$$D\{S\} = E\{S^2\} - \left(E\{S\}\right)^2 = \frac{(1+b_1)^{2n_1+1} - (1+a_1)^{2n_1+1}}{(2n_1+1)(b_1-a_1)} \sum_{j=1}^{r} q_j P_j^{\,2} - \left(E\{S\}\right)^2 \quad \mathbf{1.4.}$$

ДРУГИЕ МОДЕЛИ

Были также рассмотрены следующие случаи:

- ставки процентов $i_1, i_2, ..., i_k$ связаны цепной Марковской зависимостью;
- ставка процента i является непрерывной случайной величиной, распределенной равномерно на интервале $[i_1, i_2]$; длительность интервала действия ставки n также является непрерывной случайной величиной, распределенной равномерно на интервале $[n_1, n_2]$.

В этих случаях вычисление основных характеристик наращенной суммы по расчетным формулам затруднительно, а во втором случае невозможно из-за представления плотности распределения через логарифм интегральный. С учетом этого следует использовать методы статистического моделирования и оценивания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным результатом работы являются полученные расчетные формулы, которые позволяют в финансовой практике вычислять основные характеристики наращенной суммы по переменной сложной процентной ставке. Знание данных характеристик позволяет судить о доходности и риске финансовой операции. Проведенный анализ является лишь основой для прогнозирования процентных ставок, на поведение которых влияют различные экономические факторы.

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕСТА ЭНГЛА-ХЕНДРИ

А. Ю. Миксюк

ВВЕДЕНИЕ

Часто при построении эконометрических моделей множество всех используемых экономических переменных разделяют на эндогенные (внутренние) и экзогенные (внешние). При этом осуществляется моделирование эндогенных переменных, в то время как экзогенные переменные считаются заданными вне модели. Однако отказ от моделирования экзогенных переменных может привести к потере информации или даже к неправильным выводам [1]. Исходя из вышесказанного, возникает необходимость определения понятия «экзогенной» переменной, которое должно основываться на полезности информации, которую несёт моделирование этой переменной. В [1] были предложены три определения понятия «экзогенность» в зависимости от целей эконометрического моделирования. В частности, для анализа экономической политики было введено понятие «суперэкзогенность» [2].

В связи с введением определения экзогенности возникает необходимость её тестирования на практике. Энглом и Хендри был предложен один из подходов к тестированию суперэкзогенности [3]. В этой связи актуальной выглядит задача исследования размера и мощности теста Энгла-Хендри.

1. ОЦЕНИВАНИЕ РАЗМЕРА ТЕСТА

Рассмотрим два временных ряда $\{x_t\}$ и $\{y_t\}$ (t=1,2,…,T). Будем полагать, что они имеют совместное нормальное распределение:

$$L\left\{\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} | F_t\right\} = N\left[\begin{pmatrix} \mu_t^x \\ \mu_t^y \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma^{xx} & \sigma^{xy} \\ \sigma^{xy} & \sigma^{yy} \end{pmatrix}\right], \tag{1}$$

где F_t – информационное множество, в которое могут входить начальные и прошлые значения x_t и y_t, а также другие переменные; $(\mu_t^x, \mu_t^y)'$ – вектор математического ожидания; σ^{xx}, σ^{yy}, σ^{xy} – дисперсии x_t, y_t и их ковариация соответственно.

Предположим также, что, исходя из рациональных ожиданий x_t, экономические агенты воздействуют на переменную y_t таким образом, что выполняется соотношение:

$$\mu_t^y = \beta\mu_t^x + \gamma\,. \tag{2}$$

Наконец, предположим, что временной ряд x_t порождается стационарным в широком смысле авторегрессионным процессом первого порядка:

$$x_t = a + bx_{t-1} + \varepsilon_t\,, \tag{3}$$

где $|b|<1$; $\{\varepsilon_t\}$ – независимые одинаково распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^{xx}.

Рассматриваемую тестовую модель (1)-(3) можно представить как

$$y_t = \delta x_t + \gamma + k\delta\mu_t^x + \eta_t\,, \tag{4}$$

где $\delta=\sigma^{xy}/\sigma^{xx}$; $\{\eta_t\}$ – независимые одинаково распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсией ω, $Corr(x_t,\eta_t)=0$; фактор x_t описывается авторегрессионной моделью (3).

