вать ее зависимость от параметров модели при использовании теста на практике.

3. ВЫВОДЫ ПО ПРАКТИЧЕСКОМУ ПРИМЕНЕНИЮ ТЕСТА

Модель (4) будет использоваться на практике для анализа экономической политики только в случае, если она имеет хорошую объясняющую способность. Так, если $R^2 \geq 0.75$, то $|\rho^{xy}| = \sqrt{R^2} \geq 0.86$ и, согласно рисунку, тест Энгла–Хендри будет обладать хорошими статистическими свойствами при $b \geq 0.5$. Однако с уменьшением b статистическая значимость оценки $\hat{b}$ также уменьшится. Как следует из (3), в случае принятия гипотезы $\hat{b} = 0$ единственным регрессором в частной модели для x_t останется константа, т.е. оценка математического ожидания будет иметь вид $\hat{\mu}_t^x = const$. В таком случае включение $\hat{\mu}_t^x$ или $(\hat{\mu}_t^x)^2$ в (4), необходимое для проведения теста, не представляется возможным. Таким образом, хотя при условии $0<b<0.5$ мощность теста будет ниже 90 %, но на практике он применяться будет редко в связи со статистической незначимостью $\hat{b}$. Итак, можно рекомендовать применение теста Энгла–Хендри на практике для адекватной модели (3)–(4) независимо от значений ее параметров.

Литература

8. *Engle R. F., Hendry D. F.,* Exogeneity *J. R.* // Econometrica. 1983. № 2. P. 277–304.
9. *Миксюк А. Ю.* Тестирование суперэкзогенности в модели срочных рублевых депозитов населения Республики Беларусь // Сборник работ 62-й научной конференции студентов и аспирантов Белгосуниверситета. Ч. I. Минск: БГУ, 2005.
10. *Engle R. F., Hendry D. F.* Testing Super Exogeneity and Invariance in Regression Models // Journal of Econometrics. 1993. March. P. 119–139.

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВТОРОГО ПОРЯДКА. СИЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

О. В. Панфиленко

В данной работе проводится исследование устойчивости равновесия экономической модели, в которой учитываются только силы взаимодействия спроса и предложения.

Пусть $p(t)$ – агрегированная цена в момент времени t; $q(t)$ – агрегированное количество единиц товара, продаваемого в момент времени t; p_0 – агрегированная равновесная цена; q_0 – агрегированное равновесное количество единицы товара; p^*, p^{**} – соответственно нижнее и верхнее пороговое значение агрегированной цены товара; $p' = p_0 - p^*$ – агрегированная цена излишка продавца; $p'' = p^{**} - p_0$ – агрегированная цена потребительского излишка. $D > 0$, $V > 0$ – коэффициенты, характеризующие интенсивность действий покупателей и продавцов соответственно.

Предполагается, что объем продаж q - функция цены p, и она подчиняется закону спроса и предложения. Пусть мера движения – величина $pq\dot{p}$, где $\dot{p}$ – производная по времени от функции $p(t)$. Выбранную меру $pq\dot{p}$ будем называть *количеством движения товара*. При построении модели использованы определенные допущения [1, с. 123].

Исследуется экономическая модель

$$\frac{d}{dt}\left(pq(p)\dot{p}\right) = F_d + F_v,$$

где

$$F_d = d(p)\dot{p},$$

$$F_v = -v(p)\dot{p}.$$

F_d – сила покупателей, $d(p)$ – коэффициент пропорциональности, который показывает степень реакции покупателей к предстоящей торговой сделке с продавцами, следующего вида

$$d(p) = p_0 q_0 \frac{Dp''\left(p - p^*\right)}{p'\left(p^{**} - p\right)}.$$

F_v – экономическая сила, которую формируют продавцы, коэффициент $v(p)$ характеризует уровень реакции продавцов при осуществлении акта купли – продажи

$$v(p) = p_0 q_0 \frac{Vp'\left(p^{**} - p\right)}{p''\left(p - p^*\right)}.$$

Таким образом, экономическая модель имеет вид

$$\frac{d}{dt}\left(pq(p)\dot{p}\right) = p_0 q_0 \left(\frac{Dp''\left(p - p^*\right)}{p'\left(p^{**} - p\right)} - \frac{Vp'\left(p^{**} - p\right)}{p''\left(p - p^*\right)}\right)\dot{p}. \qquad (1)$$

Исследуется задача устойчивости экономического равновесия системы (1), решение которой состоит в изучении критического случая, когда характеристическое уравнение системы первого приближения имеет один нулевой корень при остальных корнях с отрицательными вещественными частями [2, с. 90].

Для смещения равновесия системы (1) в начало координат сделаем замену переменных

$$\begin{cases} x = p - p_0 \\ \dot{x} = y. \end{cases},$$

в результате которой, система (1) примет вид

$$\dot{y} = \left(p_0 q_0 \left(\frac{Dp''(x+p')}{p'(p''-x)} - \frac{Vp'(p''-x)}{p''(x+p')} \right) y \right) \Big/ (x+p_0) q(x+p_0) - . \tag{2}$$

$$-\left(q(x+p_0) + (x+p_0)\dot{q}(x+p_0)\right) y^2 \Big/ (x+p_0) q(x+p_0).$$

Далее правую часть (2) разложим в ряд Тейлора в окрестности точки $x = 0$ до слагаемого третьей степени малости.

