

УДК 539.12

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ФОРМФАКТОР ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

В. В. АНДРЕЕВ<sup>1)</sup>, В. Ю. ГАВРИШ<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Гомельский государственный университет им. Франциска Скорины,  
ул. Советская, 104, 246019, г. Гомель, Беларусь

<sup>2)</sup>Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого,  
пр. Октября, 48, 246746, г. Гомель, Беларусь

Исследовано поведение электромагнитных формфакторов переходов вида  $V \rightarrow P\ell^+\ell^-$  для векторных мезонов  $V$  и псевдоскалярных мезонов  $P$  в рамках релятивистской кварковой модели, основанной на точечной форме пуанкаре-инвариантной квантовой механики. На основе самосогласованного описания констант лептонных и радиационных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов определено поведение формфакторов в зависимости от переданного импульса для процессов  $\omega \rightarrow \pi^0\ell^+\ell^-$  и  $\phi \rightarrow \eta\ell^+\ell^-$ . Найденные в рамках предложенной модели данные сопоставляются с современными экспериментальными. Показано, что поведение формфакторов хорошо согласуется с экспериментом. Сравнительный анализ результатов, полученных в разных формах пуанкаре-инвариантной квантовой механики, позволит исследовать роль различных приближений, часто используемых в расчетах и на практике, а также проверить унитарную эквивалентность форм динамик.

**Ключевые слова:** кварк; адрон; радиационный распад; группа Пуанкаре; точечная форма динамики.

## ELECTROMAGNETIC FORM-FACTOR OF VECTOR MESONS IN THE RELATIVISTIC QUARK MODEL

V. V. ANDREEV<sup>a</sup>, V. Yu. HAURYSH<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Francisk Skaryna Gomel State University, 104 Saveckaja Street, Gomel 246019, Belarus

<sup>b</sup>Sukhoi State Technical University of Gomel, 48 Kastrыčnika Avenue, Gomel 246746, Belarus

Corresponding author: V. Yu. Haurysh (mez0n@inbox.ru)

In paper studied the behavior of electromagnetic form-factors of the  $V \rightarrow P\ell^+\ell^-$  transitions for vector  $V$  and pseudoscalar  $P$  mesons within the framework of the relativistic quark model, based on the point form of Poincaré-invariant quantum mechanics. Based on the self-consistent description of the lepton and radiative decay constants of pseudoscalar and vector mesons, the behavior of the form-factors, depending on the transmitted momentum, for the  $\omega \rightarrow \pi^0\ell^+\ell^-$  and  $\phi \rightarrow \eta\ell^+\ell^-$  processes is obtained. The numerical results within the framework of the proposed model are compared with modern experimental data. Shown, that the behavior of form-factors is in good agreement with experiment. A comparative analysis of the results obtained in different forms of Poincaré-invariant quantum mechanics will allow to research the role of various approximations often used in calculations and in practice, and also check the unitary equivalence of the different forms of dynamics.

**Key words:** quark; hadron; radiative decay; Poincaré group; point-form of dynamics.

### Образец цитирования:

Андреев ВВ, Гавриш ВЮ. Электромагнитный формфактор векторных мезонов в релятивистской кварковой модели. Журнал Белорусского государственного университета. Физика. 2019;1:63–71.

### For citation:

Andreev VV, Haurysh VYu. Electromagnetic form-factor of vector mesons in the relativistic quark model. *Journal of the Belarusian State University. Physics.* 2019;1:63–71. Russian.

### Авторы:

**Виктор Васильевич Андреев** – доктор физико-математических наук; профессор кафедры теоретической физики факультета физики и информационных технологий.

**Вадим Юрьевич Гавриш** – старший преподаватель кафедры механики машиностроительного факультета.

### Authors:

**Viktor V. Andreev**, doctor of science (physics and mathematics); professor at the department of theoretical physics, faculty of physics and information technologies.

*vik.andreev@gsu.by*

**Vadzim Yu. Haurysh**, senior lecturer at the department of mechanics, faculty of mechanical engineering.

*mez0n@inbox.ru*

## Введение

С появлением современных экспериментальных данных по распадам псевдоскалярных ( $P$ ) и векторных ( $V$ ) мезонов [1–4] возродился интерес к изучению радиационных переходов легких адронов. Такие распады, как  $V \rightarrow P\gamma$  и  $V \rightarrow P\ell^+\ell^-$ , наиболее удобны для апробации различных подходов и моделей: очевидно, что указанные распады имеют простейший механизм взаимодействия конститuentных кварков, и, как следствие, являются более удобным полигоном для исследования кваркового взаимодействия, чем адронные переходы псевдоскалярных и векторных мезонов. Из вышесказанного следует, что такие процессы дают возможность не только получить численную оценку различных формфакторов адронов, но и оценить углы смешивания, а также выполнить расчеты по структуре кварков, входящих в мезон. Данная проблема особенно актуальна для мезонов легкого сектора, поскольку такие системы являются чисто релятивистскими, позволяя оценить магнитные моменты кварков с высокой точностью.

Среди разнообразия подходов для описания релятивистских кварковых систем особое место занимают модели, основанные на алгебре Пуанкаре, которые называются пуанкаре-инвариантными или релятивистскими моделями прямого взаимодействия частиц. Несмотря на то что данная теория разрабатывалась как модель взаимодействия любых частиц, она также может быть применена для задач квантовой хромодинамики.

