{2}$$

$$\vec H = a_1p_1\vec K^{(+1)} + a_2p_1\vec K^{(-1)} + a_3p_2\vec K^{(+2)} + a_4p_2\vec K^{(-2)},$$

где

$$\vec K^{(\pm j)}(\vec r;\alpha_1,\alpha_2;\omega,\varepsilon,\mu,Z,G) = \frac{1}{k_j}\left[\mp\frac{iv_j}{\lambda}\vec e_2 + \lambda\vec e_z - \frac{ig}{\lambda g_j}\vec e_1\right]\varphi(\pm j), \tag{3}$$

$\vec e_1 = \alpha_2\vec e_x - \alpha_1\vec e_y$, $\vec e_2 = \alpha_1\vec e_x + \alpha_2\vec e_y$, $\varphi(\pm j) = \exp(i\alpha_1 x + i\alpha_2 y \mp v_j z)$,

$k_j = \sqrt{g + \frac{1}{2}a^2 + af_j}$, $0 \le \arg k_j < \pi$, $f_j = (-1)^j f$, $f = \sqrt{k^2 - b^2}$,

$0 \le \arg f < \pi$, $b = \frac{1}{2}\omega(G + Z)$, $g = \omega^2(\varepsilon\mu - ZG)$, $g_j = f_j - \frac{1}{2}a$,

$v_j = \sqrt{\lambda^2 - k_j^2}$, $-\frac{\pi}{2} \le \arg v_j < \frac{\pi}{2}$, $\lambda^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2$, $p_j = \frac{1}{\mu}\left(\frac{ig}{\omega g_j} - Z\right)$,

$a = i\omega(G - Z)$, $k^2 = \omega^2\varepsilon\mu$.

Рассмотрим тангенциальные компоненты полей (2) на плоскости Γ_1 и получим систему из четырёх уравнений

$$a_1K_\alpha^{(+1)} + a_2K_\alpha^{(-1)} + a_3K_\alpha^{(+2)} + a_4K_\alpha^{(-2)} = E_\alpha\Big|_{z=z_1} = E_\alpha^{(1)},\ \alpha = x, y, \tag{4}$$

$$a_1p_1K_\alpha^{(+1)} + a_2p_1K_\alpha^{(-1)} + a_3p_2K_\alpha^{(+2)} + a_4p_2K_\alpha^{(-2)} = H_\alpha\Big|_{z=z_1} = H_\alpha^{(1)}.$$

Определяя коэффициенты a_1, a_2, a_3, a_4 из уравнений (4) и подставляя в (2), получим выражение тангенциальных составляющих полей на плоскости $\Gamma_2(z = z_2)$ в виде граничных условий:

$$\vec{E}_\tau^{(2)}\Big|_{\Gamma_2} = (\hat{A}_{11}\vec{E}_\tau^{(1)} + \hat{A}_{12}\vec{H}_\tau^{(1)})\Big|_{\Gamma_1}, \quad \vec{H}_\tau^{(2)}\Big|_{\Gamma_2} = (\hat{A}_{21}\vec{E}_\tau^{(1)} + \hat{A}_{22}\vec{H}_\tau^{(1)})\Big|_{\Gamma_1}, \qquad (5)$$

где $\vec{E}_\tau = E_x\vec{e}_x + E_y\vec{e}_y$, $\vec{H}_\tau = H_x\vec{e}_x + H_y\vec{e}_y$,