Для модели (4) гипотеза суперэкзогенности x_t (гипотеза H_0) имеет вид:

$$\begin{array}{l} \mathrm{H}_0 : k = 0, \\ \mathrm{H}_1 : k \neq 0. \end{array} \tag{5}$$

Таким образом, в модели (4) коэффициент k характеризует сложность задачи тестирования суперэкзогенности, т.е. степень различимости основной гипотезы H_0 и альтернативной гипотезы H_1.

Под размером теста в теории статистической проверки гипотез понимается вероятность отклонения основной гипотезы H_0, в то время как она является верной, т.е. размер теста суперэкзогенности – это вероятность ошибочного отклонения гипотезы о суперэкзогенности при её наличии. В данной работе размер теста Энгла-Хендри для модели (3)-(4) оценивался с помощью метода статистического моделирования. Для этого моделировались временные ряды $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ при выполнении условия суперэкзогенности. При моделировании задавались различные значения коэффициента корреляции между x_t и y_t (ρ^{xy}), значения дисперсий σ^{xx}, σ^{yy}, значения коэффициента b. Также использовались значения параметров $a = 1$, $\gamma = 2$, $k = 0$. Значения δ и ω рассчитывались на основе задаваемых параметров. Для каждого варианта значений параметров модели (3)–(4) было проведено 100000 экспериментов. В каждом эксперименте были смоделированы временные ряды $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ длины 100, к которым применялся тест Энгла-Хендри с заданным уровнем значимости для t- и F-статистик 0,05. Размер теста оценивался как относительная частота отклонения гипотезы H_0.

Исходя из полученных оценок, был сделан вывод, что размер теста не зависит от корреляции ρ^{xy} и от дисперсии σ^{yy}. Зависимость размера теста от остальных параметров приведена в таблице.

Как видно из таблицы, размер теста Энгла–Хендри является слабо чувствительным к изменениям параметров модели. Так, для модели (3)–(4) при уровне значимости для t- и F-статистик 5 % оценки размера теста находится на отрезке [7,8 %; 9,6 %] для достаточно большого диапазона значений параметров модели.

2. ОЦЕНИВАНИЕ МОЩНОСТИ ТЕСТА

Под мощностью теста в теории статистической проверки гипотез понимается вероятность отклонения основной гипотезы H_0 при условии, что она является ложной, т.е. мощность теста суперэкзогенности – это вероятность отклонения гипотезы о суперэкзогенности при её отсутствии. Для нахождения оценок мощности теста Энгла-Хендри для модели (3)-(4) с помощью метода статистического моделирования задавались различные значения коэффициента корреляции ρ^{xy}, значения дисперсий σ^{xx}, σ^{yy} , значения коэффициентов b и k. Также использовались значения параметров $a = 1$, $\gamma = 2$. Значения δ и ω рассчитывались на основе задаваемых параметров. Для каждого варианта значений параметров модели (3)-(4) было проведено 25000 экспериментов. В каждом эксперименте были смоделированы временные ряды $\{x_t\}$, $\{y_t\}$ длины 100, к которым применялся тест Энгла-Хендри с заданным уровнем значимости для t- и F-статистик 0,05. Мощность теста оценивалась как относительная частота отклонения гипотезы H_0.

Проведенные эксперименты показали, что мощность теста Энгла–Хендри не зависит от параметра σ^{yy} и незначительно зависит от парамет ра σ^{xx}. Зависимость мощности теста от оставшихся параметров k, b, ρ^{xy} приведена на рисунке.