Из трех форм пуанкаре-инвариантной квантовой механики (ПиКМ) для решения задач по расчету наблюдаемых радиационных переходов наиболее используемой, в силу особенностей коммутационных соотношений генераторов с взаимодействием и без него, является динамика на световом фронте [5]. В работах, посвященных указанным распадам, тем не менее кварк полагается бесструктурной частицей, в отличие от мгновенной формы динамики [6], так как было показано, что для совпадения расчетов с экспериментальными данными необходимо учитывать аномальный магнитный момент кварка. Данная идея не нова, поскольку в исследованиях по анализу барионных наблюдаемых величин для описания экспериментальных данных используются аномальные магнитные моменты конститuentных кварков.

В многочисленных работах, касающихся различных форм пуанкаре-инвариантной механики, точечная форма динамики менее используется для вычисления экспериментальных характеристик мезонов. Несмотря на развитый математический аппарат по расчету электромагнитных формфакторов в рамках указанной формы динамики, при численном определении характеристик мезонов легкого сектора возникали расхождимости с экспериментальными данными, что привело к появлению различных модификаций точечной формы ПиКМ [7; 8]. Из вышесказанного следует, что развитие этой формы динамики с последующим применением для расчетов наблюдаемых величин является актуальной задачей физики связанных состояний.

В данной работе демонстрируется разработанная методика вычисления наблюдаемых величин в точечной форме ПиКМ с последующим нахождением формфакторов легких нейтральных мезонов в реакциях вида  $V \rightarrow P\ell^+\ell^-$ . В разделе 1 кратко излагается схема получения интегрального представления константы радиационных переходов в рамках ПиКМ, в разделе 2 приводятся полученные ранее параметры модели, в разделе 3 обсуждаются схемы смешивания для мезонов псевдоскалярного и векторного секторов. Как результат, в разделе 4 изучается поведение электромагнитных формфакторов переходов  $\omega \rightarrow \pi^0\ell^+\ell^-$  и  $\phi \rightarrow \eta\ell^+\ell^-$  с использованием самосогласованного описания распадов в релятивистской кварковой модели, основанной на точечной форме ПиКМ.

### 1. Методика расчета наблюдаемых величин в точечной форме ПиКМ

Параметризация матричного элемента перехода векторного (псевдоскалярного) мезона  $V(P)$  в псевдоскалярный (векторный) мезон  $P(V)$  с 4-импульсами  $Q = \{Q_0, \vec{Q}\} (Q^2 = M^2)$  и  $Q' = \{Q'_0, \vec{Q}'\} (Q'^2 = M'^2)$  с испусканием виртуального  $\gamma^*$  определяется выражением [7]

$$\langle Q', M' | J_h^\mu(0) | Q, M \rangle = i\sqrt{4\pi\alpha} g_{VP\gamma} (q^2) \frac{\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_\nu(\lambda_V) Q_\rho Q_\sigma}{(2\pi)^3 \sqrt{4Q_0 Q'_0}}, \quad (1)$$

где  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$  – постоянная тонкой структуры;  $q = Q - Q'$ ;  $\varepsilon_\nu(\lambda_V)$  – вектор поляризации мезона  $V$  с проекцией спина  $\lambda_V$ .

Ширина распада  $V \rightarrow P\gamma$  определяется соотношением

$$\Gamma(V \rightarrow P\gamma) = \alpha \frac{g_{VP\gamma}^2}{3} \left( \frac{M_V^2 - M_P^2}{2M_V} \right)^3, \quad (2)$$

а распада  $P \rightarrow V\gamma$  – выражением

$$\Gamma(P \rightarrow V\gamma) = \alpha g_{VP\gamma}^2 \left( \frac{M_P^2 - M_V^2}{2M_P} \right)^3, \quad (3)$$

где  $g_{VP\gamma} = g_{VP\gamma}(q^2 = 0)$ . Уравнения (2) и (3) позволяют экспериментально определить константы радиационных распадов (с точностью до знака).

Схема вычисления константы распада в ПиКМ следующая: в случае системы двух частиц с массами  $m_q, m_{\bar{Q}}$  и, соответственно, 4-импульсами  $p_1 = (\omega_{m_q}(\vec{p}_1), \vec{p}_1), p_2 = (\omega_{m_{\bar{Q}}}(\vec{p}_2), \vec{p}_2)$  базис прямого произведения двух невзаимодействующих частиц

$$|\vec{p}_1, \lambda_1\rangle \otimes |\vec{p}_2, \lambda_2\rangle = |\vec{p}_1, \lambda_1, \vec{p}_2, \lambda_2\rangle \quad (4)$$

является приводимым представлением группы Пуанкаре. Для неприводимого представления, характеризующего всю систему, введем полный импульс

$$\vec{P}_{12} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

и относительный импульс  $k$  двух частиц [9].