$$\hat{A}_{11} = \begin{bmatrix} p_2(\varphi_1 S_1 - \psi_1 C_1) - p_1(\varphi_2 S_2 - \psi_2 C_2); & -p_2\theta_1 S_1 + p_1\theta_2 S_2 \\ p_2\delta_1 S_1 - p_1\delta_2 S_2; & -p_2(\varphi_1 S_1 + \psi_1 C_1) + p_1(\varphi_2 S_2 + \psi_2 C_2) \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_{12} = \begin{bmatrix} \varphi_1 S_1 + \psi_1 C_1 + \varphi_2 S_2 - \psi_2 C_2; & \theta_1 S_1 - \theta_2 S_2 \\ \delta_1 S_1 + \delta_2 S_2; & \varphi_1 S_1 + \psi_1 C_1 - \varphi_2 S_2 - \psi_2 C_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_{21} = \begin{bmatrix} p_1 p_2(\varphi_1 S_1 - \psi_1 C_1 - \varphi_2 S_2 + \psi_2 C_2); & p_1 p_2(-\theta_1 S_1 + \theta_2 S_2) \\ p_1 p_2(\delta_1 S_1 - \delta_2 S_2); & -p_1 p_2(\varphi_1 S_1 + \psi_1 C_1 - \varphi_2 S_2 - \psi_2 C_2) \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_{22} = \begin{bmatrix} p_1(-\varphi_1 S_1 + \psi_1 C_1) + p_2(\varphi_2 S_2 - \psi_2 C_2); & p_1\theta_1 S_1 - p_2\theta_2 S_2 \\ p_1\delta_1 S_1 + p_2\delta_2 S_2; & p_1(\varphi_1 S_1 + \psi_1 C_1) - p_2(\varphi_2 S_2 + \psi_2 C_2) \end{bmatrix}$$

где $\psi_j = -\dfrac{2gv_j}{p_{12}t_j g_j k_j^2}$, $\varphi_j = -\dfrac{2\alpha_1\alpha_2}{p_{12}t_j g_j^2 k_j^2}(v_j^2 g_j^2 + g^2)$, $\theta_j = -\dfrac{2q_j(+)q_j(-)}{p_{12}t_j}$,

$\delta_j = -\dfrac{2l_j(+)l_j(-)}{p_{12}t_j}$, $t_j = q_j(+)l_j(-) - q_j(-)l_j(+)$, $p_{12} = p_1 - p_2$,

$q_j(\mu) = \dfrac{i}{\lambda k_j}(\mu v_j\alpha_1 - \dfrac{g\alpha_2}{g_j})$, $l_j(\mu) = \dfrac{i}{\lambda k_j}(\mu v_j\alpha_2 + \dfrac{g\alpha_1}{g_j})$, $j = 1,2$,

$\xi_j = v_j\Delta$, $\Delta = z_2 - z_1$, $S_j = \mathrm{sh}(\xi_j)$, $C_j = \mathrm{ch}(\xi_j)$.

Из условий (5) получены граничные условия вида

$\vec{E}_\tau^{(2)}\Big|_{\Gamma_2} - \vec{E}_\tau^{(1)}\Big|_{\Gamma_1} = \hat{F}\vec{H}_\tau^{(1)}\Big|_{\Gamma_1} + \hat{G}\vec{H}_\tau^{(2)}\Big|_{\Gamma_2}$, (6)

$\vec{H}_\tau^{(2)}\Big|_{\Gamma_2} - \vec{H}_\tau^{(1)}\Big|_{\Gamma_1} = \hat{P}\vec{E}_\tau^{(1)}\Big|_{\Gamma_1} + \hat{Q}\vec{E}_\tau^{(2)}\Big|_{\Gamma_2}$,

где $\hat{F} = -g^*(\hat{K} + \hat{M})$, $\hat{G} = g^*(\hat{K} - \hat{M})$, $\hat{P} = p_1 p_2 g^*(\hat{U} + \hat{R})$,