Таблица

Оценки размера теста

№	σ^{xx}	b	Оценка размера теста, %
2	25	0,2	8,8
3	1	0,5	8,1
4	25	0,5	9,5
5	1	0,8	8,2
6	25	0,8	9,6

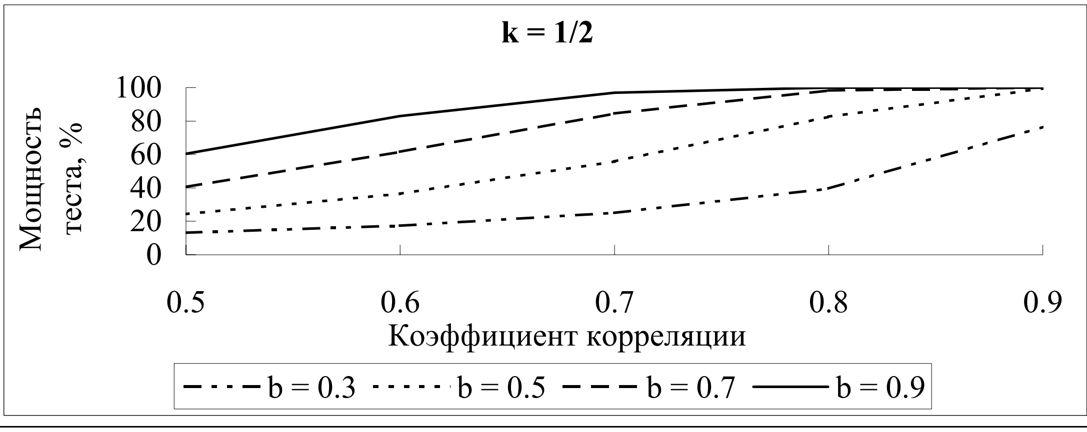

Рис. Зависимость мощности теста от параметров k, b, ρ^{xy}

Таким образом, мощность теста Энгла-Хендри является слабо чувствительной к изменению дисперсий переменных. Однако она в значительной степени зависит от остальных параметров модели. Принимая во внимание важность мощности теста суперэкзогенности, следует учитывать ее зависимость от параметров модели при использовании теста на практике.

3. ВЫВОДЫ ПО ПРАКТИЧЕСКОМУ ПРИМЕНЕНИЮ ТЕСТА

Модель (4) будет использоваться на практике для анализа экономической политики только в случае, если она имеет хорошую объясняющую способность. Так, если $R^2 \geq 0.75$, то $|\rho^{xy}| = \sqrt{R^2} \geq 0.86$ и, согласно рисунку, тест Энгла–Хендри будет обладать хорошими статистическими свойствами при $b \geq 0.5$. Однако с уменьшением b статистическая значимость оценки $\hat{b}$ также уменьшится. Как следует из (3), в случае принятия гипотезы $\hat{b} = 0$ единственным регрессором в частной модели для x_t останется константа, т.е. оценка математического ожидания будет иметь вид $\hat{\mu}_t^x = const$. В таком случае включение $\hat{\mu}_t^x$ или $(\hat{\mu}_t^x)^2$ в (4), необходимое для проведения теста, не представляется возможным. Таким образом, хотя при условии $0<b<0.5$ мощность теста будет ниже 90 %, но на практике он применяться будет редко в связи со статистической незначимостью $\hat{b}$. Итак, можно рекомендовать применение теста Энгла–Хендри на практике для адекватной модели (3)–(4) независимо от значений ее параметров.

Литература

8. *Engle R. F., Hendry D. F.,* Exogeneity *J. R.* // Econometrica. 1983. № 2. P. 277–304.
9. *Миксюк А. Ю.* Тестирование суперэкзогенности в модели срочных рублевых депозитов населения Республики Беларусь // Сборник работ 62-й научной конференции студентов и аспирантов Белгосуниверситета. Ч. I. Минск: БГУ, 2005.
10. *Engle R. F., Hendry D. F.* Testing Super Exogeneity and Invariance in Regression Models // Journal of Econometrics. 1993. March. P. 119–139.

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВТОРОГО ПОРЯДКА. СИЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

О. В. Панфиленко

В данной работе проводится исследование устойчивости равновесия экономической модели, в которой учитываются только силы взаимодействия спроса и предложения.

Пусть $p(t)$ – агрегированная цена в момент времени t; $q(t)$ – агрегированное количество единиц товара, продаваемого в момент времени t; p_0 – агрегированная равновесная цена; q_0 – агрегированное равновесное количество единицы товара; p^*, p^{**} – соответственно нижнее и верхнее