

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Н. А. Аленский Д. Е. Мармыш

МЕТОДЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ. СБОРНИК ЗАДАЧ

*Рекомендовано
Учебно-методическим объединением
по естественно-научному образованию в качестве пособия
для студентов учреждений высшего образования,
обучающихся по специальностям
1-31 03 01 «Математика (по направлениям)»,
направление специальности 1-31 03 01-04 «Математика
(научно-конструкторская деятельность)»,
1-31 03 02 «Механика и математическое моделирование»,
1-31 03 09 «Компьютерная математика и системный анализ»*

МИНСК
БГУ
2018

УДК 004.42(075.8)(076.1)

Р е ц е н з е н т ы :

кафедра теоретической и прикладной механики
Белорусского государственного университета;
доктор физико-математических наук *А. В. Чигарев*;
доктор технических наук *В. А. Головки*

Аленский, Н. А.

Методы программирования. Сборник задач [Электронный ресурс] : пособие / Н. А. Аленский, Д. Е. Мармыш. – Минск : БГУ, 2018.

ISBN 978-985-566-635-7.

Приведены задачи различного уровня сложности по обработке классических структур данных: одномерных и двумерных массивов, строк и их массивов, структур и объектов, списков, файлов. Большинство заданий сформулированы таким образом, что их можно использовать при изучении как языка C++ любой версии системы программирования (*Borland C++*, *C++ Builder*, *Visual C++*, *Java*, *C#*), так и других языков и систем программирования (например, *Pascal*, *Delphy*).

УДК 004.42(075.8)(076.1)

ISBN 978-985-566-635-7

© БГУ, 2018

Содержание

Введение	5
1. Основы алгоритмизации и программирования	7
1.1. Операторы выбора if и switch	7
1.1.1. Основные задания	7
1.1.2. Задания повышенной сложности	9
1.2. Операторы выбора в математических выражениях	10
1.2.1. Основные задания	10
1.2.2. Задания повышенной сложности	11
1.3. Операторы выбора в геометрических задачах	12
1.3.1. Основные задания	12
1.3.2. Задания повышенной сложности	17
1.4. Циклы	17
1.4.1. Основные задания	17
1.4.2. Задания повышенной сложности	20
1.5. Вычисление значений функции	22
1.5.1. Основные задания	22
1.5.2. Задания повышенной сложности	24
1.6. Функции скалярного аргумента	24
1.6.1. Основные задания	24
1.6.2. Задания повышенной сложности	27
2. Массивы и строки	29
2.1. Одномерные массивы	29
2.1.1. Основные задания	29
2.1.2. Задания повышенной сложности	31
2.2. Двумерные массивы	34
2.2.1. Основные задания	34
2.2.2. Задания повышенной сложности	39
2.3. Строки	40
2.3.1. Основные задания	40
2.3.2. Задания повышенной сложности	41
2.4. Динамические массивы	42
2.4.1. Основные задания	42
2.4.2. Задания повышенной сложности	47
3. Функции	49
3.1. Функции для работы с массивами	49
3.1.1. Основные задания	49

3.1.2. Задания повышенной сложности	52
3.2. Функции для работы со строками.....	53
3.2.1. Основные задания.....	53
3.2.2. Задания повышенной сложности	55
3.3. Функции для работы с матрицами	56
3.4. Рекурсивные функции.....	64
3.4.1. Основные задания	64
3.4.2. Задания повышенной сложности	66
3.5. Указатели на функции.....	67
3.5.1. Основные задания	67
3.5.2. Задания повышенной сложности	74
4. Основы объектно ориентированного программирования	75
4.1. Структуры.....	75
4.2. Объединения и поля битов	78
4.3. Классы.....	80
4.4. Списки.....	82
5. Файлы.....	85
5.1. Чтение и запись в файл	85
5.2. Файлы в математических задачах	88
5.2.1. Основные задания	88
5.2.2. Задания повышенной сложности.....	90
Список литературы	91

Введение

В пособии собраны задания, которые предлагаются студентам при изучении дисциплины «Методы программирования и информатика» в первом и во втором семестрах. Задачи сборника можно использовать во время проведения лабораторных занятий, вычислительной практики, для самостоятельных и контрольных работ, а также на зачетах и экзаменах. Они ориентированы на реализацию алгоритмов на языке C++, с которого студенты начинают изучение программирования. Однако большинство заданий сформулированы таким образом, что их можно применять при изучении любого языка программирования (Visual C++, Java, C# и даже Pascal). Сборник состоит из пяти глав, в которых рассматриваются основные возможности языков программирования по обработке следующих классических структур данных: одномерных и двумерных массивов, строк, структур и объектов, списков, файлов. После приобретения опыта в решении приведенных типов задач с использованием указанных методов на втором курсе студенты изучают более сложные темы.

Издание соответствует типовой и учебной программе по указанной выше дисциплине. Большое внимание уделено математическим задачам из алгебры, геометрии, математического анализа, теории чисел, теории матриц, теоретической механики и других разделов, которые изучаются студентами на первом курсе. Кроме этого предлагаются экономические задачи и задачи из математической статистики, не требующие специальных знаний, текстовые и информационно-поисковые задачи.

Задания разделены по уровню сложности. К большинству тем предлагаются обязательные «Основные задания», которые

оцениваются не более чем на восемь баллов. «Задания повышенной сложности» требуют нестандартного мышления и способностей в программировании. Они позволяют более углубленно изучить рассматриваемую тему и оцениваются на 10 (десять) баллов.

К некоторым темам приведены требования и указания, невыполнение которых, по усмотрению преподавателя, должно снижать оценку.

1. Основы алгоритмизации и программирования

1.1. Операторы выбора if и switch

1.1.1. Основные задания

- 1) Вычислить $r = \max(\min(x, y), z)$. Переменные x, y, z вводятся пользователем.
- 2) Вычислить $r = \max(x, 0) + \min(y, z)$. Переменные x, y, z вводятся пользователем.
- 3) Вычислить $r = \min(x, y, 0) + \max(y, z)$. Переменные x, y, z вводятся пользователем.
- 4) Найти произведение двух наименьших из трех чисел.
- 5) Расположить два числа a, b в порядке убывания их значений.
- 6) Ввести часы, минуты и секунды. Определить корректность момента времени.
- 7) Даны длины трех отрезков A, B, C . Определить возможность построения треугольника и его вид (разносторонний, равнобедренный, равносторонний).
- 8) Даны a, b, c, K, P . Вычислить значение функции

$$f(x) = \begin{cases} a^2 - \sqrt{b + P}, & \text{если } K = 0 \text{ и } b + P > 0 \\ (b + P)^2 + \sqrt{c + \frac{P}{2}}, & \text{если } K = 1 \text{ и } c + \frac{P}{2} > 0 \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

- 9) Даны два вещественных числа x, y . Если точка плоскости с координатами (x, y) принадлежит треугольнику с вершинами в точках $(-2, 0), (0, 2), (2, 0)$, то обе координаты увеличить в 10 раз, в противном случае уменьшить их на число 10.

- 10) Даны два вещественных числа x, y . Вывести «Yes» или «No» в зависимости от того, точка плоскости с координатами (x, y) принадлежит кольцу, ограниченному окружностями, радиусы которых равны 1 и 3 с общим центром в точке с координатами (a, b) , или не принадлежит этому же кольцу.
- 11) В зависимости от номера месяца вывести одно из слов: зима, весна, лето или осень.
- 12) В зависимости от номера месяца получить номер квартала.
- 13) Дано целое число. В зависимости от его значения вывести в правильном падеже какое-нибудь заданное слово. Например, 563 символа, 1713 символов, 91 символ и т. п.
- 14) Вывести заданное целое положительное число a прописью, если а) $a < 100$; б) $a < 1000$; в) $a < 10\,000$. Например, 7 – семь, 26 – двадцать шесть, 145 – сто сорок пять.
- 15) Расположить четыре числа a, b, c, d в порядке возрастания их значений. Массив и операторы цикла не использовать.
- 16) Пользователь сам вводит два целых однозначных числа. Программа задает вопрос: результат умножения первого числа на второе. Пользователь должен ввести ответ и увидеть на экране, правильно он ответил или нет. Если нет – показать еще и правильный результат.
- 17) Организовать ввод двухзначного натурального числа с клавиатуры. Программа должна определить наименьшую и наибольшую цифры, которые входят в состав данного натурального числа.
- 18) Напишите программу, которая должна определить, пройдет ли кирпич в отверстие. Размеры отверстия (длина и высота) вводит пользователь. Тоже самое касается габаритов кирпича, пользователь вводит в программу значения длины, ширины и высоты кирпича.
- 19) Определить номер четверти плоскости, в которой находится точка с координатами x и y . Если точка находится на одной из осей координат, то вывести на какой оси.

- 20) Расположить три числа a , b , c в порядке возрастания их значений. Массив и операторы цикла не использовать. Результат получить в этих же переменных a , b , c .

1.1.2. Задания повышенной сложности

- 1) Среди пяти введенных чисел найти медиану, т. е. такое число, меньше которого два числа и больше которого также два числа.
- 2) На плоскости заданы две точки: $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$. Определить, какой из отрезков – OA или OB – образует больший угол с осью Ox .
- 3) Дата некоторого дня характеризуется тремя натуральными числами: номер года, порядковый номер месяца и день. По вводимым пользователем значениям определить дату следующего дня и дату предыдущего дня.
- 4) Для клетки с координатами (x, y) в таблице размером $M \times N$ выведите координаты ее соседей. Соседними называются клетки, имеющие общую сторону.
- 5) Дано число $X < 100$, записанное в десятичной системе счисления. Требуется перевести это число в римскую систему счисления.
- 6) Дано три числа, записанных в отдельные переменные. Упорядочите их в порядке неубывания. Программа должна считывать три числа a , b , c , затем должна менять их значения так, чтобы стали выполнены условия $a \leq b \leq c$, затем программа выводит тройку a , b , c .
- 7) Определите тип треугольника (остроугольный, тупоугольный, прямоугольный) с заданными длинами сторон.
- 8) Даны длины трех отрезков. Если возможно, нужно построить треугольник, в котором один из этих отрезков был бы высотой, один – биссектрисой и один – медианой. Все треугольники должны быть построены из одной вершины.
- 9) Объединить в один проект задачи 13 и 14 из пункта 1.1.1.

1.2. Операторы выбора в математических выражениях

1.2.1. Основные задания

Определить значение функции для любых вводимых значений аргументов x и y , предварительно решив задачу нахождения области определения $D(x, y)$ заданной функции.

$$1) \ z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}}.$$

$$2) \ z = \ln(y^2 - 4x + 8).$$

$$3) \ z = \frac{1}{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}.$$

$$4) \ z = \sqrt{x + y} + \sqrt{x - y}.$$

$$5) \ z = \sin \sqrt{x - \sqrt{y}}.$$

$$6) \ z = \frac{1}{\sqrt{x + y}} + \frac{1}{\sqrt{x - y}}.$$

$$7) \ z = xy \sqrt{\ln \frac{1}{x^2 + y^2}}.$$

$$8) \ z = \sqrt{x \sin y}.$$

$$9) \ z = \operatorname{tg} \sqrt{x^2 - y}.$$

$$10) \ z = \sqrt{\frac{x^2 + 2x + y^2}{x^2 - 2x + y^2}}.$$

$$11) \ z = \sqrt{\frac{\sin(x + y)}{\cos(x - y)}}.$$

$$12) \ z = \operatorname{ctg} \lg \frac{|x|}{y}.$$

$$13) \ z = \sqrt{e^{xy} - \sqrt{x^2 - y^2}}.$$

$$14) \quad z = \sqrt{\operatorname{tg} x - \sin y}.$$

$$15) \quad z = \ln x - \ln \sin y.$$

$$16) \quad z = \frac{\arcsin(2x - y)}{xy}.$$

$$17) \quad z = \sqrt{\ln \frac{x^2 + y^2}{4}}.$$

$$18) \quad z = 3^{\ln(-x^2 - y^2 - 4x)}.$$

$$19) \quad z = \sqrt{(y-1)^2(x-1) - x^2y}.$$

$$20) \quad z = \arcsin \frac{x^2 - \pi^2}{2y + \pi}.$$

1.2.2. Задания повышенной сложности

$$1) \quad z = \sqrt{\sin^{\sin(x-2)}(y-2) + \sin^{\sin(y-2)}(x-2)}.$$

$$2) \quad z = \sqrt{\sin^{\sin(x-2)}(y-2) + \sin^{\sin(y-2)}(x-2) + \sqrt{x^2 + y^2 - 16}}.$$

$$3) \quad z = \arccos \frac{\ln(x^2 - y^2 - xy)}{\sqrt{x^2 - y^2 + xy}}.$$

$$4) \quad z = \sqrt{\frac{\sin(x+y)}{\cos(x-y)}} + \sqrt{\frac{\cos(x+y)}{\sin(x-y)}}.$$

$$5) \quad z = \arcsin \frac{x}{y^2} + \arcsin(1-y).$$

$$6) \quad z = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, & x > 0, y \in \mathbb{R} \\ \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \pi, & x < 0, y > 0 \\ \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \pi, & x < 0, y < 0 \\ \frac{\pi}{2}, & x = 0, y > 0 \\ -\frac{\pi}{2}, & x = 0, y < 0 \\ \pi, & x < 0, y = 0. \end{cases}$$

$$7) \ z = \begin{cases} -1, & \sqrt{xy} \in \mathbb{N} \\ 0, & \sqrt{xy} \in \mathbb{Q} \\ 1, & \sqrt{xy} \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

1.3. Операторы выбора в геометрических задачах

1.3.1. Основные задания

Пользователь вводит координаты (x, y) **одной точки** на плоскости. Определить, принадлежит ли точка закрашенной области (рис. 1.1–1.21). Если точка попадает на границу области, то вывести соответствующее сообщение.