В предположении, что векторы свободных частиц и связанной  $q\bar{Q}$ -системы подчиняются алгебре группы Пуанкаре, вектор состояния мезона массой  $M$  с угловым моментом  $J$  определяется как прямое произведение вектора свободных частиц (кварков) и волновой функции  $\Phi_{\ell S}^J(k, \beta_{q\bar{Q}})$  [10; 11]:

$$\begin{aligned} |\bar{Q}, J\mu, M\rangle = & \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \sum_{v_1, v_2} \int d\vec{k} \sqrt{\frac{\omega_{m_q}(\vec{p}_1)\omega_{m_{\bar{Q}}}(\vec{p}_2)M_0(\vec{k})}{\omega_{m_q}(\vec{k})\omega_{m_{\bar{Q}}}(\vec{k})\omega_{M_0}(\vec{P}_{12})}} \Phi_{\ell S}^J(k, \beta_{q\bar{Q}}) C \left\{ \begin{matrix} s_1 & s_2 & S \\ v_1 & v_2 & v_1 + v_2 \end{matrix} \right\} \times \\ & \times C \left\{ \begin{matrix} \ell & S & J \\ \mu - (v_1 + v_2) & v_1 + v_2 & \mu \end{matrix} \right\} Y_{\ell, \mu - (v_1 + v_2)}(\theta_k, \varphi_k) D_{\lambda_1, v_1}^{1/2}(\vec{n}_{W_1}) D_{\lambda_2, v_2}^{1/2}(\vec{n}_{W_2}) |\vec{p}_1, \lambda_1, \vec{p}_2, \lambda_2\rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $C \left\{ \begin{matrix} s_1 & s_2 & S \\ v_1 & v_2 & v_1 + v_2 \end{matrix} \right\}, C \left\{ \begin{matrix} \ell & S & J \\ \mu - (v_1 + v_2) & v_1 + v_2 & \mu \end{matrix} \right\}$  – коэффициенты Клебша – Гордана группы SU(2);  $Y_{\ell, m}$  – сферические функции;  $D_{\lambda, v}^{1/2}(\vec{n}_W)$  – функции Вигнера. Далее для краткости используются обозначения

$$k = |\vec{k}|, M_0(k) = \omega_{m_q}(k) + \omega_{m_{\bar{Q}}}(k), \omega_m(k) = \omega_m(\vec{k}) = \sqrt{\vec{k}^2 + m^2},$$

а волновая функция выражения (5) удовлетворяет условию нормировки

$$\sum_{\ell, S} \int dk k^2 |\Phi_{\ell S}^J(k, \beta_{q\bar{Q}})|^2 = 1.$$

Используя равенство 4-скоростей для свободной и связанной системы в точечной форме ПиКМ

$$V_Q = \frac{Q}{M} \equiv V_{P_2} = \frac{P_{12}}{M_0(k)},$$

в нашем подходе из (1) для константы распада  $V(P) \rightarrow P(V)\gamma^*$  получаем

$$g_{VP\gamma}(q^2) = (2\pi)^3 \left\langle Q', M' \left| \frac{\sqrt{4V_0' V_0}}{\sqrt{M_0(k') M_0(k)}} \frac{(J_h(0) \cdot K^*(\lambda_V))}{(K(\lambda_V) \cdot K^*(\lambda_V))} \right| Q, 1\lambda_V, M \right\rangle, \quad (6)$$

где  $K^\mu(\lambda_V) = i\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_\nu(\lambda_V) V_\rho V'_\sigma$ . Если процесс  $V(P) \rightarrow P(V)\gamma^*$  обусловлен взаимодействием конститuentных кварков с адронами, то с учетом импульсного приближения

$$J_h^\mu(0) \approx J_{\text{quark}}^\mu(0) = \sum_{q, q'=u, d, s} e_q \bar{\Psi}_{q'} \Gamma^\mu \Psi_q$$

в кварковом базисе (4) ток перехода записывается в виде

$$\begin{aligned} & \langle \bar{p}'_1, \lambda_1, \bar{p}'_2, \lambda_2 | J_{\text{quark}}^\mu(0) | \bar{p}_1, \lambda_1, \bar{p}_2, \lambda_2 \rangle = \\ & = \frac{1}{(2\pi)^3} \left( e_q \frac{\bar{u}_{\lambda_1}(\bar{p}'_1, m'_q) \Gamma_q^\mu u_{\lambda_1}(\bar{p}_1, m_q)}{\sqrt{2\omega_{m'_q}(\bar{p}'_1)} \sqrt{2\omega_{m_q}(\bar{p}_1)}} + e_{\bar{q}} \frac{\bar{v}_{\lambda_2}(\bar{p}_2, m_{\bar{q}}) \Gamma_{\bar{q}}^\mu v_{\lambda_2}(\bar{p}'_2, m'_{\bar{q}})}{\sqrt{2\omega_{m'_{\bar{q}}}(\bar{p}'_2)} \sqrt{2\omega_{m_{\bar{q}}}(\bar{p}_2)}} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Ввиду (1), (5) и (7) из (6) получаем интегральное представление константы распада  $V(P) \rightarrow P(V)\gamma^*$  [10]:

