

**Теорема.** Пусть  $\{e^z, e^{2z}, e^{3z}\}$  – набор из трех экспонент. Тогда для любого числа  $z$  при  $n = m_1 = m_2 = m_3$  и  $n \rightarrow \infty$

$$e^z - \pi_{3n,3n}^1(z, e^z) = \frac{(-1)^n z^{4n+1}}{(4n)!} \sqrt{\frac{\pi}{5n}} e^{\left(1+\frac{\sqrt{5}}{2}\right)z} (1 + O(1/n)),$$

$$e^{2z} - \pi_{3n,3n}^2(z, e^{2z}) = \frac{z^{4n+1}}{(4n)!} \sqrt{\frac{\pi}{5n}} e^{2z} \left( (-1)^n e^{\frac{\sqrt{5}}{2}z} + \sqrt{\frac{9}{8}} \left(\frac{3}{4}\right)^{2n} \right) (1 + O(1/n)),$$

$$e^{3z} - \pi_{3n,3n}^3(z, e^{3z}) = \frac{z^{4n+1}}{(4n)!} \sqrt{\frac{\pi}{5n}} e^{3z} \left( (-1)^n e^{\frac{\sqrt{5}}{2}z} + (-1)^n e^{-\frac{\sqrt{5}}{2}z} + \sqrt{\frac{9}{8}} \left(\frac{3}{4}\right)^{2n} \right) (1 + O(1/n)).$$

### Литература

1. Никишин, Е.М. Рациональные аппроксимации и ортогональность / Е.М. Никишин, В.Н. Сорокин. - М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. - 256с.

© ГГУ им. Ф.Скорины

## О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ С ЗАДАННЫМИ СИСТЕМАМИ М-ДОБАВЛЯЕМЫХ ПОДГРУПП

**В.А. ВАСИЛЬЕВ, А.Н. СКИБА**

A subgroup  $H$  of a group  $G$  is called modular in  $G$  if  $H$  is a modular element (in sense of Kurosh) of the lattice  $L(G)$  of all subgroups of  $G$ . The subgroup of  $H$  generated by all modular subgroups of  $G$  contained in  $H$  is called the modular core of  $H$  and denoted by  $H_m G$ . A subgroup  $H$  of a group  $G$  is called  $m$ -supplemented in  $G$  if there exists a subgroup  $K$  of  $G$  such that  $G=HK$  and  $H \cap K \leq H_m G$ . Based on this concept groups with  $m$ -supplemented cyclic subgroups of normal subgroup were studied

Ключевые слова: конечная группа, нормальная подгруппа, модулярное ядро,  $m$ -добавляемая подгруппа, циклическая подгруппа

Все рассматриваемые в данной работе группы конечны.

Напомним, что подгруппа  $M$  группы  $G$  называется модулярной подгруппой в  $G$ , если выполняются следующие условия:

- (1)  $\langle X, M \cap Z \rangle = \langle X, M \rangle \cap Z$  для всех  $X \leq G, Z \leq G$  таких, что  $X \leq Z$ , и
- (2)  $\langle M, Y \cap Z \rangle = \langle M, Y \rangle \cap Z$  для всех  $Y \leq G, Z \leq G$  таких, что  $M \leq Z$ .

Отметим, что модулярная подгруппа является модулярным элементом (в смысле Куроша, [1]) решетки всех подгрупп группы. Понятие модулярной подгруппы впервые анализировалось в работе Р. Шмидта [2] и оказалось полезным в вопросах классификации составных групп. В частности, в монографии Р. Шмидта [1] модулярные подгруппы были использованы для получения новых характеристик различных классов групп. Подгруппа, порожденная двумя модулярными подгруппами, сама является модулярной (см. раздел 5.1 [1]). Таким образом, каждая подгруппа  $H$  группы  $G$  обладает наибольшей содержащейся в ней модулярной подгруппой  $H_m G$  группы  $G$ . Мы называем подгруппу  $H_m G$  модулярным ядром подгруппы  $H$ . Базируясь на понятии модулярного ядра, в работе [3] нами было введено следующее обобщение понятия модулярной подгруппы.

**Определение 3.** Подгруппу  $H$  группы  $G$  назовем  $m$ -добавляемой в  $G$ , если в  $G$  существует такая подгруппа  $K$ , что  $G=HK$  и  $H \cap K \leq H_m G$ .

**Теорема 1 [4].** Пусть  $E$  – нормальная подгруппа группы  $G$ ,  $p$  – простой делитель порядка подгруппы  $E$  и  $(p-1, |E|)=1$ . Если каждая циклическая подгруппа из  $E$  порядка  $p$  или порядка 4 является  $m$ -добавляемой в  $G$ , то каждый главный фактор группы  $G$  между  $E$  и  $O_p(E)$  является циклическим.

**Теорема 2 [4].** Пусть  $E$  – нормальная подгруппа группы  $G$ . Если каждая циклическая подгруппа из  $E$  нечетного простого порядка является  $m$ -добавляемой в  $G$ , то каждый главный фактор группы  $G$  между  $E$  и  $O_2(E)$  является циклическим.

**Теорема 3 [4].** Пусть  $E$  – нормальная подгруппа группы  $G$ . Если каждая циклическая подгруппа из  $E$  простого порядка или порядка 4 является  $m$ -добавляемой в  $G$ , то каждый главный фактор группы  $G$  ниже  $E$  является циклическим.

### Литература

1. Schmidt, R. Subgroup Lattices of Groups / R. Schmidt; Berlin etc: Walter de Gruyter, 1994. – 572 p.
2. Schmidt, R. Modulare Untergruppen endlicher Gruppen / R. Schmidt // J. Ill. Math. – 1969. – Vol. 13. – P. 358–377.
3. Васильев, В.А. Конечные группы с  $m$ -добавляемыми максимальными подгруппами силовских подгрупп / В.А. Васильев // Известия ГГУ им. Ф.Скорины. – 2011. – №4 (67). – С. 29–37.
4. Васильев, В.А. Об одном обобщении модулярных подгрупп / В.А. Васильев, А.Н. Скиба // Украинский математический журнал. – 2011. – Т. 63, №10. – С. 1314–1325.