Для желающих дополнительно изучить простейшие циклы: 1) ввести и проанализировать в цикле несколько точек и найти количество точек, принадлежащих области; 2) параметры области ввести и проверить, можно ли определить нарисованную область. Если нет (например, радиус окружности отрицательный или в рис.1.14 размер квадрата больше радиуса окружности), ввод параметров повторить, пока не будут введены корректные параметры.

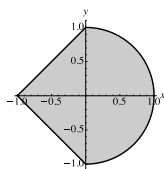


Рис. 1.1

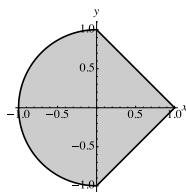


Рис. 1.2

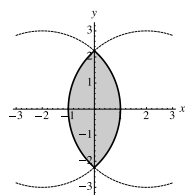


Рис. 1.3

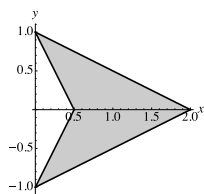


Рис. 1.4

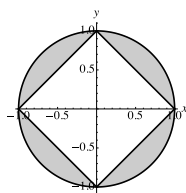


Рис. 1.5

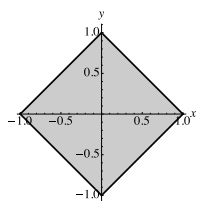


Рис. 1.6

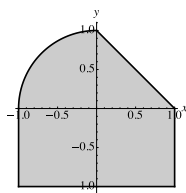


Рис. 1.7

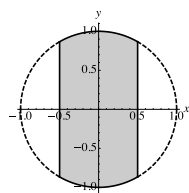


Рис. 1.8

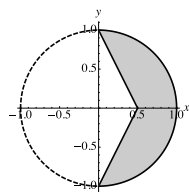


Рис. 1.9

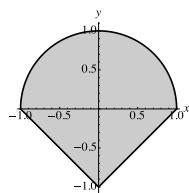


Рис. 1.10

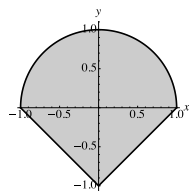


Рис. 1.11

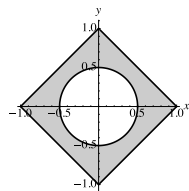


Рис. 1.12

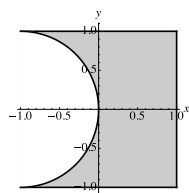


Рис. 1.13

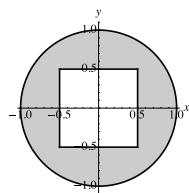


Рис. 1.14

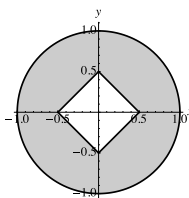


Рис. 1.15

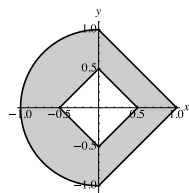


Рис. 1.16

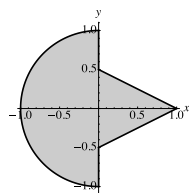


Рис. 1.17

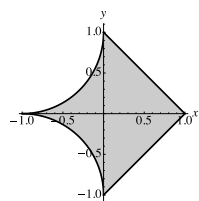


Рис. 1.18

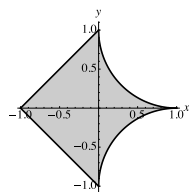


Рис. 1.19

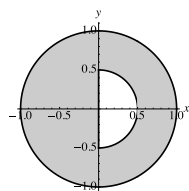


Рис. 1.20

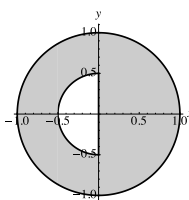


Рис. 1.21

1.3.2. Задания повышенной сложности

Замкнутые области, показанные на рис. 1.22–1.24, ограничены кривыми, заданными в полярной системе координат. По вводимым декартовым координатам (x, y) определить, попадает ли точка в замкнутую область.

Указание: для перехода от полярных координат (r, φ) к декартовым координатам (x, y) можно использовать формулы $x = r \cos \varphi$ и $y = r \sin \varphi$.

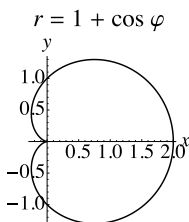


Рис. 1.22

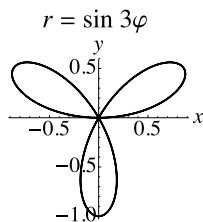


Рис. 1.23

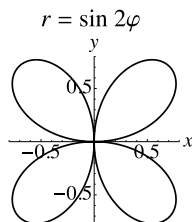


Рис. 1.24

1.4. Циклы

1.4.1. Основные задания

- 1) Вычислить факториал числа N .

$$N! = \begin{cases} 0, & \text{если } N = 0, \\ 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot N, & \text{если } N > 0. \end{cases}$$

- 2) Найти Y , если $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ и $X_i = Z^3 - B + A^2$ ($i = \overline{1, n}$). Количество X вводится пользователем. Для каждого X значения A, B, Z разные (вводятся пользователем).
- 3) Найти алгебраическую сумму для выражения $1^k + 2^k + 3^k + \dots + N^k$, где N и степень k вводит пользователь.

- 4) Вычислить сумму

$$\frac{1}{\sin 1^\circ} + \frac{1}{\sin 1^\circ + \sin 2^\circ} + \frac{1}{\sin 1^\circ + \sin 2^\circ + \sin 3^\circ} + \dots + \frac{1}{\sin 1^\circ + \sin 2^\circ + \dots \sin n^\circ}.$$

- 5) Разработать программу, которая будет вычислять сумму чисел, делящихся на 5 без остатка. Цикл задать от 0 до введенного с клавиатуры числа.
- 6) Составить алгоритм, определяющий, есть ли среди цифр введенного трехзначного числа одинаковые. Число вводится с клавиатуры.
- 7) Составить программу табулирования функции $y = \operatorname{ctg}^2 \ln x$ на интервале $[a, b]$ с шагом h .
- 8) Найти среднее арифметическое чисел $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, где количество чисел n и сами числа вводятся пользователем.
- 9) Программа должна, в качестве входных данных, принимать пятизначные числа и определять, является ли введенное пятизначное число палиндромом. (Палиндром – это число или текст (набор символов), который читается одинаково и слева, и справа: 939, 49094, 11311).
- 10) Вычислить сумму $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}$, где n – вводится с клавиатуры.
- 11) Функция $f(n)$ определена следующим образом:

$$f(0) = 0; f(1) = 1; f(2n) = f(n); f(2n + 1) = f(n) + f(n + 1).$$

Требуется написать программу, которая по заданному натуральному числу N определяет значение функции $f(N)$.

- 12) Составить программу табулирования функции $y = (1 - \operatorname{tg} x)^2 + \cos 3x$ на интервале $[a, b]$ с шагом h .

- 13) Найти среднее гармоническое чисел $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, где количество чисел n и сами числа вводятся пользователем. Среднее гармоническое находится по формуле

$$H = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}.$$

- 14) Вычислить, не используя функцию `row`, значение функции $z(x, m) = x^m \sin^m x$ для значений аргументов:

- x от $-1, 1$ до $0,3$ с шагом $0,2$;
- m от 1 до 5 с шагом 1 .

- 15) Вычислить, не используя функцию `row`, значение функции $z(x, m) = x^m \cos^{m+1} x$ для значений аргументов:

- x от $-1, 1$ до $0,3$ с шагом $0,2$;
- m от 0 до 4 с шагом 1 .

- 16) Вычислить значение суммы

$$\sum_{k=1}^K \frac{2^k}{k+1},$$

где K задается пользователем.

- 17) Вычислить значение суммы

$$\sum_{k=1}^K \frac{k+1}{3^k},$$

где K задается пользователем.

- 18) Составить программу, которая будет печатать ромб одним из значков ($*$ или $+$, или $\#$). Выбор значков организовать оператором `switch`.

- 19) Напишите программу, которая позволяет пользователю ввести в консоль три координаты вектора x, y и z с основанием y начала координат. Вычислите длину этого вектора и выведите ее обратно в консоль. Программу организовать для ввода N векторов (N вводится пользователем).

- 20) Написать программу вычисления среднего взвешенного \bar{x}_w по формуле

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{n=1}^N w_n x_n}{\sum_{n=1}^N w_n},$$

в которой значения x_n и веса w_n ($0 < w_n \leq 1$) вводятся пользователем.

1.4.2. Задания повышенной сложности

- 1) Уравнение Пелля имеет вид $x^2 - dy^2 = 1$, где d – некоторое натуральное число. По заданному значению d найти какое-нибудь решение уравнения Пелля в целых положительных числах.
- 2) Дано N целых чисел. Найдите наибольшее число, являющееся произведением трех из данных чисел.
- 3) Написать функцию для вычисления функции Аккермана для неотрицательных чисел n и m :

$$A(m, n) = \begin{cases} n + 1 & \text{если } m = 0, \\ A(m - 1, 1), & \text{если } m > 0, n = 0, \\ A(m - 1, A(m, n - 1)), & \text{если } m > 0, n > 0. \end{cases}$$

- 4) Исполнитель «Раздвоитель» преобразует натуральные числа. У него есть две команды: «Вычесть 1» и «Разделить на 2». Первая команда уменьшает число на 1, вторая команда уменьшает число в два раза, если оно четное, иначе происходит ошибка. Напишите алгоритм для «Раздвоителя», который преобразует число A в число B и при этом содержит минимальное число команд. Команды нужно выводить по одной в строке, первая команда обозначается как «-1», вторая команда как «:2».
- 5) Вывести в порядке возрастания все несократимые дроби, заключенные между 0 и 1, знаменатели которых не превышают N ($2 \leq N \leq 255$).

- 6) Число называется совершенным, если оно равно сумме всех своих делителей, меньших его самого. Требуется найти все совершенные числа от M до N .
- 7) Два различных натуральных числа называются дружественными, если первое из них равно сумме делителей второго числа, за исключением самого второго числа, а второе равно сумме делителей первого числа, за исключением самого первого числа. Требуется найти все пары дружественных чисел, оба из которых принадлежат промежутку от M до N .
- 8) Вывести на экран треугольник Паскаля, состоящий из n строк. Коэффициенты треугольника вычисляются по формуле

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

- 9) Даны целые числа N , M и Y . Напишите программу, которая найдет все целые числа X в диапазоне $[0, M-1]$, такие, что

$$X^N \bmod M = Y,$$

где функция `mod` возвращает остаток от деления.

1.5. Вычисление значений функции

Указание: функции можно вычислять, используя следующие суммы ряда ($x \in \mathbb{R}$):

$$e^x = \sum_{n=0}^N \frac{x^n}{n!},$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \sum_{n=1}^N \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n, \quad |x| < 1, \quad \alpha \in \mathbb{R},$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^N (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!},$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^N (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!},$$

$$\operatorname{sh} x = \sum_{n=0}^N \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!},$$

$$\operatorname{ch} x = \sum_{n=0}^N \frac{x^{2n}}{(2n)!},$$

где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

Количество сумм N выбирается исходя из заданной точности ε . Вычисления функции прекращаются, если $|y_n - y_{n-1}| < \varepsilon$, где y_n – значение функции в точке x_0 на текущем шаге вычислений, y_{n-1} – значение функции в той же точке на предыдущем шаге вычислений. Массив y формировать не надо, достаточно двух переменных – y_{new} и y_{old} .

1.5.1. Основные задания С заданной точностью ε вычислить значение функции в точке x_0 .

1. $y = e^{2x} + 3 \sin x$

2. $y = \operatorname{sh} 4x + 1, 4 \cos x$

3. $y = \sqrt{1 + \frac{x}{5}}$

$$4. y = 2e^{3x} - \operatorname{sh} 2x$$

$$5. y = 2 \operatorname{sh} 2x + 0,1 \sin 8x$$

$$6. y = \frac{\cos x + \sin x}{3}$$

$$7. y = \operatorname{sh} 4,1x + 0,2 \operatorname{ch} 5x$$

$$8. y = e^{5x} + 3 \operatorname{ch} 6x$$

$$9. y = 2\sqrt{1+x} - \sin 2x$$

$$10. y = \frac{e^{3x}}{3} - \frac{3 \cos 3x}{5}$$

$$11. y = \operatorname{sh} 2x + \operatorname{ch} 4x$$

$$12. y = \sqrt{1-3x} - x \sin x$$

$$13. y = (1-5x)^{\frac{3}{2}} + e^{4x}$$

$$14. y = \cos 5,2x - 4 \sin 8x$$

$$15. y = \operatorname{sh} 3x + 1,2e^{\frac{x}{5}}$$

$$16. y = (1+x)^{\frac{1}{5}} - 8xe^x$$

$$17. y = x \operatorname{ch} 4x + 1,2\sqrt{1+2x}$$

$$18. y = (1+x)^{\frac{3}{2}} - \sin 3x$$

$$19. y = 2e^{3x} - 6x \cos x$$

$$20. y = \frac{3 \operatorname{sh} 3x - x \sin 2x}{5}.$$

1.5.2. Задания повышенной сложности

- 1) Определить количество сумм N , которые необходимо взять, чтобы с погрешностью не более чем $\varepsilon = 10^{-6}$ выполнялось равенство $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.
- 2) Определить количество сумм N , которые необходимо взять, чтобы с погрешностью не более чем $\varepsilon = 10^{-6}$ выполнялись равенства

- $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$;

- $1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$.

- 3) С погрешностью не более чем $\varepsilon = 10^{-6}$ вычислить значение функции в заданной точке x :

- $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1+x}{1-x}} - \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}$;

- $f(x) = \frac{\ln 2}{\ln\left(1 + \frac{x}{101}\right)}$.