$$\begin{aligned} g_{VP\gamma^*}(q^2) &= \frac{1}{4\pi} \sum_{v, v'_1} \int dk \sqrt{\frac{3+4v_1(\lambda_V - v_1)}{4}} \frac{v'_1}{\sqrt{M_0(k)}} \Phi(k, \beta_{q\bar{q}}^V) \sqrt{\frac{1}{\omega_{m_q}(k)\omega_{m_{\bar{q}}}(k)}} \times \\ & \times e_q \sqrt{\frac{\omega_{m_{\bar{q}}}(k_2)}{\omega_{m_q}(k_2)}} \bar{u}_{v'_1}(k_2, m_q) B(v_{\bar{q}}) (K^*(\lambda_V) \cdot \Gamma_q) u_{v_1}(k, m_q) \frac{1}{\sqrt{\omega_{12}^2(k, t) - 1}} \frac{\Phi^*(k_2, \beta_{q\bar{q}}^P)}{\sqrt{M_0(k_2)}} \times \\ & \times D_{-v'_1, \lambda_V - v_1}(n_{W_2}(k, v_{\bar{q}})) \frac{1}{\sqrt{\omega_{12}^2(k, t) - 1}} \frac{\Phi^*(k_2, \beta_{q\bar{q}}^P)}{\sqrt{M_0(k_2)}} D_{-v'_1, \lambda_V - v_1}(n_{W_2}(k, v_{\bar{q}})) + e_{\bar{q}} \sqrt{\frac{\omega_{m_q}(k_1)}{\omega_{m_{\bar{q}}}(k_1)}} \times \\ & \times \bar{v}_{\lambda_V - v_1}(k, m_{\bar{q}}) B(-v_{\bar{q}}) (K^*(\lambda_V) \cdot \Gamma_{\bar{q}}) v_{-v'_1}(k_1, m_{\bar{q}}) \frac{1}{\sqrt{\omega_{12}^2(k, t) - 1}} \frac{\Phi^*(k_1, \beta_{q\bar{q}}^P)}{\sqrt{M_0(k_1)}} D_{v'_1, v_1}(n_{W_1}(k, v_{\bar{q}})). \end{aligned} \quad (8)$$

В выражении (8)

$$\begin{aligned} v_{\bar{q}} &= \frac{V_{\bar{q}}}{V_0}, \quad n_{W_{2,1}}(k, v_{\bar{q}}) = -\frac{[k \times V_{\bar{q}}]}{\omega_{m_q, \bar{q}}(k) + m_{q, \bar{q}} - (kV_{\bar{q}})}, \\ K(\lambda_V) &= \sqrt{\frac{\omega_{12}(k, t) - 1}{2}} \{0, \lambda_V, i, 0\}, \quad \Gamma_{q, \bar{q}} = F_1(q^2) \gamma^\mu + \frac{1}{2m_{q, \bar{q}}} F_2(q^2) \sigma^{\mu\nu} q_\nu, \\ k_{1,2} &= k \pm v_{\bar{q}} \left( (\omega_{12}(k, t) + 1) \omega_{m_q, \bar{q}}(k) - k \sqrt{\omega_{12}^2(k, t) - 1} \cos \theta_k \right), \quad t = (Q - Q')^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Выполнив предельный переход в (8), с учетом выражений (9) и  $F_1(q^2=0) = e_{q, \bar{q}}$ ,  $F_1(q^2=0) + F_2(q^2=0) = \mu_{q, \bar{q}}$  получим интегральное представление константы  $g_{VP\gamma}$  при  $q^2=0$ :

$$\begin{aligned} g_{VP\gamma} &= \int dk k^2 \Phi(k, \beta_{q\bar{q}}^V) \Phi^*(k, \beta_{q\bar{q}}^P) \left( e_q f_1(k, m_q, m_{\bar{q}}) + \right. \\ & \left. + \frac{e_q K_q}{2m_q} f_2(k, m_q, m_{\bar{q}}) - e_{\bar{q}} f_1(k, m_{\bar{q}}, m_q) - \frac{e_{\bar{q}} K_{\bar{q}}}{2m_{\bar{q}}} f_2(k, m_{\bar{q}}, m_q) \right), \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} f_1(k, m_q, m_{\bar{q}}) &= \frac{1}{3\omega_{m_q}(k)} \left( \frac{m_q + m_{\bar{q}}}{M_0(k)} + \frac{m_q}{\omega_{m_q}(k)} + 1 \right); \\ f_2(k, m_q, m_{\bar{q}}) &= -\frac{2}{3} \left( \frac{m_q^2 + \omega_{m_q}(k)(m_q + \omega_{m_q}(k))}{\omega_{m_q}^2(k)} \right). \end{aligned}$$

## 2. Параметры модели, основанной на точечной форме ПиКМ

Процедура получения базовых параметров модели, таких как массы конститuentных кварков и параметры волновых функций в зависимости от выбора пробной волновой функции, подробно изложена в [11], поэтому здесь приводятся только основные этапы расчета с осцилляторной волновой функцией для псевдоскалярных ( $I = P, \ell = 0$ ) и векторных ( $I = V, \ell = 0$ ) мезонов:

$$\Phi_{\ell s}^J(k, \beta_{q\bar{q}}^I) = \frac{2}{\pi^{1/4} (\beta_{q\bar{q}}^I)^{3/2}} \exp\left[-\frac{k^2}{2(\beta_{q\bar{q}}^I)^2}\right], \quad I = V, P.$$

Используя экспериментальные данные по лептонным распадам псевдоскалярных и векторных мезонов [12], интегральные представления константы лептонного распада

$$f_I(m_q, m_{\bar{q}}, \beta_{q\bar{q}}^I) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\pi} \int dk k^2 \Phi(k, \beta_{q\bar{q}}^I) \sqrt{\frac{W_{m_q}^+(k) W_{m_{\bar{q}}}^+(k)}{M_0(k) \omega_{m_q}(k) \omega_{m_{\bar{q}}}(k)}} \times \\ \times \left(1 + a_I \frac{k^2}{W_{m_q}^+(k) W_{m_{\bar{q}}}^+(k)}\right), \quad I = P, V; \quad a_P = -1; \quad a_V = \frac{1}{3}; \quad W_m^\pm(k) = \omega_m(k) + m,$$