$\hat{Q} = -p_1 p_2 g^*(\hat{U} - \hat{R})$, $\hat{B} = \{b_{ls}\}$, $l = 1,2$; $s = 1,2$,

$$k_{11} = p_2\left[(\theta_1\delta_1 - \varphi_1^2)S_1^2 + \psi_1^2 C_1^2 + (\varphi_1\varphi_2 - \theta_1\delta_2)S_1 S_2 - \psi_1\psi_2 C_1 C_2\right] +$$

$$+ p_1\left[(\theta_2\delta_2 - \varphi_2^2)S_2^2 + \psi_2^2 C_2^2 + (\varphi_1\varphi_2 - \theta_2\delta_1)S_1 S_2 - \varphi_2\psi_1 C_1 S_2 -\right.$$

$$\left.- (\psi_2\psi_1 + \psi_2\varphi_1)C_1 C_2\right] + \psi_1 C_1 - \psi_2 C_2,$$

$$k_{12} = [\theta_1\varphi_2 - \theta_2\varphi_1][p_2 - p_1]S_1S_2,$$

$$k_{21} = [\delta_1\varphi_2 - \delta_2\varphi_1][p_2 - p_1]S_1S_2,$$

$$k_{22} = p_2\left[(\theta_1\delta_1 - \varphi_1^2)S_1^2 + \psi_1^2C_1^2 + (\varphi_1\varphi_2 - \theta_2\delta_1)S_1S_2 - \psi_1\psi_2C_1C_2\right] +$$
$$+ p_1\left[(\theta_2\delta_2 - \varphi_2^2)S_2^2 + \psi_2^2C_2^2 + + (\varphi_1\varphi_2 - \theta_1\delta_2)S_1S_2 - \psi_2\psi_1C_1C_2\right] +$$
$$+ \psi_1C_1 - \psi_2C_2,$$

$$m_{11} = p_2[\psi_1\varphi_2C_1S_2 - \varphi_1\psi_2S_1C_2] + p_1[\psi_2\varphi_1C_2S_1] - \varphi_1S_1 + \varphi_2S_2,$$

$$m_{12} = p_2[\theta_1\psi_2S_1C_2 - \theta_2\psi_1S_2C_1] + p_1[\theta_2\psi_1S_2C_1 - \theta_1\psi_2C_2S_1] + \theta_1S_1 - \theta_2S_2,$$

$$m_{21} = p_2[-\delta_1\psi_2S_1\mathrm{ch}(\xi_2) + \delta_2\psi_1S_2C_1] + p_1[-\delta_2\psi_1S_2C_1 + \delta_1\psi_2C_2S_1] - \delta_1S_1 +$$
$$+ \delta_2S_2,$$

$$m_{22} = p_2[\varphi_1\psi_2S_1C_2 - \psi_1\varphi_2S_2C_1] + p_1[\varphi_2\psi_1S_2C_1 - \psi_2\varphi_1C_2S_1] + \psi_1S_1 - \varphi_2S_2,$$

$$g^* = \frac{1}{p_1p_2}\left[(-\psi_1C_1 + \psi_2C_2)^2 - (\varphi_1S_1 - \varphi_2C_2)^2 + (\theta_1S_1 - \theta_2S_2)(\delta_1S_1 - \delta_2C_2)\right]^{1}.$$

Если $m_{ij} = m_{ij}(p_1,p_2)$, $k_{ij} = k_{ij}(p_1,p_2)$, тогда $r_{ij}(p_1,p_2) = m_{ij}(-p_2,-p_1)$ и $u_{ij}(p_1,p_2) = k_{ij}(-p_2,-p_1)$.

Литература

1. *Вытовтов К. А.* Коэффициенты прохождения и отражения плоско- параллельной пластины из фарадеева кирального материала // Радио- техника и электроника, 2004. Т. 49. № 5. С. 559 – 566.
2. *Неганов В. А., Осипов О. В.* Приближённые граничные условия для тон-кого кирального слоя, расположенного на идеально проводящей плос- кости // Радиотехника и электроника, 2005. Т 50. № 3. С. 292 – 296.
3. *Третьяков С. А.* Приближенные граничные условия для тонкого биизотропного слоя // Радиотехника и электроника, 1994. Т. 39. № 2. С. 184 – 192.