1.6. Функции скалярного аргумента

1.6.1. Основные задания

Требования к задачам 1—7.

Каждую задачу решить двумя способами: 1) составить и проверить одну функцию типа `void` с двумя результатами, которые в функции не выводятся, а возвращаются из нее в функцию `main`; 2) составить и проверить две функции, отличные от `void`, каждая из которых возвращает, но не выводит один результат. Какой из вариантов эффективнее? В обоих вариантах вызов функций должен выполняться в цикле, чтобы протестировать функции для различных входных параметров. Числовой массив не использовать. Ввод параметров функций, их вызов и вывод результатов должен выполняться в одном цикле в `main`.

- 1) Написать функции **Fact**(N) целого типа, вычисляющие значение факториала $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot N$ ($N > 0$ – параметр целого типа) и **Sum**(N) целого типа, вычисляющую значение суммы чисел от 1 до N .
- 2) Написать функции **Fact1**(N) целого типа, вычисляющие значение «двойного факториала» $N!! = 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot N$, где N – четное и **Fact2**(N) целого типа, вычисляющую значение $N!! = 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot N$, где N – нечетное.
- 3) Написать функции **Fib**(N) целого типа, вычисляющие N -е число Фибоначчи $F(N)$ по формуле: $F(1) = F(2) = 1$, $F(k) = F(k - 2) + F(k - 1)$, $k = 3, 4, \dots, N$ и **Sum**(N) целого типа, вычисляющую сумму чисел от 1 до N .
- 4) Для последовательности введенных чисел найти их сумму и количество чисел от N_1 до N_2 . Числа вводить в той же функции, в которой выполняются вычисления. Значения N_1 и N_2 ввести в **main** и передать в функцию.
- 5) Найти минимальное и максимальное значения из трех вещественных чисел A , B и C , не используя в функциях циклы.
- 6) Для заданного натурального числа найти минимальную и максимальную цифры.
- 7) Для заданного натурального числа найти сумму цифр и последнюю цифру.
- 8) Написать функцию **Exp1**(x, ϵ) вещественного типа (параметры x , ϵ – вещественные, $0 < \epsilon < 1$), находящую приближенное значение функции e^x , где $e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3/3! + \dots + x^n/n!$. В сумме учитывать все слагаемые больше ϵ .
- 9) Написать функцию **Sin1**(x, ϵ) вещественного типа (параметры x , ϵ – вещественные, $0 < \epsilon < 1$), находящую приближенное значение функции $\sin x$, где $\sin x = x - x^3/3! + x^5/5! - \dots + (-1)^n x^{2n+1}/(2n+1)!$. В сумме учитывать все слагаемые больше ϵ .
- 10) Написать функцию **Cos1**(x, ϵ) вещественного типа (параметры x , ϵ – вещественные, $0 < \epsilon < 1$), находящую приближенное значение функции $\cos x$, где $\cos x = 1 - x^2/2! + x^4/4! - \dots + (-1)^n x^{2n}/(2n)!$. В сумме учитывать все слагаемые больше ϵ .

- 11) Написать функцию $\text{Ln1}(x, \epsilon)$ вещественного типа (параметры x , ϵ – вещественные, $|x| < 1$, $0 < \epsilon < 1$), находящую приближенное значение функции $\ln x$, где $\ln(1+x) = x - x^2/2! + x^3/3! - \dots + (-1)^n x^{2n+1}/(2n+1)!$. В сумме учитывать все слагаемые больше ϵ .
- 12) Написать функцию $\text{ArcTg1}(x, \epsilon)$ вещественного типа (параметры x , ϵ – вещественные, $|x| < 0$, $0 < \epsilon < 1$), находящую приближенное значение функции $\text{arctg } x$, где $\text{arctg } x = x - x^3/3! + x^5/5! - \dots + (-1)^n x^{2n+1}/(2n+1)!$. В сумме учитывать все слагаемые больше ϵ .
- 13) Написать функцию $\text{PowerA}(x, a, \epsilon)$ вещественного типа (параметры x , a , ϵ – вещественные, $|x|$, $a > 0$, $0 < \epsilon < 1$, находящую приближенное значение функции $(1+x)^a$, где $(1+x)^a = 1 + a \times x + a \cdot (a-1) \cdot x^2/2! + \dots + a \cdot (a-1) \cdot \dots \cdot (a-n+1) \cdot x^n/n!$. В сумме учитывать все слагаемые больше ϵ .
- 14) Написать две функции вещественного типа: $L(x_1, y_1, x_2, y_2)$ находит длину отрезка A_1A_2 на плоскости по координатам его концов $A_1(x_1, y_1)$ и $A_2(x_2, y_2)$ (координаты – вещественные параметры) и $Rx(x_1, y_1, x_2, y_2)$ находит координаты точки пересечения прямой, проходящей через точки $A_1(x_1, y_1)$ и $A_2(x_2, y_2)$, и осью Ox .
- 15) Написать две функции вещественного типа: $D(x_1, y_1, x_2, y_2)$ находит косинус угла между вектором $\overline{A_1A_2}$ на плоскости по координатам его концов $A_1(x_1, y_1)$ и $A_2(x_2, y_2)$ (координаты – вещественные параметры) и осью Ox , и $Ry(x_1, y_1, x_2, y_2)$ находит координаты точки пересечения прямой, проходящей через точки $A_1(x_1, y_1)$ и $A_2(x_2, y_2)$, и осью Oy .
- 16) Написать функцию $P(x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3)$ вещественного типа, находящую периметр треугольника, построенного по точкам $A(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$ и $A_3(x_3, y_3)$ (координаты – вещественные параметры), предварительно сделав проверку выполнения неравенства треугольника.
- 17) Написать функцию $S(x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3)$ вещественного типа, находящую площадь треугольника, построенного по точкам $A(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$ и $A_3(x_3, y_3)$ (координаты – вещественные параметры), предварительно сделав проверку выполнения неравенства треугольника.

- 18) Составить и проверить в цикле для нескольких тестов функцию `НОК (int N)` целого типа для нахождения наименьшего общего кратного двух натуральных чисел.
- 19) Составить и проверить в цикле для нескольких тестов функцию нахождения наибольшего общего делителя двух натуральных чисел.
- 20) Составить и проверить в цикле для нескольких тестов логическую функцию, которая определяет, есть ли буква в шестнадцатеричной записи целого числа. Например, в числе 330 есть буква «А», а в числе 1600 нет.

1.6.2. Задания повышенной сложности

- 1) Написать функцию $F(z)$, вычисляющую интеграл вероятности по формуле

$$F(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k z^{2k+1}}{k!(2k+1)}$$

с заданной точностью ϵ .

- 2) Написать функцию $C(z)$, вычисляющую интеграл Френеля

$$\int_0^z \cos \frac{\pi t^2}{2} dt$$

по формуле

$$C(z) = \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k}{2k!} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2k} \frac{z^{4k+1}}{4k+1}$$

с заданной точностью ϵ .

- 3) Написать функцию $S(z)$, вычисляющую интеграл Френеля

$$\int_0^z \sin \frac{\pi t^2}{2} dt$$

по формуле

$$S(z) = \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2k+1} \frac{z^{4k+3}}{4k+3}$$

с заданной точностью ϵ .

- 4) Написать функцию $J(n, z)$ вычисляющую функцию Бесселя 1-го рода порядка n по формуле

$$J_n(z) = \sum_{k=0}^K \frac{(-1)^k \left(\frac{z}{2}\right)^{n+2k}}{k!((n+k)!)}$$

с заданной точностью ϵ .

- 5) Написать функцию $Ei(z)$ вычисляющую с заданной точностью ϵ интегральную показательную функцию по формуле

$$Ei(z) = \gamma + \ln(-z) + \sum_{k=1}^K \frac{z^k}{k!k} \quad (z < 0),$$

где γ – постоянная Эйлера, равная $\gamma = 0,57721566 \dots$.

- 6) Написать функцию $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$, вычисляющую с заданной точностью ϵ гипергеометрический ряд по формуле

$$F(\alpha, \beta, \gamma, x) = 1 + \frac{\alpha\beta}{1\gamma}x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1 \cdot 2 \cdot \gamma(\gamma+1)}x^2 + \dots$$

- 7) Написать функцию

$$A(a, h, m, z) = \frac{e^{az} (1 + (h-1)z)^a}{(1 + hz)^{a+1}}.$$

С ее помощью для введенных значений a и h записать многочлен

$$\sum_{m=1}^{10} A(a, h, m, z)x^m.$$

- 8) В функции `main` ввести координаты трех вершин треугольника на плоскости и угол поворота α . Написать и проверить в цикле для нескольких тестов функцию, возвращающую координаты вершин треугольника после поворота на угол α вокруг начала координат. Результат функции вывести в функции `main`.
- 9) В функции `main` ввести координаты трех вершин треугольника на плоскости. Написать и проверить в цикле для нескольких тестов функцию, возвращающую координаты начала и конца медианы, биссектрисы и высоты, выходящих из одной выбранной вершины. Результат функции вывести в функции `main`.

2. Массивы и строки

2.1. Одномерные массивы

2.1.1. Основные задания

Требование. Множество из N точек на плоскости задать своими координатами в виде двух массивов $x[N]$ и $y[N]$, где (x_i, y_i) – координаты i -й точки. Аналогично множество из N точек в пространстве задать своими координатами в виде трех массивов $x[N]$, $y[N]$ и $z[N]$, где (x_i, y_i, z_i) – координаты i -й точки.

- 1) В заданном массиве чисел длины N удалить число стоящее на позиции n ($n \leq N$). Элементы массива и позицию удаляемого элемента вводит пользователь.
- 2) В заданном массиве чисел длины N удалить все числа, которые совпадают с числом b . Элементы массива и число b вводит пользователь.
- 3) Написать программу для вычисления среднего арифметического целого массива, предварительно объявив и инициализировав массив.
- 4) В пространстве находятся N точек, заданных своими координатами x, y, z . Среди этих точек найти точки, расстояние между которыми наименьшее. Вывести координаты этих точек и расстояние между ними.
- 5) Из массива чисел удалить все повторяющиеся элементы, т. е. в массиве числа должны встречаться только один раз, предварительно объявив и инициализировав массив.
- 6) На плоскости задано $2N$ точек. Через какие точки нужно провести прямую, чтобы количество точек выше прямой и ниже прямой было одинаковым?
- 7) Точки плоскости, заданные в виде двух одномерных массивов, рассортировать по возрастанию расстояния от начала координат.

- 8) Задан массив из N элементов. Вычислить произведение элементов массива, расположенных между первым и вторым отрицательными элементами.
- 9) Преобразовать заданный массив так, чтобы сначала располагались все элементы, модуль которых не превышает 1, а потом все остальные. Исходный порядок элементов массива должен сохраниться. Новый массив не формировать.
- 10) Найти в заданном массиве чисел наиболее встречающееся число.
- 11) Все отрицательные элементы массива, не равные нулю, переписать в начало этого же массива, положительные – в его конец. Исходный порядок элементов массива должен сохраниться. Новый массив не формировать.
- 12) В одном массиве заданы значения x_1, x_2, \dots, x_N . В другом массиве заданы веса w_1, w_2, \dots, w_N . Найти среднее взвешенное по формуле

$$\bar{x} = \frac{\sum_{n=1}^N x_n w_n}{\sum_{n=1}^N w_n}.$$

- 13) Написать программу для нахождения медианного значения во введенном пользователем массиве. (Медиана – это такое число выборки, при котором одна половина из элементов выборки больше него, а другая половина меньше него).
- 14) Написать программу для нахождения моды во введенном пользователем массиве. (Мода – значение во множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто).
- 15) Среди заданных N точек найти 3 точки, по которым можно построить прямоугольный треугольник. Если прямоугольный треугольник построить нельзя, то вывести соответствующее сообщение.
- 16) Для заданного массива чисел найти значение выражения

$$q = \sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{x_n}{\bar{x}}\right)^2,$$

где x_n – элементы массива; \bar{x} – среднее арифметическое элементов массива.

- 17) Объявить три массива. Первые два заполнить случайными значениями от 10 до 30. В элементы третьего массива записать сумму соответствующих элементов первых двух массивов (в нулевую ячейку третьего – сумму нулевых ячеек первого и второго массивов и так далее). Затем найти среднее арифметическое элементов третьего массива, максимальное значение и минимальное значение, которые он хранит.
- 18) На плоскости задан массив точек. Определить количество точек, принадлежащих кольцу с радиусами r (малый радиус) и R (большой радиус).
- 19) На плоскости задан массив точек. Определить количество точек, принадлежащих квадрату. Квадрат задается двумя точками, лежащими на диагонали.
- 20) На плоскости задан массив точек. Определить количество точек, принадлежащих прямоугольному треугольнику, катеты которого параллельны осям координат. Треугольник задается двумя точками гипотенузы.

2.1.2. Задания повышенной сложности

- 1) Реализовать алгоритм Уэлфорда для вычисления среднего значения набора вещественных чисел x_1, x_2, \dots, x_n . Применить его для вычисления среднего 1 млн случайно сгенерированных чисел из диапазона от 1 до 100.

Среднее значение по алгоритму Уэлфорда вычисляется по рекурсивной формуле

$$\bar{x}_i = \bar{x}_{i-1} + \frac{x_i - \bar{x}_{i-1}}{i}, \quad i = \overline{1, n}, \quad \bar{x}_0 = 0.$$

- 2) В отсортированном массиве целых чисел найти заданное пользователем значение, используя алгоритм двоичного поиска.

Алгоритм двоичного поиска заключается в том, чтобы брать элемент посередине, между границами, и сравнивать его с искомым. Если искомое больше чем элемент сравнения, то сужаем

область поиска так, чтобы новая левая граница была равна индексу середины предыдущей области. В противном случае присваиваем это значение правой границе. Пропускаем эту процедуру до тех пор, пока правая граница больше левой более чем на 1.