и константы псевдоскалярной плотности [10]

$$g_P(m_q, m_{\bar{q}}, \beta_{q\bar{q}}^P) = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{1}{\pi} \int dk k^2 \Phi(k, \beta_{q\bar{q}}^P) \sqrt{\frac{M_0(k)}{\omega_{m_q}(k) \omega_{m_{\bar{q}}}(k)}} \left(\sqrt{W_{m_q}^+(k) W_{m_{\bar{q}}}^+(k)} + \sqrt{W_{m_q}^-(k) W_{m_{\bar{q}}}^-(k)}\right),$$

получаем следующие параметры модели:

$$m_u = (219,48 \pm 9,69) \text{ МэВ}, \quad m_d = (221,97 \pm 9,69) \text{ МэВ}, \quad m_s = (416,95 \pm 61,22) \text{ МэВ}, \\ \beta_{u\bar{d}}^P = (367,93 \pm 25,10) \text{ МэВ}, \quad \beta_{u\bar{d}}^V = (311,95 \pm 2,14) \text{ МэВ}, \\ \beta_{u\bar{s}}^P = (375,53 \pm 19,66) \text{ МэВ}, \quad \beta_{u\bar{s}}^V = (313,65 \pm 24,22) \text{ МэВ}.$$

Для расчетов далее будем считать, что изотопическая инвариантность кварков  $u - d$  слабо нарушена, и это дает возможность полагать

$$\beta_{u\bar{u}}^V = \beta_{u\bar{d}}^V - \Delta\beta_{u\bar{d}}, \quad \beta_{d\bar{d}}^V = \beta_{u\bar{d}}^V + \Delta\beta_{u\bar{d}}, \quad \beta_{d\bar{s}}^V = \beta_{u\bar{s}}^V + \Delta\beta_{u\bar{d}}, \quad \beta_{d\bar{s}}^P = \beta_{u\bar{s}}^P + \Delta\beta_{u\bar{d}},$$

где масштаб нарушения определяется параметром  $\Delta\beta_{u\bar{d}} \simeq m_d - m_u = (2,5 \pm 0,2) \text{ МэВ}$ .

С помощью (10) и экспериментальных данных по радиационным распадам  $\rho^+$ ,  $K^{*+}$  и  $K^{*0}$  получаем следующие значения аномальных магнитных моментов кварков (в естественных кварковых единицах):

$$\kappa_u = -0,123 \pm 0,084, \quad \kappa_d = -0,088 \pm 0,015, \quad \kappa_s = -0,198 \pm 0,011. \quad (11)$$

Сравнение полученных на основе (11) значений  $\tilde{\kappa}_u = \frac{\kappa_u}{e_u} = -0,082$ ,  $\tilde{\kappa}_d = \frac{\kappa_d}{e_d} = 0,029$  с результатами работы [13]  $\tilde{\kappa}_u = -0,064$ ,  $\tilde{\kappa}_d = 0,017$  дает возможность сделать вывод, что численные значения аномальных магнитных моментов коррелируют между собой.

## 3. Распады нейтральных мезонов в точечной форме ПиКМ

Для решения задачи о распадах нейтральных мезонов рассмотрим варианты смешивания псевдоскалярных и векторных мезонов. В физических приложениях наиболее используются кварковые базисы

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u} - d\bar{d}\rangle, \\ \Psi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u} - d\bar{d}\rangle, \\ \Psi_s = |s\bar{s}\rangle \end{array} \right. \quad \text{и} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u} - d\bar{d}\rangle, \\ \Psi_8 = \frac{1}{\sqrt{6}} |u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}\rangle, \\ \Psi_s = \frac{1}{\sqrt{3}} |u\bar{u} + d\bar{d} - s\bar{s}\rangle. \end{array} \right. \quad (12)$$

В этой работе предполагаем, что схемы смешивания, основанные на базисах (12), дают эквивалентные описания состояний мезонов, которые определяются выражениями

$$\begin{cases} |\varphi\rangle = \cos\varphi_V \psi_q - \sin\varphi_V \psi_q = \cos\theta_V \psi_8 - \sin\theta_V \psi_1, \\ |\omega\rangle = \sin\varphi_V \psi_q + \cos\varphi_V \psi_q = \sin\theta_V \psi_8 + \cos\theta_V \psi_1, \\ |\rho^0\rangle = \psi_1, \end{cases} \quad (13)$$

где углы смешивания  $\varphi_V$  и  $\theta_V$  связаны соотношением

$$\theta_V = \varphi_V - \arctg\sqrt{2}. \quad (14)$$

Для псевдоскалярных  $\eta$ -,  $\eta'$ - и  $\pi^0$ -мезонов наивная схема смешивания (13) приводит к вычислениям, значительно отличающимся от экспериментальных данных, поэтому после работ [14; 15] появилась тенденция для мезонов  $\eta - \eta'$ -сектора учитывать глюонную компоненту  $|G\rangle$ :

$$\begin{cases} |\eta\rangle = X_\eta \psi_q + Y_\eta \psi_s + Z_\eta \psi_G, \\ |\eta'\rangle = X_{\eta'} \psi_q + Y_{\eta'} \psi_s + Z_{\eta'} \psi_G, \\ |G\rangle = X_G \psi_q + Y_G \psi_s + Z_G \psi_G. \end{cases} \quad (15)$$