В результате система будет иметь вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \alpha x + \beta y + \varphi(x, y) \end{cases}, \tag{3}$$

где

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = D - V \end{cases},$$

$\varphi(x, y)$ – аналитическая функция переменных x, y, разложение которой начинается членами не ниже второго порядка.

Характеристическое уравнение системы первого приближения, полученной из (3)

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \alpha x + \beta y \end{cases}$$

имеет два корня: $\lambda = 0$, $\lambda = \beta$. Т.к. присутствует один нулевой корень, то согласно алгоритму, второй корень должен иметь строго отрицательную действительную часть, т. е. коэффициент V, отражающий интенсивность действий продавцов на рынке, должен быть строго больше коэффициента, показывающего интенсивность действий покупателей D.

Далее метод предполагает замены переменных в (3) [2, с. 101]

$$\begin{cases} x = y_1 \\ y = y_2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = -\beta y_1 + y_2 \\ x_1 = y_1 \end{cases},$$

после которых (3) преобразуется в систему

$$\begin{cases} \dot{x} = X(x, x_1) \\ \dot{x}_1 = x + \beta x_1 \end{cases}, (4)$$

где X – аналитическая функция переменных x, x_1, разложение которой начинается членами не ниже второго порядка.

После замены

$$\begin{cases} x = x \\ x_1 = \xi_1 - \dfrac{x}{\beta} \end{cases}$$

получаем систему

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \overline{X}(x, \xi_1) \\ \dfrac{d\xi_1}{dt} = \beta\xi_1 + \overline{X}_1(x, \xi_1) \end{cases}. \tag{5}$$

Для исследования устойчивости необходимо найти младший член в разложении $\overline{X}(x,0)$ по степеням x. Проследив все замены, приходим к следующему равенству

$$\overline{X}^{(0)}(x,0) = \overline{X}_1(x,0) = 0. \tag{6}$$

Т. о., исследование задачи устойчивости экономического равновесия данной модели сводиться к рассмотрению особенного случая [2, с. 108].

Согласно (6) решением системы (5) будет $x = c, \xi_1 = 0$. Соответственно решением системы (4) будет

$$x = c, x_1 = -\frac{c}{\beta}. \tag{7}$$

Значит уравнение точек покоя $x = -\beta x_1$.

Тривиальное решение $x = 0, x_1 = 0$ содержится в семействе (7) и соответствует невозмущенному установившемуся движению системы (4).

Теорема. В особенном случае невозмущенное движение устойчиво, но неасимптотически. Этим же свойством обладают все движения семейства (7) достаточно близкие к невозмущенному движению[2, с. 112].

Согласно результатам, полученным в ходе работы, можно сделать следующий вывод.

Теорема. При действии на рынке только сил спроса и предложения, для неасимптотической устойчивости экономического равновесия достаточно, чтобы коэффициент, отражающий интенсивность действий продавцов на рынке, был строго больше коэффициента, показывающего интенсивность действий покупателей.

Рассмотренная модель является неполной, поскольку не учтены многочисленные силы, действующие на рынке, например, силы государства или силы притяжения и отталкивания, порожденные законом спроса и предложения. Такие исследования могли бы более полно отразить динамику происходящих процессов. Однако целью проведенных исследований было выяснение влияния отдельно взятой экономической силы.

Литература

11. *Калитин Б. С.* Математические модели экономики: Учебное пособие / Мн.: БГУ. 2004. 182.
12. *Малкин И. Г.* Теория устойчивости движения / М.: Наука. 1966. 532.

О СТАТИСТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ ЦЕПЕЙ МАРКОВА С ЧАСТИЧНЫМИ СВЯЗЯМИ

А. И. Петлицкий

ВВЕДЕНИЕ

При математическом моделировании часто возникает необходимость построения адекватных вероятностно-статистических моделей дискретных временных рядов $x_t \in A$, $t \in \mathrm{N}$ (где пространство состояний $A = \{0,1,\ldots,N-1\}$ – конечное множество мощности $N \geq 2$) с «длинной памятью» («long-memory» time series) [1–6]. Известной моделью таких дискретных временных рядов является цепь Маркова достаточно высокого порядка $s \in \mathrm{N}$, определяющего «длину памяти»; если $s = 1$, то цепь Маркова называется простой, если $s>1$ – сложной [7]. Однако для такой модели число параметров D растет экспоненциально при увеличении порядка s: $D = N^s(N-1)$, и для статистического оценивания параметров требуется иметь реализацию $x_1,\ldots,x_n$ не всегда доступной на практике длительности $n > D$. В связи с этим актуальна проблема построения «малопараметрических» моделей цепей Маркова высокого порядка. В [8] предложено использовать модель смесей простых цепей Маркова, для которой в [9] исследовано предельное распределение. Также используются цепи Маркова с переменным порядком [10]. Оценивание параметров данной модели представлено в [11]. В данной работе исследуется новая общая «малопараметрическая» модель цепи Маркова s-го порядка с r-частичными связями ЦМ(s, r), предложенная в [12].