- 3) Имеется n камней массой m_1, m_2, \dots, m_n . Необходимо разбить их на две кучи таким образом, чтобы веса куч отличались не более чем в 2 раза. Если этого сделать нельзя, то указать это.
- 4) На плоскости задается выпуклый N -угольник. целочисленными координатами своих вершин в порядке обхода по контуру. Вводятся координаты точки (x, y) . Определить:
 - является ли она вершиной N -угольника;
 - лежит ли она внутри N -угольника.
- 5) Вводится последовательность из n натуральных чисел. Необходимо определить наименьшее натуральное число, отсутствующее в последовательности.
- 6) Для массива чисел x_1, x_2, \dots, x_p написать функцию для вычисления значения выражения $(x_1 + x_2 + \dots + x_p)^n$ по формуле полинома

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_p)^n = \sum \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_p!} x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_p^{n_p},$$

где сумма, обозначенная Σ , берется по всем неотрицательным n_1, n_2, \dots, n_p для которых $n_1 + n_2 + \dots + n_p = n$.

- 7) Написать функцию для генерации случайным образом последовательности 0 и 1 и перевести сгенерированную последовательность в число десятичной системы счисления.
- 8) Для вводимых котировок акций за N дней написать функцию для поиска максимальной цены, минимальной цены, средней цены, максимальных, минимальных и средних цен за каждые k дней (k вводится пользователем).
- 9) Написать функцию, которая во введенном массиве находит все числа, вычисляемые как факториал от некоторого числа. Вывести на экран эти числа, а также числа, факториалом которых они являются.

- 10) Написать функцию, которая во введенном массиве находит все числа, которые можно вычислить как число Фибоначчи от некоторого числа. Вывести на экран эти числа, а также числа, числом Фибоначчи которых они являются.
- 11) Написать функцию для сортировки массива по возрастанию и поиска в нем последовательности чисел являющихся арифметической прогрессией максимальной длины.
- 12) Написать функцию для сортировки массива по возрастанию и поиска в нем последовательности чисел являющихся геометрической прогрессией максимальной длины.
- 13) В последовательности $N+2$ элементов a_0, a_1, \dots, a_{N+1} ($1 \leq N \leq 3000$, $-2000 \leq a_i \leq 2000$) соотношение

$$a_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{2} - c_i$$

выполняется для каждого $i = 1, 2, \dots, N$.

Напишите программу, которая вычисляет a_1 по заданным

$$a_0, a_{N+1}, c_1, \dots, c_N.$$

2.2. Двумерные массивы

2.2.1. Основные задания

Общая часть. С помощью генератора случайных чисел сформировать квадратную матрицу вещественных чисел порядка m , где значение $m \leq 7$ вводится с клавиатуры. Диапазон формируемых в матрице значений от a_1 до a_2 . (Значения a_1 и a_2 см. в табл.).

Индивидуальная часть. Для сформированного массива:

- 1) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет среднего арифметического и количества положительных элементов в каждом столбце. В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения средних арифметических, количество положительных элементов и номера соответствующих столбцов.
- 2) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет суммы и количества положительных элементов в каждом столбце. В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения суммы, количества положительных элементов и номера соответствующих столбцов.
- 3) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет количества нулевых элементов в каждой строке и найти порядковый номер первого нулевого элемента в каждой строке. В результате на экран вывести сформированную матрицу, порядковый номер первого нулевого элемента, количество нулевых элементов и номера соответствующих строк.
- 4) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет количества и суммы элементов больших среднего значения в каждой строке. В результате на экран вывести сформированную матрицу, количество и сумму элементов, больших среднего значения с номерами соответствующих строк.
- 5) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждом столбце количества и суммы элементов, величина которых больше k , вводимого с клавиатуры. В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих столбцов.

- 6) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждой строке количества и суммы элементов, величина которых меньше k , вводимого с клавиатуры. В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих строк.
- 7) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждой строке количества и суммы элементов, величина которых принадлежит интервалу (a, b) , где a и b вводятся с клавиатуры. В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих строк.
- 8) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждой строке количества четных элементов и их сумму. В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих строк.
- 9) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждой строке количества и суммы элементов, величина которых кратна k , вводимого с клавиатуры. Вывести на экран сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих строк.
- 10) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждом столбце количества и суммы элементов, величина которых кратна k , вводимого с клавиатуры. Вывести на экран сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих столбцов.
- 11) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждом столбце количества и суммы элементов, состоящих из двух одинаковых цифр (например: 11, 22, 33 и т. д.). Вывести на экран сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих столбцов.
- 12) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждом столбце количества и суммы элементов, состоящих из цифр, сумма которых равна 10 (например: 19, 28, 37 и т. д.). Вывести на экран сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих столбцов.

- 13) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждом столбце количества и суммы элементов, состоящих из двух цифр, сумма которых делится на 2 (например: 11, 13, 24 и т. д.). В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих столбцов.
- 14) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждом столбце количества и суммы элементов, являющихся простыми числами. В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих столбцов.
- 15) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждой строке количества и суммы элементов, состоящих из двух цифр, сумма которых не делится на 2 (например: 12, 14, 27 и т. д.). В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих строк.
- 16) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждой строке количества и суммы элементов, состоящих из двух цифр, разность по модулю которых равна 1 (например: 12, 21, 67, 98 и т. д.). В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих строк.
- 17) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждом столбце количества и суммы элементов, состоящих из цифр, сумма которых равна 7 (например: 16, 25, 34 и т. д.). В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих столбцов.
- 18) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждом столбце количества и суммы элементов, состоящих из двух одинаковых нечетных цифр (например: 11, 33, 55 и т. д.). В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих столбцов.
- 19) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет в каждом столбце количества и суммы элементов, состоящих из двух

одинаковых четных цифр (например: 22, 44, 66 и т. д.). В результате на экран вывести сформированную матрицу, значения количества и суммы элементов с номерами соответствующих столбцов.

- 20) Написать программу, в которой предусмотреть подсчет количества и суммы элементов, больших половины максимального значения в каждой строке. В результате на экран вывести сформированную матрицу, количество и сумму элементов, больших половины максимального значения с номерами соответствующих строк.

Значения a_1 и a_2

№	a_1	a_2
1	-5	5
2	-10	10
3	-2	2
4	-8	8
5	-5	10
6	-10	5
7	-8	10
8	-7	7
9	-15	10
10	-10	15
11	0	99
12	0	99
13	5	35
14	10	99
15	0	99
16	0	59
17	5	95
18	0	101
19	0	99
20	10	69

2.2.2. Задания повышенной сложности

- 1) Написать программу для нахождения определителя квадратной матрицы.
- 2) С помощью генератора случайных чисел сформировать квадратную матрицу порядка N . Элементы матрицы берутся из диапазона от n_1 до n_2 . Элементы матрицы должны быть различными, т. е. не повторяться. Предварительно реализовать проверку возможности решения задачи.
- 3) Для заданной квадратной матрицы A найти новую матрицу \bar{A} того же порядка, элементы которой будут определяться по формуле $\bar{a}_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^N a_{ij}^2}}$, $i, j = \overline{1, N}$, где N – порядок матрицы.
- 4) Для заданной квадратной матрицы A найти новую матрицу \bar{A} того же порядка, элементы которой будут определяться по формуле $\bar{a}_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N a_{ij}^2}}$, $i, j = \overline{1, N}$, где N – порядок матрицы.
- 5) Для заданной квадратной матрицы A найти новую матрицу \bar{A} того же порядка, элементы которой будут определяться по формуле $\bar{a}_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij}^2}}$, $i, j = \overline{1, N}$, где N – порядок матрицы.
- 6) Написать программу для определения ранга матрицы.
- 7) Написать программу проверки. Является ли введенная матрица кососимметричной. Матрицу вводит пользователь. (Матрица называется кососимметричной, если $A^T = -A$).
- 8) Дана матрица A размером $N \times N$ ($1 \leq N \leq 200$), заполненная неотрицательными целыми числами. Расстояние между двумя элементами a_{ij} и a_{pq} ($0 \leq a_{ij} \leq 10^6$) определено как $|i - p| + |j - q|$. Требуется заменить каждый нулевой элемент матрицы ближайшим ненулевым. Если есть две или больше ближайших ненулевых ячейки, нуль должен быть оставлен.

2.3. Строки

2.3.1. Основные задания

- 1) Во введенной строке найти количество введенных цифр.
- 2) Записать введенную строку символов в обратном порядке. Проверить, является ли введенная строка палиндромом.
- 3) Во введенной строке определить количество слов. Между словами может быть несколько пробелов. В начале и в конце строки также могут быть пробелы.
- 4) Во введенной строке вычислить количество знаков препинания. На экран вывести количество каждого знака и их общее количество.
- 5) Во введенной строке найти все заглавные буквы и вычислить их количество.
- 6) Во введенной строке определить количество слов. Каждое слово, если оно не последнее, заканчивается пробелом.
- 7) Напишите функцию, которая приводит символы в строке к нижнему регистру. Например, строка «Test» должна преобразоваться к «test». Дополнительных копий строки не создавать.
- 8) Вычислить число вхождений заданного символа в строку.
- 9) Напишите функцию, которая принимает в качестве аргумента массив строк и сортирует их по алфавиту.
- 10) Напишите функцию, принимающую строку и удаляющую из нее все комментарии в C++ стиле, т.е. начинающиеся на /* и заканчивающиеся на */.
- 11) Напишите функцию, которая приводит символы в строке к верхнему регистру. Например, строка «Test» должна преобразоваться в «TEST». Дополнительных копий строки не создавать.
- 12) Запросить у пользователя строку и проверить ее на пробелы. В качестве ответа вывести количество пробелов.
- 13) Напишите программу, присваивающую переменной `char` последний символ введенной строки.

- 14) Напишите функцию для подсчета количества слов начинающихся и оканчивающихся одной и той же буквой.
- 15) На входе массив строк и его длина. Каждая строка имеет вид: «Фамилия Имя Отчество» (разделяются одним пробелом). Функция должна возвращать новый массив, состоящий из строк вида «И.О. Фамилия».
- 16) Ввести с клавиатуры символьную строку в буфер. Во всем буфере изменить символ " " на " _".
- 17) Реализовать калькулятор с возможностью выполнения четырех арифметических действий. У пользователя запрашивать аргументы и знак операции (символ). Программу «зациклить» – после вывода результата предлагать пользователю произвести вычисления еще раз. Выход из программы производить нажатием клавиши q .
- 18) Во введенной строке найти количество слов, совпадающих с последним.
- 19) Во введенной строке найти количество слов, совпадающих с первым.
- 20) Написать функцию объединения двух введенных строк в одну общую.

2.3.2. Задания повышенной сложности

- 1) Пусть слово – это последовательность от 1 до 8 символов, не включающая пробелов. Вводится n слов A_1, \dots, A_n . Можно ли их переупорядочить так, чтобы получилась «цепочка», т.е. для каждого слова A_j его первая буква должна совпадать с последней буквой предыдущего слова, а последняя буква в A_j – с первой буквой последующего слова; соответственно, последняя буква последнего слова должна совпадать с первой буквой первого слова. В цепочку входят все n слов без повторений. Дать ответ в виде «Можно» или «Нельзя». Если такое упорядочение возможно, то вывести какую-нибудь цепочку слов. Слова при выводе разделяются пробелами.

- 2) Определить, является ли периодической последовательностью строка символов $A_1 A_2 \dots A_n$, т.е. имеет ли она вид $d d \dots d$, где d – некоторая подпоследовательность символов.
- 3) Даны три слова X, Y, Z . Определить, существует ли слово V такое, что X, Y, Z являются повторениями слова V . Если V существует, то напечатать его. Слова имеют длину не более 1000 символов. Символ «пробел» является разделителем слов.
- 4) Задается словарь. Найти в нем все анаграммы (слова, составленные из одних и тех же букв).
- 5) Задано семейство множеств букв. Найти такое k , для которого можно построить множество, состоящее из k букв, причем каждая из них принадлежит ровно k множествам заданного семейства.
- 6) Проверить правильно ли расставлены скобки во введенной строке, т. е. проверить, что количество открытых скобок равно количеству закрытых, причем скобка должна сперва открываться затем закрываться. Скобки могут быть следующие: (\dots) , $[\dots]$, $\{ \dots \}$.

2.4. Динамические массивы

2.4.1. Основные задания

Требование. В задачах сгенерировать случайным образом натуральное число N такое, что $N_1 \leq N \leq N_2$ (N_1 и N_2 вводит пользователь). Элементы динамической квадратной матрицы A определить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1 и a_2 вводит пользователь.

- 1) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое, что $N_1 \leq N \leq N_2$ (N_1 и N_2 вводит пользователь). Элементы матрицы $A = (a_{ij})_{N \times N}$ объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1 и a_2 вводит пользователь. Из исходной матрицы получить новую верхнетреугольную матрицу $\bar{A} = (\bar{a}_{ij})_{N \times N}$, элементы которой находятся по формуле $\bar{a}_{ij} = a_{ij}^{a_{ji}}$.

- 2) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое что $N_1 \leq N \leq N_2$ (N_1 и N_2 вводит пользователь). Элементы матрицы $A = (a_{ij})_{N \times N}$ объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1 и a_2 вводит пользователь. Из исходной матрицы получить новую нижнетреугольную матрицу $\bar{A} = (\bar{a}_{ij})_{N \times N}$, элементы которой находятся по формуле $\bar{a}_{ij} = a_{ij}^{1/a_{ji}}$.
- 3) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое что $N_1 \leq N \leq N_2$. Элементы матрицы $A_{N \times N}$ объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$. Найти A^n . Значения N_1, N_2, a_1, a_2 и n вводит пользователь.
- 4) Сгенерировать случайным образом два натуральных числа N и M , таких что $N_1 \leq N \leq N_2, M_1 \leq M \leq M_2$ (N_1, N_2, M_1, M_2 вводит пользователь). Составить матрицу, элементы которой определяются по формуле

$$a_{ij} = \frac{f(i+j) \cdot f(i+j)}{i!j!}, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M},$$

где $f(i+j)$ – количество единиц в двоичном представлении числа $i+j$.