В системе (15) компоненты определяются выражениями

$$\begin{aligned} X_\eta &= \cos\varphi_P \cos\alpha_G, & Y_\eta &= -\sin\varphi_P \cos\alpha_G, & Z_\eta &= -\sin\alpha_G, \\ X_{\eta'} &= \cos\varphi_P \sin\alpha_G \sin\varphi_G + \sin\varphi_P \sin\varphi_G, \\ Y_{\eta'} &= \cos\varphi_P \cos\varphi_G - \sin\varphi_P \sin\alpha_G \sin\varphi_G, & Z_{\eta'} &= \cos\alpha_G \sin\varphi_G, \end{aligned} \quad (16)$$

а связь углов для базисов (12) аналогична выражению (14):

$$\theta_P = \varphi_P - \arctg\sqrt{2}. \quad (17)$$

С помощью (13) и (15) можно получить выражения для распадов нейтральных мезонов (см. таблицу).

**Распады мезонов  $V(P)$  с учетом углов смешивания**  
**Decay of  $V(P)$  mesons representation taking into account mixing angles**

Мода распада	Представление распада в ПикМ
$\rho^0 \rightarrow \pi^0 \gamma$	$e_u I(u\bar{u}) + e_d I(d\bar{d})$
$\rho^0 \rightarrow \eta \gamma$	$X_\eta (e_u I(u\bar{u}) - e_d I(d\bar{d}))$
$\varphi \rightarrow \pi^0 \gamma$	$\cos\varphi_V (e_u I(u\bar{u}) - e_d I(d\bar{d}))$
$\varphi \rightarrow \eta \gamma$	$\cos\varphi_V X_\eta (e_u I(u\bar{u}) + e_d I(d\bar{d})) - 2e_s \sin\varphi_V Y_\eta I(s\bar{s})$
$\varphi \rightarrow \eta' \gamma$	$\cos\varphi_V X_{\eta'} (e_u I(u\bar{u}) + e_d I(d\bar{d})) - 2e_s \sin\varphi_V Y_{\eta'} I(s\bar{s})$
$\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$	$\sin\varphi_V (e_u I(u\bar{u}) - e_d I(d\bar{d}))$
$\omega \rightarrow \eta \gamma$	$\sin\varphi_V X_\eta (e_u I(u\bar{u}) + e_d I(d\bar{d})) + 2e_s \cos\varphi_V Y_\eta I(s\bar{s})$
$\eta' \rightarrow \rho^0 \gamma$	$X_{\eta'} (e_u I(u\bar{u}) - e_d I(d\bar{d}))$
$\eta' \rightarrow \omega \gamma$	$\sin\varphi_V X_{\eta'} (e_u I(u\bar{u}) + e_d I(d\bar{d})) + 2e_s \cos\varphi_V Y_{\eta'} I(s\bar{s})$

Примечание. В таблице использовано обозначение

$$I(q\bar{q}) = \int dk k^2 \Phi(k, \beta_{q\bar{q}}^V) \Phi^*(k, \beta_{q\bar{q}}^P) \left( \frac{\omega_{m_q}(k) + 2m_q}{3\omega_{m_q}^2(k)} + \kappa_q \left( -\frac{1}{3} \frac{m_q^2 + \omega_{m_q}(k)(m_q + \omega_{m_q}(k))}{m_q \omega_{m_q}^2(k)} \right) \right).$$



На основе экспериментальных данных [12] получаем оставшиеся параметры релятивистской кварковой модели, а также углы смешивания (14) и (17) псевдоскалярных и векторных мезонов:

$$\beta_{u\bar{u}}^P = (280,60 + 25,07) \text{ МэВ}, \beta_{d\bar{d}}^P = (277,95 \pm 25,07) \text{ МэВ}, \theta_p = (-9,1 \pm 2,4)^\circ,$$

$$\beta_{s\bar{s}}^P = (494,54 \pm 19,66) \text{ МэВ}, \alpha_G = (9,5 \pm 3,4)^\circ, \varphi_G = (-28,8 \pm 3,4)^\circ.$$

#### 4. Электромагнитный формфактор перехода $V \rightarrow P\ell^+\ell^-$

Исследование поведения формфактора радиационных переходов стало особенно актуальным после появления серии работ, в которых соответствующие экспериментальные значения (см. [1–5; 12]) получены с высокой точностью. В настоящей работе, основываясь на изложенной выше методике и экспериментальных данных, авторы проводят расчет формфакторов различных мезонов для распадов  $V \rightarrow P\ell^+\ell^-$  с учетом аномальных магнитных моментов кварков.

Используя для (8) и (9) формфакторы в виде [13]

$$F_1(q^2) = \frac{e_q}{1 - \frac{a}{6m_q^2}t}, \quad F_2(q^2) = \frac{e_q \kappa_q}{\left(1 - \frac{a}{12m_q^2}t\right)^2}, \quad (18)$$

для распада  $\omega \rightarrow \pi^0\ell^+\ell^-$  [3] с учетом найденных параметров (см. выше) получаем зависимость электромагнитного формфактора от величины переданного лептонной паре  $\ell^+\ell^-$  импульса  $q$ . Поведение формфактора представлено на рис. 1 (совместно с экспериментальными данными из [3]).

Аналогичные вычисления для распада  $\phi \rightarrow \eta\ell^+\ell^-$  приводят к зависимости, изображенной на рис. 2 (экспериментальные данные – из [1]).

При расчетах использован угол смешивания векторных мезонов  $\theta_v = (31,92 \pm 0,2)^\circ$  [4]; для параметра формфакторов (18) принято значение  $a = 0,3$ , как в работе [13].

Из результатов вычислений (см. рис. 1 и 2) следует, что при  $q \in [0; 0,45)$  ГэВ предложенная релятивистская кварковая модель удовлетворительно описывает современные экспериментальные данные. В других областях сравнение невозможно в силу больших экспериментальных погрешностей.

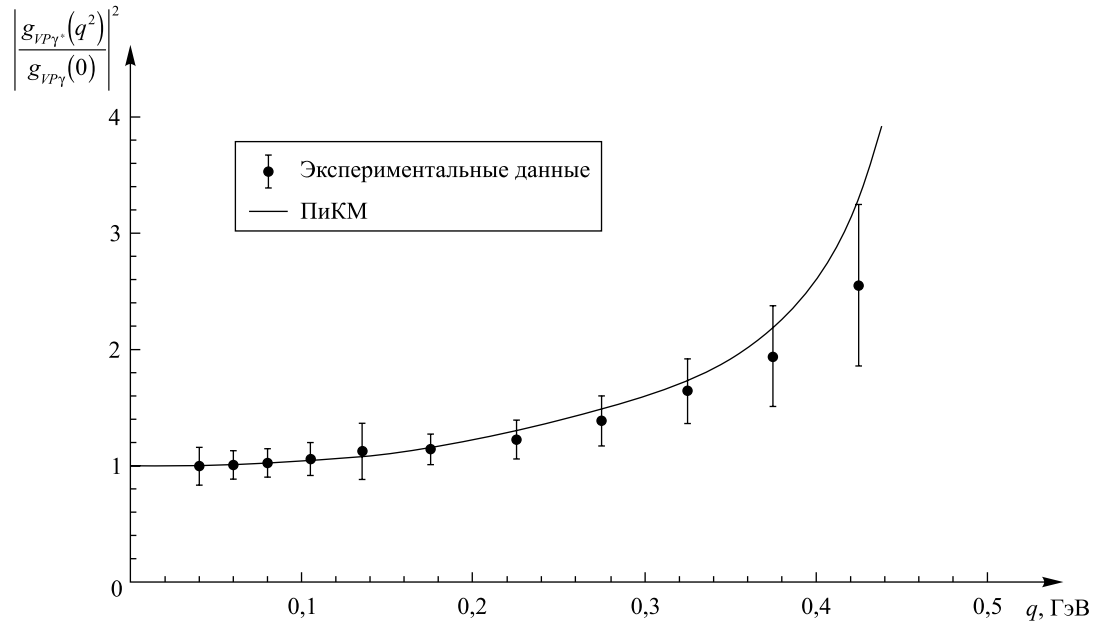


Рис. 1. Поведение формфактора распада  $\omega \rightarrow \pi^0\ell^+\ell^-$  при различных  $q$

Fig. 1. Behavior of form-factor of  $\omega \rightarrow \pi^0\ell^+\ell^-$  decay for different  $q$