- 5) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое что $N_1 \leq N \leq N_2$. Найти матрицу дискретного преобразования Фурье вида

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & \varepsilon_1 & \varepsilon_1^2 & \cdots & \varepsilon_1^{N-1} \\ 1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_2^2 & \cdots & \varepsilon_2^{N-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ 1 & \varepsilon_{N-1} & \varepsilon_{N-1}^2 & \cdots & \varepsilon_{N-1}^{N-1} \end{pmatrix},$$

где $\varepsilon_j = \cos \frac{2\pi j}{N} + i \sin \frac{2\pi j}{N}$, $j = \overline{1, N-1}$, $i = \sqrt{-1}$.

- 6) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое что $N_1 \leq N \leq N_2$, (N_1, N_2 вводит пользователь). Сформировать симметричную матрицу $A_{N \times N}$. Элементы матрицы объ-

явить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1 и a_2 вводит пользователь. Из матрицы A сформировать матрицу \bar{A} , элементы которой определяются по формуле

$$\bar{a}_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{j=1}^N a_{ij}^2}.$$

- 7) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое, что $N_1 \leq N \leq N_2$, (N_1, N_2 вводит пользователь). Сформировать симметричную матрицу $A_{N \times N}$. Элементы матрицы объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1 и a_2 вводит пользователь. Из матрицы A сформировать матрицу \bar{A} , элементы которой определяются по формуле

$$\bar{a}_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^N a_{ij}^2}.$$

- 8) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое, что $N_1 \leq N \leq N_2$, (N_1, N_2 вводит пользователь). Пусть $C = A + iB$, где $i = \sqrt{-1}$, $A_{N \times N}$, $B_{N \times N}$ – верхнетреугольные матрицы. Составить матрицу \bar{C} , которая является самосопряженной к матрице C . Элементы матриц A и B объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1 и a_2 вводит пользователь. (Матрица является самосопряженной, если выполняется равенство $c_{ij} = \bar{c}_{ji}$).
- 9) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое, что $N_1 \leq N \leq N_2$. Пусть $C = A + i \cdot B$, где $i = \sqrt{-1}$. Элементы матриц A и B объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$. Найти C^n . Значения N_1, N_2, a_1, a_2 и n вводит пользователь.
- 10) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое, что $N_1 \leq N \leq N_2$. Элементы матрицы $A_{N \times N}$ объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$. Для матрицы A реализовать процесс сглаживания, т. е. каждый элемент которой получается как среднее арифметическое соседей соответствующего элемента исходной матрицы.

- 11) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое что $N_1 \leq N \leq N_2$. Элементы матрицы $A_{N \times N}$ объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$. Для матрицы A реализовать процесс Либмана, т. е. вставить в матрицу A промежуточные столбцы и строки, пустые элементы матрицы вычислить по формуле

$$a_{i,j} = \frac{1}{4}(a_{i-1,j} + a_{i+1,j} + a_{i,j-1} + a_{i,j+1}).$$

Элементы, стоящие в первой и последней строке, первом и последнем столбце, вычисляются как среднее арифметическое двух соседних.

- 12) Сгенерировать случайным образом два натуральных числа – размеры матриц N и M , таких что $N_1 \leq N \leq N_2$, $M_1 \leq M \leq M_2$ (N_1 , N_2 , M_1 , M_2 вводит пользователь). Элементы матрицы типа `int` объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1 и a_2 вводит пользователь. В сгенерированной матрице найти все квадратные подматрицы, симметричные относительно собственной главной диагонали.
- 13) Сгенерировать случайным образом два натуральных числа – размеры матриц N и M , таких что $N_1 \leq N \leq N_2$, $M_1 \leq M \leq M_2$ (N_1 , N_2 , M_1 , M_2 вводит пользователь). Элементы матрицы типа `int` объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1 и a_2 вводит пользователь. В сгенерированной матрице найти все квадратные подматрицы, симметричные относительно собственной побочной диагонали.
- 14) Сгенерировать случайным образом два натуральных числа – размеры матриц N и M , таких что $N_1 \leq N \leq N_2$, $M_1 \leq M \leq M_2$ (N_1 , N_2 , M_1 , M_2 вводит пользователь). Элементы матрицы типа `int` объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1 и a_2 вводит пользователь. В сгенерированной матрице найти все квадратные подматрицы, в углах которых расположены элементы, из которых можно образовать геометрическую прогрессию.
- 15) Сгенерировать случайным образом два натуральных числа – размеры матриц N и M , таких что $N_1 \leq N \leq N_2$, $M_1 \leq M \leq M_2$ (N_1 , N_2 , M_1 , M_2 вводит пользователь). Элементы матрицы типа `int` объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1

и a_2 вводит пользователь. В сгенерированной матрице найти все квадратные подматрицы, в углах которых расположены элементы, из которых можно образовать арифметическую прогрессию.

- 16) Сгенерировать случайным образом два натуральных числа – размеры матриц N и M , таких что $N_1 \leq N \leq N_2$, $M_1 \leq M \leq M_2$ (N_1 , N_2 , M_1 , M_2 вводит пользователь). Элементы матрицы типа `int` объявить случайным образом из диапазона $[0, 9]$. Найти такой путь из клетки $(1, 1)$ до клетки (N, M) , чтобы сумма цифр в клетках, через которые он пролегает, была минимальной. Из любой клетки можно ходить только вниз или вправо.
- 17) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое, что $N_1 \leq N \leq N_2$ (N_1 , N_2 вводит пользователь). Случайным образом задать положительно определенную матрицу $A_{N \times N}$, элементы которой удовлетворяют неравенству $|a_{ij}| \leq \sqrt{a_{ii}a_{jj}}$, элементы матрицы выбирать из диапазона $[a_1, a_2]$. Найти матрицу $L_{N \times N}$, элементы которой определяются по формулам

$$l_{ii} = \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik}^2},$$

$$l_{ij} = \frac{1}{l_{jj}} \left(a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} l_{jk} \right), \quad j < i, \quad i = \overline{1, N}.$$

- 18) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое что $N_1 \leq N \leq N_2$ (N_1 , N_2 вводит пользователь). Сгенерировать массив x_1, x_2, \dots, x_N случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1 и a_2 вводит пользователь. Найти матрицу Вандермонда вида

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^N \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^N \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ 1 & x_N & x_N^2 & \cdots & x_N^N \end{pmatrix}.$$

- 19) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое что $N_1 \leq N \leq N_2$ (N_1 , N_2 вводит пользователь). Сгенерировать

массив x_1, x_2, \dots, x_N случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1 и a_2 вводит пользователь. Сформировать матрицу вида

$$A = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_N \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \cdots & x_N^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ x_1^N & x_2^N & x_3^N & \cdots & x_N^N \end{pmatrix}.$$

- 20) Сгенерировать случайным образом натуральное число N , такое что $N_1 \leq N \leq N_2$ (N_1, N_2 вводит пользователь). Элементы матрицы объявить случайным образом из диапазона $[a_1, a_2]$, где a_1 и a_2 вводит пользователь. Найти след матрицы $C = A \cdot A^T$.

2.4.2. Задания повышенной сложности

- 1) Методом Гаусса решить систему n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Создать и использовать динамическую матрицу и динамический одномерный массив.
- 2) Методом Гаусса, используя схему выбора главного элемента, решить систему n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Создать и использовать динамическую матрицу и динамический одномерный массив.
- 3) Обратить динамическую квадратную матрицу по схеме единственного деления.
- 4) Вычислить определитель динамической квадратной матрицы, используя метод Гаусса.
- 5) Методом простой итерации решить систему n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Создать и использовать динамическую матрицу и динамический одномерный массив.
- 6) Методом Зейделя решить систему n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Создать и использовать динамическую матрицу и динамический одномерный массив.
- 7) Найти собственные числа и собственные векторы матрицы методом непосредственного вычисления определителя.

- 8) Методом итераций найти наибольшее по модулю собственное значение и соответствующий ему собственный вектор динамической матрицы.

3. Функции

3.1. Функции для работы с массивами

Требование. Составить и в функции `main` проверить в цикле для нескольких тестов одну или несколько функций, которые выполняют указанные в задании действия.

Функция должна только получать результаты и возвращать их в функцию `main` или другую функцию для вывода на экран.

3.1.1. Основные задания

- 1) Написать функцию для удаления в массиве длины N числа, стоящего на позиции n ($n \leq N$). Элементы массива и позицию удаляемого элемента вводит пользователь.
- 2) Написать функцию для вычисления среднего арифметического вещественного массива.
- 3) Написать функцию для вычисления среднего взвешенного. Среднее взвешенное вычисляется по формуле $\bar{x} = \frac{\sum_{n=1}^N x_n w_n}{\sum_{n=1}^N w_n}$.
- 4) Написать функцию, которая для заданного массива будет вычислять простое скользящее среднее по формуле $\bar{x}_i = \frac{\sum_{k=i-p}^{i+p} x_k}{2p+1}$, где параметр p вводится пользователем.
- 5) Написать функцию, которая будет вычислять дисперсию для заданного массива по формуле

$$D(x) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}{n-1},$$

где x_i – элементы массива, n – размерность массива.

- 6) Написать функцию, которая из массива удаляет все повторяющиеся элементы.
- 7) Написать функцию для сортировки массива по возрастанию, используя пузырьковую сортировку.

- 8) Написать функцию для сортировки массива по убыванию, используя сортировку выбором.
- 9) Написать функцию, которая для заданного массива чисел находит значение выражения

$$\sum_{n=1}^N \left(1 - \frac{x_n}{\bar{x}}\right)^2,$$

где x_n – элементы массива; \bar{x} – среднее арифметическое элементов массива.

- 10) Написать функцию, которая для передаваемых в нее двух массивов будет вычислять коэффициент корреляции по формуле

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}},$$

где черта сверху обозначает средние арифметические соответствующих массивов.

- 11) Написать функцию, которая для передаваемых в нее двух массивов будет вычислять коэффициент ковариации по формуле

$$c = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n - 1},$$

где \bar{x} , \bar{y} – средние арифметические элементов соответствующих массивов.

- 12) Написать функцию, которая будет вставлять задаваемое число на позицию p исходного массива. В функцию передается массив, вставляемое число и позиция вставки.
- 13) Написать функцию экспоненциального сглаживания: $s_0 = x_0$, $s_i = \alpha x_i + (1 - \alpha)s_{i-1}$, $i = 1, \dots, n$, где x_i – элементы массива, n – размерность массива ($0 < \alpha < 1$ вводится пользователем).
- 14) Написать функцию, которая для заданного временного ряда (одномерного массива) вычисляет цепные темпы роста по формуле

$$I_n = \frac{T_{n+1}}{T_n} 100 \%$$

и цепные темпы прироста ($i_n = I_n - 100\%$).

- 15) Написать функцию, которая для заданного временного ряда (одномерного массива) вычисляет базисные темпы роста

$$I_n = \frac{T_{n+1}}{T_0} 100 \%$$

и базисные темпы прироста ($i_n = I_n - 100 \%$).

- 16) Написать функцию, которая меняет местами элементы в массиве. Позиции меняемых элементов вводит пользователь.
- 17) Написать функцию, которая вычисляет индекс цен (инфляцию) по формуле Ласпейреса

$$I_p = \frac{\sum_{n=1}^N p_{1n} q_{0n}}{\sum_{n=1}^N p_{0n} q_{0n}},$$

где p_{1n} – цены на товары в текущем периоде, p_{0n} – цены на товары в предыдущем периоде, q_{0n} – количество товаров в предыдущем периоде.

- 18) Написать функцию, которая вычисляет индекс цен (инфляцию) по формуле Пааше

$$I_p = \frac{\sum_{n=1}^N p_{1n} q_{1n}}{\sum_{n=1}^N p_{0n} q_{1n}},$$

где p_{1n} – цены на товары в текущем периоде, p_{0n} – цены на товары в предыдущем периоде, q_{1n} – количество товаров в текущем периоде.

- 19) Написать функцию для генерации одномерного целочисленного массива длины $2N$ из интервала $[0, 2N]$. Все элементы массива должны быть разными.
- 20) Написать функцию для генерации одномерного целочисленного массива длины $2N$ из интервала $[-N, N]$. Все элементы массива должны быть разными.

3.1.2. Задания повышенной сложности

- 1) Написать функцию `Bellnk`, которая по заданным значениям натуральных чисел n и k и массиву $x_1, x_2, \dots, x_{n-k+1}$ будет вычислять значение коэффициента полинома Белла по формуле

$$B_{n,k} = \sum \frac{n!}{j_1! j_2! \dots j_{n-k+1}!} \left(\frac{x_1}{1!}\right)^{j_1} \left(\frac{x_2}{2!}\right)^{j_2} \dots \left(\frac{x_{n-k+1}}{(n-k+1)!}\right)^{j_{n-k+1}}$$

где сумма берется по всем последовательностям неотрицательных целых чисел $j_1, j_2, \dots, j_{n-k+1}$ таким, что

$$j_1 + j_2 + \dots + j_{n-k+1} = k, \quad j_1 + 2j_2 + 3j_3 = n.$$

- 2) Написать функцию, которая по заданным натуральным N и K строит таблицу чисел Стирлинга второго рода по формуле

$$S(n, k) = \frac{1}{k!} \sum_{j=1}^k (-1)^{k+j} \binom{k}{j} j^n, \quad 0 \leq n \leq N, \quad 0 \leq k \leq K.$$

- 3) Написать функцию, которая по двум массивам x_1, x_2, \dots, x_n и y_1, y_2, \dots, y_n методом наименьших квадратов находит значения коэффициентов k и b линейной регрессии вида $y = kx + b$.
- 4) В функцию передается два одномерных массива x_1, x_2, \dots, x_n и y_1, y_2, \dots, y_n с координатами точек на плоскости и натуральное число k . Разбить исходное множество точек на k групп (кластеров) таким образом, чтобы суммарные расстояния от точек, принадлежащих кластеру, до центра кластера было минимальным.