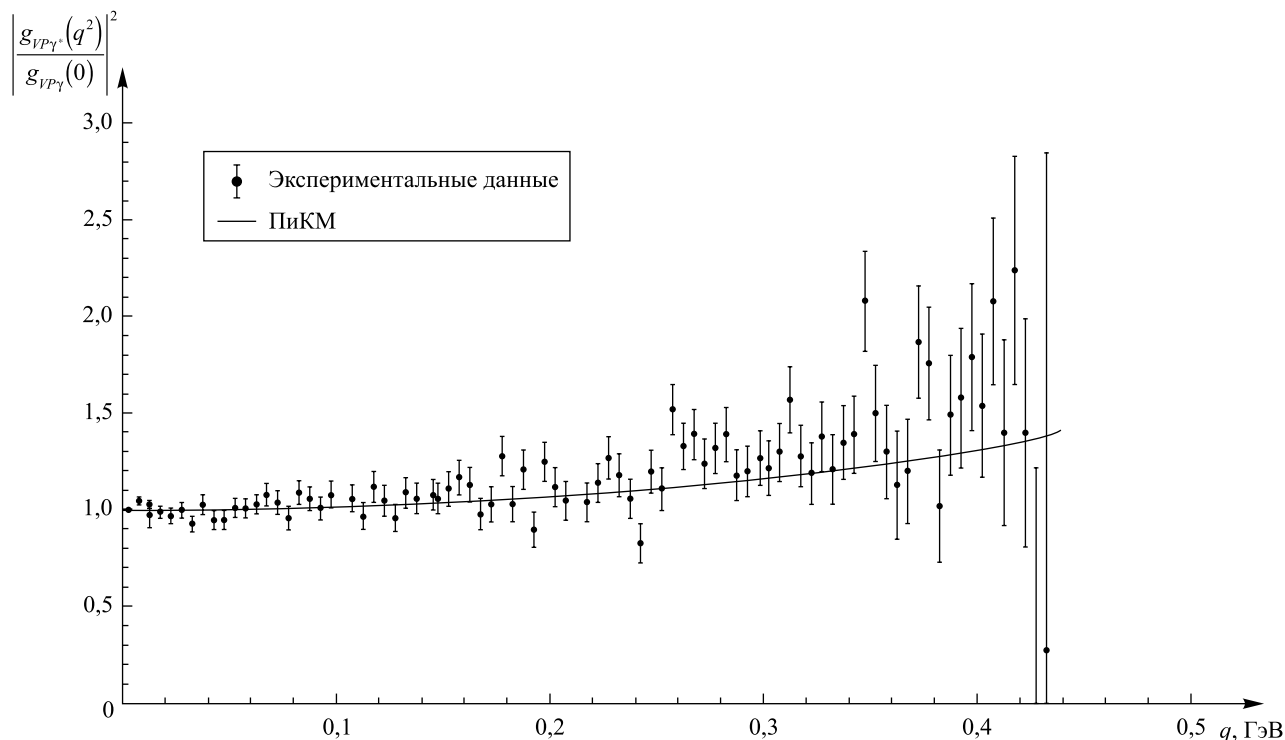


Рис. 2. Поведение формфактора распада  $\phi \rightarrow \eta \ell^+ \ell^-$  при различных  $q$   
Fig. 2. Behavior of form-factor of  $\phi \rightarrow \eta \ell^+ \ell^-$  decay for different  $q$

### Заключение

В работе представлена самосогласованная модель описания лептонных и адронных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов, основанная на точечной форме ПиКМ. Продемонстрирована методика вычисления формфакторов радиационных переходов, в рамках разработанной методики выполнен расчет аномальных магнитных моментов кварков. В результате проведена численная оценка поведения формфакторов перехода  $V \rightarrow P \ell^+ \ell^-$  с учетом найденных параметров модели при различных переданных импульсах. Отмечено, что полученное поведение формфакторов хорошо согласуется с экспериментом при параметрах модели, описывающих радиационные и лептонные распады легких мезонов.

### Библиографические ссылки / References

1. Babusci D, Balwierz-Pytkog I, Bencivenni G, Bloise C, Bossi F, Branchini P, et al. Study of the Dalitz decay  $\phi \rightarrow \eta e^+ e^-$  with the KLOE detector. *Physics Letters B*. 2015;742:1–6. DOI: 10.1016/j.physletb.2015.01.011.
2. Anastasi A, Babusci D, Bencivenni G, Berlowski M, Bloise C, Bossi F, et al. Measurement of the  $\phi \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$  transition form factor with the KLOE detector. *Physics Letters B*. 2016;757:362–367. DOI: 10.1016/j.physletb.2016.04.015.
3. Adlarson P, Afzal F, Aguilar-Bartolomé P, Ahmed Z, Annand JRM, Arends HJ, et al. Measurement of the  $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$  and  $\eta \rightarrow e^+ e^-$  Dalitz decays with the A2 setup at MAMI. *Physical Review C*. 2017;95:035208. DOI: 10.1103/PhysRevC.95.035208.
4. Amelino-Camelia G, Archilli F, Babusci D, Badoni D, Bencivenni G, Bernabeu J, et al. Physics with the KLOE-2 experiment at the upgraded DAFNE. *European Physical Journal C*. 2010;68(3–4):619–681. DOI: 10.1140/epjc/s10052-010-1351-1.
5. Jaus W. Relativistic constituent quark model of electroweak properties of light mesons. *Physical Review D*. 1991;44:2851–2859. DOI: 10.1103/PhysRevD.44.2851.
6. Krutov AF, Polezhaev RG, Troitsky VE. Magnetic moment of the meson in instant-form relativistic quantum mechanics. *Physical Review D*. 2018;97:033007. DOI: 10.1103/PhysRevD.97.033007.
7. Desplanques B. Dirac's inspired point form and hadron form factors. *Nuclear Physics A*. 2005;755:303–306. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2005.03.032.
8. Melde T, Canton L, Plessas R, Wagenbrunn RF. Spectator-model operators in point-form relativistic quantum mechanics. *European Physical Journal A*. 2005;25:97–105. DOI: 10.1140/epja/i2004-10276-4.
9. Keister BD, Polyzou WN. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics. In: Negele JW, Vogt EW, editors. *Advances in Nuclear Physics. Volume 20*. New York, London: Springer; 1991. p. 225–479.
10. Andreev VV, Haurysh VYu. Radiative decays of light vector mesons in Poincare-invariant quantum mechanics. *Journal of Physics: Conference Series*. 2016;678:1–5. DOI: 10.1088/1742-6596/678/1/012041.



11. Andreev VV, Haurysh VYu. Constituent quark masses in Poincaré-invariant quantum mechanics. *Journal of Physics: Conference Series*. 2017;938:1–5. DOI: 10.1088/1742-6596/938/1/0120.
12. Tanabashi M, Hagiwara K, Hikasa K, Nakamura K, Sumino Y, Takahashi F, et al. Review of particle physics. *Physical Review D*. 2018;98:030001. DOI: 10.1103/PhysRevD.98.030001.
13. Petronzio R, Simula S, Ricco G. Possible evidence of extended objects inside the proton. *Physical Review D*. 2003;67:094004. DOI: 10.1103/PhysRevD.67.094004.
14. Ambrosino F, Antonelli A, Anton M, Archilli F, Beltrame P, Bencivenni G, et al.  $\eta - \eta'$  physics at KLOE. *Proceeding of science*. 2009;CD09:045.
15. Feldmann T, Kroll P, Stech B. Mixing and decay constants of pseudoscalar mesons: The sequel. *Physics Letters B*. 1999;448:339–346. DOI: 10.1016/S0370-2693(99)00085-4.

Статья поступила в редколлегию 15.11.2018.  
Received by editorial board 15.11.2018.