Расстояние между двумя точками $A_1(x_1, y_1)$ и $A_2(x_2, y_2)$ определять как

$$d(A_1, A_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

Функция возвращает координаты точки и номер кластера, которому принадлежит данная точка.

- 5) В функцию передается одномерный числовой массив. Определить в заданном массиве «выбросы», т. е. значения которые не попадают в интервал

$$[x_{25} - 1, 5(x_{75} - x_{25}); x_{75} + 1, 5(x_{75} - x_{25})],$$

где x_{25} – значение, меньше которого 25 % всей выборки, x_{75} – значение, больше которого 25 % всей выборки.

3.2. Функции для работы со строками

3.2.1. Основные задания

Требование. Задания выполнить в двух вариантах: 1) алгоритмы реализовать без использования библиотечных функций ввода, вывода, копирования, замены, подсчета длины строки, сравнения, преобразования типов и др.; 2) максимально использовать библиотечные функции.

- 1) Написать функцию для поиска во введенной строке задаваемой подстроки. Функция возвращает индекс подстроки либо 0.
- 2) Написать функцию, которая определяет количество вхождений подстроки в строку.
- 3) Написать функцию, которая определяет, является ли подстрока концовкой строки. Функция возвращает индекс подстроки либо 0.
- 4) В качестве строки вводится набор цифр (без пробелов и с десятичной точкой). Написать функцию конвертации введенной строки в число типа `double`. Предусмотреть ввод в начале и конце строки нулей. Корректность конвертации проверить какой-либо арифметической операцией для полученного числа.
- 5) Написать функцию, которая ищет в строке подстроку 1 и заменяет ее на подстроку 2. Функция возвращает итоговую строку и количество произведенных замен.
- 6) Пользовательская библиотека содержит некоторый набор слов. Написать функцию, которая проверяет, соответствуют ли слова введенного текста библиотеке. Функция возвращает номера слов, которые не соответствуют библиотеке либо 0.

- 7) Написать функцию которая, находит в строке похожие между собой слова. Слова являются похожими, если они отличаются между собой не более чем на 1 символ.
- 8) Один пользователь загадывает слово. Реализовать игру «Поле чудес», т. е. три других пользователя угадывают это слово по буквам.
- 9) Реализовать функцию для удаления всех пробелов во введенной строке.
- 10) Пользователь вводит дату и время в формате **DD-MM-YYYY HH:MM:SS**. Написать функцию для расшифровки введенной даты текстом. Например: 20-01-2016 12:20:12 – двадцатое января две тысячи шестнадцатого года двенадцать часов двадцать минут двенадцать секунд.
- 11) Пользователь вводит дату и время в формате **DD-MM-YYYY HH:MM:SS**. Написать функцию, которая записывает в шесть отдельных переменных целого типа: номер дня, номер месяца, номер года, количество часов, количество минут и количество секунд.
- 12) Пользователь вводит два времени в формате **HH:MM:SS**. Написать функцию, которая будет выводить, сколько времени прошло между большим и меньшим временем.
- 13) Написать функцию поиска введенной подстроки в заданной строке с учетом регистра.
- 14) Написать функцию для перевода текста введенного пользователем на латинице в кириллический алфавит.
- 15) Написать функцию **Empty**, определяющую, со скольких пустых строк начинается введенный текст.
- 16) В функцию передается одномерный массив произвольных символов. Определить, является ли этот массив числовым, текстовым или смешанным.
- 17) Реализовать две функции. Первая **copy(ind_c, length)** – функция копирования, где **ind_c** – индекс подстроки, которую копируем; **length** – длина подстроки, которую копируем. Вторая

функция – вставки скопированной подстроки `insert(ind_i)`, где `index_i` – индекс, с которого будет начинаться вставляемая подстрока.

- 18) Пользователь вводит две даты в формате **DD month YYYY** (**month** вводится как текст). Написать функцию, которая определяет более позднюю дату. Если даты равны, то результатом функции будет 0.
- 19) Пользователь вводит две даты в формате **DD month YYYY** (**month** вводится как текст). Написать функцию, которая определяет более раннюю дату. Если даты равны, то результатом функции будет 0.
- 20) Реализовать функцию, которая в строке находит подстроку, которая находится между наборами символов **start** и **end**, (**start** и **end** вводит пользователь). Функция возвращает найденную подстроку либо 0.

3.2.2. Задания повышенной сложности

- 1) Вводится комплексное число в виде $a + ib$, где $i = \sqrt{-1}$ и натуральное значение n . Написать функцию, которая будет вычислять $(a + ib)^n$.
- 2) Разработать простейшую программу шифрования и дешифровки текста. Идея алгоритма шифрования заключается в преобразовании введенного текста в числовой массив в соответствии с кодировкой ASCII и дальнейшем переводе чисел из десятичной системы счисления в двоичную.
- 3) Пользователь вводит время в формате **HH:MM:SS** и временной интервал в таком же формате. Написать функцию, которая будет вычислять результат, если к введенной дате прибавим временной интервал.
- 4) Пользователь вводит время в формате **HH:MM:SS** и временной интервал в таком же формате. Написать функцию, которая будет вычислять результат, если от введенной даты отнять временной интервал.

- 5) Пользователь вводит дату в формате **DD-MM-YYYY** и количество дней прошедших с этой даты. Написать функцию, которая будет определять дату с учетом прошедших дней.
- 6) Пользователь вводит две даты в формате **DD-MM-YYYY**. Написать функцию, которая будет определять количество дней, которое прошло между двумя датами.

3.3. Функции для работы с матрицами

- 1) Составить следующие функции для работы с матрицей:
 - в одномерном массиве найти среднее значение среди положительных чисел;
 - с помощью первой функции для каждой строки матрицы найти среднее значение среди положительных чисел и получить одномерный массив, количество элементов которого соответствует количеству строк матрицы;
 - вывести матрицу и справа от нее полученный с помощью второй функции одномерный массив, т. е. справа после каждой строки вывести ее среднее значение среди положительных чисел этой строки.

В **main** определить матрицу при объявлении, вызвать вторую и третью функции.

- 2) Составить следующие функции для работы с целочисленной квадратной матрицей:
 - ввод матрицы;
 - логическую функцию, которая для одного целого числа (не для одномерного массива и не для матрицы) определяет, простое это число или нет;
 - с помощью второй функции на побочной диагонали матрицы найти (и вернуть в **main**, а не вывести) количество простых чисел.

В **main** вызвать первую и третью функции и вывести найденное с помощью третьей функции количество простых чисел.

- 3) Составить следующие функции для работы с матрицей:

- в одномерном массиве найти наибольший элемент и его номер;
- с помощью первой функции в каждой строке матрицы найти наибольший элемент и его номер, т. е. получить два одномерных массива, количество элементов которых соответствует количеству строк матрицы;
- вывести матрицу и справа от нее полученные с помощью второй функции два одномерных массива, т. е. справа после каждой строки вывести ее наибольший элемент и его номер в строке.

В `main` определить матрицу при объявлении и вызвать третью функцию.

4) Составить следующие функции для работы с матрицей:

- функцию, которая для одного целого числа (не для одномерного массива и не для матрицы) определяет, является ли оно кратным числу K , где K и анализируемое число – два входных параметра функции;
- с помощью первой функции для каждой строки матрицы найти номер первого по порядку четного числа и получить одномерный массив этих номеров. Количество элементов одномерного массива соответствует количеству строк матрицы;
- вывести матрицу и справа от нее полученный с помощью второй функции одномерный массив, то есть справа после каждой строки вывести номер первого четного числа этой строки.

В `main` определить матрицу при объявлении и вызвать третью функцию.

5) Составить следующие функции для работы с матрицей:

- в одномерном массиве (не в матрице) найти сумму модулей до первого нуля. Если нуль в начале массива, получить нуль, а если нулей нет – сумму модулей всех чисел массива;
- с помощью первой функции для каждой строки матрицы найти сумму модулей до первого нуля и получить одномерный массив, количество элементов которого соответствует количеству строк матрицы;

- вывести матрицу и справа от нее полученный с помощью второй функции одномерный массив, т. е. справа после каждой строки вывести сумму ее модулей до первого нуля.

В `main` определить матрицу при объявлении и вызвать третью функцию.

- 6) Составить следующие функции для работы с целочисленной квадратной матрицей:

- вывести матрицу;
- логическую функцию, которая для одного целого числа (не для одномерного массива и не для матрицы) определяет, есть ли нуль в двоичной записи целого числа;
- с помощью второй функции на главной диагонали матрицы найти и вернуть в `main` количество чисел, у которых нет нулей в двоичной записи числа (например $7 \rightarrow 111$, $15 \rightarrow 1111$, $63 \rightarrow 111111$).

В `main` определить матрицу при объявлении и вызвать первую и третью функции и вывести найденное количество чисел.

- 7) Дана матрица A , в которой $A_{i,j}$ – оценка i -го студента на j -м экзамене. Составить следующие функции для работы с такой матрицей:

- ввод матрицы. Предусмотреть контроль ввода, т. е. если введем несуществующую оценку (меньше единицы или больше 10), то повторить ввод элемента матрицы для этих же индексов;
- функцию, которая для одномерного массива (не для матрицы) возвращает единицу, если это оценки отличника (т.е. только 9 и/или 10) и нуль в противном случае;
- функцию, которая для матрицы с помощью второй функции возвращает количество отличников.

В `main` вызвать первую и третью функции и вывести количество отличников.

- 8) Составить следующие функции для работы с целочисленной квадратной матрицей:

- вывести правый нижний треугольник;
- логическую функцию, которая для одного целого числа (не для одномерного массива и не для матрицы) определяет, все ли буквы в шестнадцатеричном представлении числа;
- с помощью второй функции в правом нижнем треугольнике квадратной матрицы найти (и вернуть в `main`) количество чисел, у которых в шестнадцатеричном представлении числа все буквы.

В `main` определить матрицу при объявлении, вызвать первую и третью функции и вывести найденное количество чисел.

- 9) Дана матрица A , в которой $A_{i,j}$ – оценка i -го студента на j -м экзамене по 10-балльной системе. Составить следующие функции для работы с такой матрицей:

- ввод матрицы. Предусмотреть контроль ввода, т. е. если введем несуществующую оценку (меньше единицы или больше 10), то повторить ввод элемента матрицы для этих же индексов;
- функцию, которая для одномерного массива (не для матрицы) возвращает единицу, если это оценки двоечника (есть хотя бы одна оценка 1, 2, 3 независимо от других оценок) и ноль в противном случае;
- функцию, которая для всей матрицы с помощью второй функции возвращает количество двоечников.

В `main` определить матрицу при объявлении, вызвать первую и третью функции и вывести полученный результат.

- 10) Составить функции для работы с целочисленной квадратной матрицей:

- вывести нижний левый треугольник матрицы;
- логическую функцию, которая для одного целого числа (не для одномерного массива и не для матрицы) определяет, есть ли буква в шестнадцатеричной записи числа;
- с помощью второй функции в нижнем левом треугольнике матрицы найти (и вернуть в `main`) количество чисел, в которых в шестнадцатеричной записи есть буква.

В `main` определить матрицу при объявлении, вызвать первую и третью функции и вывести полученный результат.

- 11) Дана матрица A , в которой $A_{i,j}$ – оценка i -го студента на j -м экзамене по 10-балльной системе. Фамилии и названия предметов в памяти не хранятся. Составить следующие функции для работы с такой матрицей:

- ввод матрицы. Предусмотреть контроль ввода, т. е. если введем несуществующую оценку, то повторить ввод элемента матрицы для этих же индексов;
- функцию, которая для одномерного массива (не для матрицы) возвращает 2, если в одномерном массиве есть хотя бы одна неудовлетворительная оценка; 3, если есть хотя бы одна 4 и/или 5, но нет плохих оценок; 4, если есть хотя бы одна 6, 7 и/или 8, но нет оценок из диапазона 1–5; 5, если все оценки отличные (9 и/или 10);
- функцию, которая для каждой строки матрицы с помощью второй функции получает рейтинг и выводит матрицу, а справа от каждой строки одно из полученных чисел (2 или 3, или 4, или 5).

В `main` определить матрицу при объявлении, вызвать первую и третью функции.

- 12) Дана матрица A , в которой $A_{i,j}$ – оценка i -го студента на j -м экзамене по 10-балльной системе. Фамилии и названия предметов в памяти не хранятся. Составить следующие функции для работы с такой матрицей:

- ввод матрицы. Предусмотреть контроль ввода, т.е. если введем несуществующую оценку, то повторить ввод элемента матрицы для этих же индексов;
- функцию, которая для одномерного массива (не для матрицы) возвращает количество плохих (1, 2, 3) оценок;
- функцию, которая с помощью второй функции находит строку с наибольшим количеством плохих оценок.

В `main` вызвать первую и третью функции и вывести найденную строку.

13) Составить функции для работы с целочисленной квадратной матрицей:

- вывести верхний левый треугольник;
- логическую функцию, которая для одного целого числа (не для одномерного массива и не для матрицы) определяет, есть ли буква в шестнадцатеричной записи целого числа;
- с помощью второй функции в верхнем левом треугольнике матрицы найти (и вернуть в `main`) количество чисел, в которых в шестнадцатеричной записи нет букв.

В `main` определить матрицу при объявлении, вызвать первую и третью функции и вывести полученный результат.

14) Составить следующие функции для работы с целочисленной матрицей фиксированной размерности с элементами типа `short`:

- вывод матрицы в десятичной системе счисления;
- функцию, которая для одного целого числа (не для одномерного массива и не для матрицы) выводит шестнадцатеричную запись целого числа, не используя формат «`%X`» функции `printf` и модификатор `hex` для `cout`;
- вывод матрицы в шестнадцатеричной системе счисления с помощью второй функции.

В `main` определить матрицу при объявлении, вызвать первую и третью функции.

15) Составить следующие функции для работы с целочисленной матрицей фиксированной размерности с элементами типа `short`:

- вывод матрицы в десятичной системе счисления;
- функцию, которая для одного целого числа (не для одномерного массива и не для матрицы) выводит двоичную запись целого числа;
- вывод матрицы в двоичной системе счисления с помощью второй функции.

В `main` определить матрицу при объявлении, вызвать первую и третью функции и вывести полученный результат.

16) Составить следующие функции для работы с матрицей:

- в одномерном массиве (не в матрице) найти наибольший и наименьший элементы;
- с помощью первой функции во всей матрице найти наибольший и наименьший элементы, т. е. результатом этой функции являются два числа;
- вывести матрицу.

В `main` определить матрицу при объявлении, вызвать вторую и третью функции и вывести полученный результат.

17) Составить следующие функции для работы с матрицей:

- в одномерном массиве (не в матрице) поменять местами наибольший и наименьший элементы. Возвратить номера наибольшего и наименьшего элементов, которые понадобятся во второй и третьей функциях;
- с помощью первой функции в каждой строке матрицы поменять местами наибольший и наименьший элементы. Предполагается, что в каждой строке один наибольший и один наименьший элементы;
- используя первую функцию, вывести матрицу, а справа от нее – номера измененных элементов каждой строки в виде двух столбиков.

В `main` определить матрицу при объявлении, вызвать третью функцию, выполнить вторую функцию и еще раз вызвать третью функцию для вывода матрицы после преобразования.

18) Составить следующие функции для работы с матрицей:

- в одномерном массиве (не в матрице) найти наименьшее значение среди положительных чисел;
- с помощью первой функции для каждой строки матрицы найти наименьшее значение среди положительных чисел и получить одномерный массив, количество элементов которого соответствует количеству строк матрицы;

- вывести матрицу и справа от нее полученный с помощью второй функции одномерный массив, т. е. справа после каждой строки вывести ее наименьшее значение среди положительных чисел этой строки.

В `main` определить матрицу при объявлении, вызвать вторую и третью функции.

19) Составить следующие функции для работы с целочисленной квадратной матрицей:

1. вывести матрицу;
2. функцию, которая для одного целого числа (не для одномерного массива и не для матрицы) находит и возвращает во вторую функцию сумму цифр числа ($2015 \rightarrow 5 + 1 + 0 + 2 = 8$);
3. с помощью второй функции на побочной диагонали матрицы найти (и вернуть в `main`), количество чисел, у которых сумма цифр меньше заданной `SUM0`, которая вводится в `main` и передается через входной параметр этой третьей функции.

В `main` определить матрицу при объявлении, вызвать первую функцию, ввести `SUM0`, вызвать третью функцию и вывести найденное количество чисел.

20) Составить следующие функции для работы с матрицей:

1. в одномерном массиве (не в матрице) найти наибольший элемент и его номер. Если наибольших чисел несколько, найти номер первого из них;
2. вывести матрицу;
3. с помощью первой функции во всей матрице найти наибольший элемент и номер строки и столбца, где он находится, т.е. результатом этой функции являются три числа.

В `main` определить матрицу при объявлении, вызвать вторую и третью функции и вывести полученный результат, т.е. наибольший элемент всей матрицы, номер строки и столбца, где он находится.

3.4. Рекурсивные функции

3.4.1. Основные задания

Требования. Задания выполнить в двух вариантах: 1) с использованием рекурсивной функции; 2) в обычной (не рекурсивной) функции использовать циклы. Сравнить оба варианта с точки зрения памяти и быстродействия.

- 1) Вычислить для заданного натурального n :

$$\sum_{i=1}^n \frac{(-1)^i i^2 (i+1)}{i!}.$$

- 2) Найти n -й член числовой последовательности, которая определяется рекуррентной формулой

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, a_{n+1} = 3a_n + 2a_{n-1} + a_{n-2}.$$

- 3) Для заданных вещественном x и натуральном n найти значение полинома Чебышева $T_n(x)$ по рекуррентной формуле

$$T_0(x) = 1, T_1(x) = x, T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x).$$

- 4) Найти значение функции $C(m, n)$, где $0 < m < n$, если:

$$C_n^0 = C_n^n = 1, C_n^m = C_{n-1}^m + C_{n-1}^{m-1}.$$

- 5) С помощью признака делимости на 3 проверьте, кратно ли данное натуральное число трем.
- 6) Найдите n -ю степень (n – натуральное число) числа a , используя рекурсивную функцию.
- 7) Найдите n -й член арифметической прогрессии с заданными первым членом a и разностью прогрессии d .
- 8) Найдите n -й член геометрической прогрессии с заданными первым членом b и знаменателем прогрессии q .
- 9) Методом половинного деления уточните корень уравнения $f(x) = 0$.

- 10) Найти максимальный элемент массива a_1, a_2, \dots, a_n .
- 11) В одномерном массиве найти i и j такие, что подпоследовательность a_i, a_{i+1}, \dots, a_j является перевертышем.
- 12) В одномерном числовом массиве найдите подпоследовательность подряд идущих элементов, сумма которых максимальна.
- 13) Рассортировать одномерный массив методом простого выбора.
- 14) Запрограммировать алгоритм двоичного поиска элемента одномерного массива равного данному числу.
- 15) Разработайте рекурсивную функцию нахождения значения функции Аккермана, которая определяется для всех неотрицательных целых аргументов m и n следующим образом:

$$\begin{aligned} A(0, n) &= n + 1, \\ A(m, 0) &= A(m - 1, 1), \text{ если } (m > 0), \\ A(m, n) &= A(m - 1, A(m, n - 1)), \text{ если } (m, n > 0). \end{aligned}$$

- 16) Дана матрица $a(m, n)$. Найдите в ней путь от элемента первой строки матрицы до элемента последней строки с максимальной суммой. Ходить можно вниз по вертикали или по диагоналям.
- 17) Вычислите определитель заданной матрицы, пользуясь формулой разложения по первой строке:

$$\det A = \sum_k (-1)^{k+1} a_{1k} \det(B_k),$$

где матрица B_k получается из матрицы A вычеркиванием первой строки и k -го столбца.

- 18) Дана матрица $A(m, n)$. Найдите в ней прямоугольную подматрицу, сумма элементов которой максимальна.
- 19) Дана матрица $A(m, n)$, состоящая из нулей и единиц. Найдите в ней прямоугольную подматрицу из одних единиц максимального размера (т. е. с максимальным произведением высоты на длину).
- 20) Найдите n -й член геометрической прогрессии с заданными первым членом b и знаменателем прогрессии q .

3.4.2. Задания повышенной сложности

- 1) Задан массив $M[1 : N]$ натуральных чисел, упорядоченный по неубыванию, т. е. $M[1] \leq M[2] \leq \dots \leq M[N]$.

Найти первое натуральное число, не представимое суммой никаких элементов этого массива, при этом сумма может состоять и из одного слагаемого, но каждый элемент массива может входить в нее только один раз.

- 2) Фишка может двигаться по полю длины N только вперед. Длина хода фишки не более K . Найти число различных путей, по которым фишка может пройти поле от начала до конца.

Пример. $N = 3, K = 2$.

Возможные пути:

1, 1, 1

2, 1

1, 2

Ответ: 3.

- 3) Даны числа a и b . Определите, сколько существует последовательностей из a нулей и b единиц, в которых никакие два нуля не стоят рядом.

3.5. Указатели на функции

Требования и общие указания к заданиям.

- Составить функцию, которая по заданной формуле (Симпсона, трапеций, прямоугольников и др.) вычисляет значение определенного интеграла от произвольной функции одной переменной или решает произвольное нелинейное уравнение $f(x) = 0$ с помощью заданного численного метода.
- В качестве одного из параметров этой функции должен быть указатель на подынтегральную функцию или указатель на функцию левой части уравнения $f(x) = 0$.
- Функцию для вычисления определенного интеграла проверить, используя аналитическое выражение для первообразной, с помощью какой-нибудь системы компьютерной математики (Mathcad, Mathematica и др.) или с помощью любого другого метода.
- При решении нелинейных уравнений корни отделить графически или другим способом. Отрезок, на котором находится корень, для функции предполагается известным.
- Запрограммировать проверку найденных решений нелинейных уравнений.

3.5.1. Основные задания

- 1) Составить функцию, которая вычисляет значение определенного интеграла $I = \int_a^b f(x)dx$ от произвольной функции одной переменной по формуле правых прямоугольников:

$$I \approx h \cdot \sum_{i=1}^n f(x_i),$$

где n фиксировано, $h = \frac{b-a}{n}$, $x_i = x_0 + ih$; $i = 0, 1, 2, \dots, n$; $x_0 = a$, $x_n = b$.

Функцию проверить для вычисления интеграла $\int_0^{\pi/4} \sin x^2 dx$.
 Значение функции $f(t) = \sin t$ вычислять с заданной точностью ε , используя разложение в ряд Тейлора: $\sin t = t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots$.

- 2) Составить функцию, которая вычисляет значение определенного интеграла $I = \int_a^b f(x)dx$ от произвольной функции одной переменной по формуле левых прямоугольников

$$I \approx h \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i),$$

где n фиксированно, $h = \frac{b-a}{h}$; $x_i = x_0 + ih$; $i = 0, 1, 2, \dots, n$; $x_0 = a$, $x_n = b$. Функцию проверить для вычисления интеграла $\int_0^1 \cos x^2 dx$. Значение функции $f(t) = \cos t$ вычислять с заданной точностью ε , используя разложение в ряд Тейлора:

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots$$

- 3) Составить функцию, которая вычисляет значение определенного интеграла $I = \int_a^b f(x)dx$ от произвольной функции одной переменной по формуле средних прямоугольников

$$I \approx h \sum_{i=0}^{n-1} f\left(x_i + \frac{h}{2}\right),$$

где n фиксированно, $h = \frac{b-a}{h}$; $x_i = x_0 + ih$; $i = 0, 1, 2, \dots, n$; $x_0 = a$, $x_n = b$.

Функцию проверить для вычисления интеграла $\int_2^4 \exp\left(\frac{1}{x}\right)$. Значение функции $f(t) = e^t$, где $t = \frac{1}{x}$, вычислять с заданной точностью ε , используя разложение в ряд Тейлора

$$e^t = t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \frac{t^4}{4!} + \dots$$

- 4) Составить функцию, которая вычисляет значение определенного интеграла $I = \int_a^b f(x)dx$ от произвольной функции одной переменной с помощью составной формулы трапеций:

$$I \approx h \left(\frac{f(a)}{2} + f(a+h) + f(a+2h) + \dots + f(a+(n-1)h) + \frac{f(b)}{2} \right),$$

где n фиксированно, $h = \frac{b-a}{h}$. С помощью составленной функции вычислить значение интеграла $\int_{0,5}^{3,5} \sqrt{2x^2 + 3} dx$ для $n = 3, 6, 9$. Для вычисления $f(t) = \sqrt{t}$, где $t = 2x^2 + 3$, составить и использовать функцию, которая реализует следующий итерационный алгоритм:

$$y_0 = t, \quad y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{y_n} - y_n \right), \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Вычисления продолжаютсся до тех пор, пока не выполнится условие $|y_{n+1} - y_n| < \epsilon$. Массив y не формируется, достаточно двух переменных для старого и нового значений y .

- 5) Составить функцию, которая вычисляет значение определенного интеграла $I = \int_a^b f(x)dx$ от произвольной функции одной переменной, используя составную формулу трапеций

$$I \approx h \left(\frac{f(a)}{2} + f(a+h) + f(a+2h) + \dots + f(a+(n-1)h) + \frac{f(b)}{2} \right),$$

где n фиксированно, $h = \frac{b-a}{h}$. С помощью составленной функции вычислить значения интеграла $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 + c^2}}{x} dx$ для $c = 1, 1,2, 1,4, \dots, 2,8, 3$. Значение функции $f(t) = \sqrt{t}$ вычислять по итерационной формуле, приведенной в варианте 4.

- 6) Составить функцию, которая вычисляет значение определенного интеграла $I = \int_a^b f(x)dx$ от произвольной функции одной переменной, используя составную формулу Симпсона

$$I \approx \frac{b-a}{3n} (f(a) + 2(f(a+2h) + \dots + f(a+(n-2)h)) + \\ + 4(f(a+h) + \dots + f(a+(n-1)h)) + f(b)),$$

где n фиксированно, $h = \frac{b-a}{h}$. С помощью составленной функции вычислить значение интеграла $\int_0^1 \exp(-x^2)dx$. Значение функции $f(t) = e^t$, где $t = -x^2$, вычислять с заданной точностью ϵ , используя разложение в ряд Тейлора

$$e^t = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \dots$$

- 7) Составить функцию, которая вычисляет значение определенного интеграла $I = \int_a^b f(x)dx$ от произвольной функции одной переменной, используя составную формулу Симпсона

$$I \approx \frac{b-a}{3n} (f(a) + 2(f(a+2h) + \dots + f(a+(n-2)h)) + \\ + 4(f(a+h) + \dots + f(a+(n-1)h)) + f(b)),$$

где n фиксированно, $h = \frac{b-a}{h}$. С помощью составленной функции вычислить значение интеграла $\int_0^1 \ln(1+x^2)dx$ для $n = 6$. Значение функции $f(t) = \ln(1+t)$, где $t = x^2$, вычислять с заданной точностью ϵ , используя разложение в ряд Тейлора

$$e^t = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \dots$$

- 8) Составить функцию для вычисления определенного интеграла $I = \int_a^b f(x)dx$ от произвольной функции одной переменной по следующей формуле:

$$I \approx \frac{3h}{8} ((f_0 + f_n) + 3(f_1 + f_2 + f_4 + \dots + f_{n-2} + f_{n-1}) +$$

$$+ 2(f_3 + f_6 + \dots + f_{n-3}),$$

где n фиксировано и кратно трем, $h = \frac{b-a}{h}$, $f_i = f(a + ih)$. С помощью составленной функции вычислить значения интегралов $\int_0^{\pi/k} \sin kx dx$ для $k = 1/4, 1/2, 1, 2$. Значение функции $f(t) = \sin t$, где $t = kx$, вычислять с заданной точностью ε , используя разложение в ряд Тейлора $\sin t = t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots$.

- 9) Составить функцию для приближенного решения произвольного нелинейного уравнения $f(x) = 0$ методом деления отрезка пополам с точностью $\varepsilon = 0,1$. Используя эту функцию, решить уравнения

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{ax} + \frac{x}{a^2 + x^2} = 0, \text{ где } a = 0,5 + 0,1k, \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5.$$

- 10) Составить функцию для приближенного решения произвольного нелинейного уравнения $f(x) = 0$ методом простой итерации с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$. Используя эту функцию, решить уравнения $\alpha x^2 - \sin x - 3 = 0$ для $\alpha = 1, 2, 3, 4$.

Указание. В методе простой итерации исходное уравнение приводится к виду $x = \varphi(x)$. Начиная с некоторого заданного начального значения x_0 , строим последовательность по правилу $x_{n+1} = \varphi(x_n)$. Вычисления прекращаем, если на некотором шаге получим $|x_{n+1} - \varphi(x_n)| < \varepsilon$, где ε – заданная точность решения уравнения.

- 11) Составить функцию для приближенного решения произвольного нелинейного уравнения $f(x) = 0$ методом Ньютона с точностью ε . Используя эту функцию, решить уравнения $3x - e^{kx} = 0$ для $k = 1, 2, 3, 4, 5$ с точностью $\varepsilon_1 = 10^{-5}$. Значение e^t вычислять с заданной точностью $\varepsilon_2 = 10^{-6}$ с помощью разложения в ряд Тейлора

$$e^t = 1 + t + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \dots$$

Указание. В методе Ньютона по заданному начальному приближению x_0 строим последовательность по правилу $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$.

Вычисления продолжаются до тех пор, пока не выполнится условие $|x_{n+1} - x_n| < \epsilon$. Массив x не формируется, достаточно двух переменных для старого и нового значений x .

- 12) Составить функцию для приближенного решения нелинейного уравнения $f(x) = 0$ с точностью $\epsilon = 10^{-5}$ методом секущих. Используя эту функцию, решить уравнения $x - \sin x - \alpha = 0$ для $\alpha = 2, 2, 5, 3$.

Указание. В методе секущих по двум начальным приближениям x_0 и x_1 строим последовательность по правилу

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(x_n - x_{n-1})f(x_n)}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Вычисления продолжаются до тех пор, пока не выполнится условие $|x_{n+1} - x_n| < \epsilon$. Массив x не формируется, достаточно двух переменных для старого и нового значений x .

- 13) Составить функцию для решения произвольного нелинейного уравнения $f(x) = 0$ модифицированным методом секущих с точностью $\epsilon = 0,5 \cdot 10^{-5}$. Используя эту функцию, решить уравнение $x^2 + \cos x - \alpha = 0$ для $\alpha = 3, 4, 5, 6$.

Указание. В модифицированном методе секущих по двум начальным приближениям x_0 и x_1 строим последовательность по правилу

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(b - x_n)f(x_n)}{f(b) - f(x_{n-1})}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad x_0 = a$$

при $f(b)f(x) > 0$ для $\forall x \in [a, b]$. Вычисления прекращаем, если на некотором шаге получим $|x_{n+1} - x_n| < \epsilon$, где ϵ – заданная точность решения уравнения.

- 14) Составить функцию, которая выводит таблицу значений произвольной функции от одной переменной на отрезке $[u, v]$ с шагом h . С помощью составленной функции построить таблицу значений функции $y = \arcsin(x)$ на отрезке $[-1, 1]$ с шагом $h = 0.1$. Значение функции $y = \arcsin(x)$ вычислять с заданной точностью ϵ , используя разложение в ряд:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{4^n (n!)^2 (2n+1) x^{2n+1}}.$$

- 15) Составить функцию, которая находит приближенно, с точностью $\varepsilon = 0,001$ минимум произвольной функции от одной переменной на отрезке $[u, v]$. С помощью составленной функции найти минимум функции $f(x) = \frac{1}{1+x} + \sin x$ на отрезке $[-0,9, 0,9]$. Значение функции $y = \sin x$ вычислять с заданной точностью ε , используя разложение в ряд Тейлора:

$$y = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$$

- 16) Составить функцию, которая выводит таблицу значений произвольной функции от одной переменной на отрезке $[u, v]$ с шагом h . С помощью составленной функции построить таблицу значений функции $y = \arctg(x)$ на отрезке $[-1, 1]$ с шагом $h = 0,1$. Значение функции $y = \arctg(x)$ вычислять с заданной точностью ε , используя разложение в ряд:

$$y = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

- 17) Составить функцию для приближенного решения произвольного нелинейного уравнения $f(x) = 0$ методом деления отрезка пополам с точностью $\varepsilon = 0,1$. Используя эту функцию, решить уравнения:

$$\sin ax + \cos^2 ax = 0, \quad a = 0,5 + 0,1k, \quad k = 0, 1, 2, 3, 4, 5.$$

- 18) Составить функцию, которая выводит таблицу значений произвольной функции от одной переменной на отрезке $[u, v]$ с шагом h . С помощью составленной функции построить таблицу значений функции $y = \arccos(x)$ на отрезке $[-1, 1]$ с шагом $h = 0,1$. Значение функции $y = \arccos(x)$ вычислять с заданной точностью ε , используя разложение в ряд

$$y = \frac{\pi}{2} - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{4^n (n!)^2 (2n+1) x^{2n+1}}.$$

- 19) Составить функцию для приближенного решения произвольного нелинейного уравнения $f(x) = 0$ методом деления отрезка

пополам с точностью $\varepsilon = 0,1$. Используя эту функцию, решить уравнения:

$$\sin ax + x^2 = 0, \quad a = 0,5 + 0,1k, \quad k = 2, 3, 4, 5.$$

- 20) Составить функцию, которая выводит таблицу значений произвольной функции от одной переменной на отрезке $[u, v]$ с шагом h . С помощью составленной функции построить таблицу значений функции $y = \operatorname{sh}(x)$ на отрезке $[-1, 1]$ с шагом $h = 0,1$. Значение функции $y = \operatorname{sh}(x)$ вычислять с заданной точностью ε , используя разложение в ряд:

$$y = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots$$

3.5.2. Задания повышенной сложности

1–8. Найти приближенное значение интеграла $I = \int_a^b f(x)dx$ с заданной точностью ε , используя соответствующие формулы (см. основные задания).

Указание. Приближенное значение интеграла вычисляется не для одного фиксированного количества n разбиений отрезка $[a, b]$, как это было в уровне в основных заданиях, а используется двойной пересчет. Сначала интеграл вычисляется для n разбиений, затем для $2n$, $4n$ и так далее. Вычисления прекращаем, если на некотором шаге получим $|I_1 - I_2| < \varepsilon$, где I_1 – значение интеграла, полученное на предыдущем шаге, а I_2 – значение интеграла, полученное на данном текущем шаге. Здесь ε – точность для вычисления интеграла, которая необязательно должна совпадать с точностью, которая используется при вычислении подынтегральной функции $\sin t$, $\cos t$ и других.

4. Основы объектно ориентированного программирования

4.1. Структуры

Требование. Задания реализовать с помощью нескольких функций, количество и назначение которых зависят от варианта. В функциях можно реализовать, например, ввод, вывод полей одной структуры и массива структур; формирование динамического массива структур и динамического массива в структуре, включив его размерность в качестве поля структуры; поиск, вычисление, получение полей новой структуры, получение других результатов в зависимости от вариантов.

- 1) Поля структуры: название точки (**char**), ее пространственные координаты и расстояние до начала координат (**float**, *вычисляется*). Найти и вывести все точки, для которых расстояние до начала координат больше заданного d .
- 2) Поля структуры: фамилия, имя, отчество человека (**char**) и его возраст (**int**). Найти и вывести всех людей моложе заданного возраста.
- 3) Поля структуры: название товара (**char**), количество проданных товаров и цена за единицу товара (**int**). Найти и вывести, на какую сумму продан заданный товар.
- 4) Поля структуры: название товара (**char**), количество проданного и дата продажи (день, месяц, год). Одинаковое название товара может повторяться, если он продавался в разные дни. Найти количество указанного товара, проданного за заданный интервал времени, который задаем в виде двух дат. Дату продажи задать как массив из трех целых чисел или как три переменные целого типа.
- 5) Поля структуры: название автомобиля (**char**), год выпуска (**int**) и объем двигателя (**float**). Найти и вывести информацию обо всех автомобилях, выпущенных в заданный интервал времени (две даты) с объемом двигателя в интервале, задаваемом пользователем.

- 6) Поля структуры: название товара (**char**), себестоимость и цена реализации (**int**). Внутри структуры написать функцию типа **float** для вычисления рентабельности товара (*вычисляется в функции*). Найти и вывести информацию обо всех товарах с рентабельностью, больше заданной.
- 7) Поля структуры: фамилия, имя, отчество человека (**char**) и пять аттестационных оценок (**int**). Найти и вывести информацию о студентах со средней оценкой больше или равной заданной.
- 8) Поля структуры: фамилия, имя, отчество человека (**char**) и дата его рождения как три целых числа, возраст в годах (*вычисляется в функции*). Найти и вывести информацию обо всех сотрудниках, возраст которых моложе заданного.
- 9) Поля структуры: фамилия, имя, отчество человека (**char**), пол (**boolean**) и возраст в годах. Рассортировать массив структур по возрастанию возраста, а если возраст одинаковый – по полу.
- 10) Поля структуры: название книги, издательство (**char**) и количество экземпляров. Найти и вывести общий тираж всех книг (общее количество) по заданному издательству.
- 11) Поля первой структуры: названия точек начала и конца вектора (**char**) и их декартовы координаты на плоскости (**float**, *использовать вложенную структуру*). Из первого массива структур создать второй массив структур, в котором будут названия точек начала и конца вектора (**char**) и длина вектора (**float**).
- 12) Поля первой структуры: название точки (**char**) и ее декартовы координаты на плоскости (**float**, *использовать вложенную структуру*). Из первого массива структур создать второй массив структур, в котором будут название точки (**char**) и ее полярные координаты (**float**).
- 13) Поля первой структуры: название точки (**char**) и ее декартовы координаты в пространстве (**float**, *использовать вложенную структуру*). Из первого массива структур создать второй массив структур, в котором будут название точки (**char**) и ее цилиндрические координаты **float**.

- 14) Поля первой структуры: название точки (**char**) и ее декартовы координаты в пространстве (**float**, *использовать вложенную структуру*). Из первого массива структур создать второй массив структур, в котором будут название точки (**char**) и ее сферические координаты (**float**).
- 15) Поля первой структуры: фамилия, имя, отчество владельца вклада (**char**), название вклада (**char**) и сумма вклада (**int**). Поля второй структуры: название вклада (**char**) и процент по нему (**float**). Из двух массивов структур получить третий массив структур, в котором будут фамилия владельца и сумма вклада с учетом процента.
- 16) Поля структуры: фамилия, имя, отчество вкладчика (**char**), сумма вклада (**int**) и процент по вкладу (**float**). Найти и вывести информацию о вкладчиках, у которых суммы процентных выплат больше, чем заданная.
- 17) Поля структуры: название товара, фамилия имя, отчество продавца (**char**), сумма продаж (**float**). Вывести n продавцов, которые стали лучшими (n вводится пользователем). Предлагается предварительно рассортировать массив структур по убыванию сумм продаж.
- 18) Поля структуры: название товара (**char**) и количество проданного товара (**int**). При этом название товара может повторяться. Сгруппировать записи структуры по названию товара и вычислить суммарное количество каждого проданного товара.
- 19) Поля структуры: название компании (**char**), сумма задолженности (**float**) и дата возврата долга (три целых числа). Найти и вывести компании, просрочившие долг, и общую сумму просрочки по всем компаниям.
- 20) Поля структуры: название компании (**char**) сумма задолженности (**int**) и количество просроченных дней (**int**). За каждый просроченный день начисляется пеня (**float**) в размере $p\%$ от суммы задолженности. Одинаковую для всех компаний величину p ввести с экрана. Вычислить суммы пени для каждой компании и общую сумму пени по всем компаниям.

4.2. Объединения и поля битов

Требование. Там, где это возможно (например, в вариантах 1—8), выполнить одно и то же задание тремя способами:

- используя алгоритм деления на 2 или на 16;
 - используя битовые операции;
 - используя объединение и поля битов.
- 1) Перевести целое положительное двухбайтное число из десятичной системы счисления в двоичную.
 - 2) Перевести целое отрицательное двухбайтное число из десятичной системы счисления в двоичную.
 - 3) Перевести целое положительное четырехбайтное число из десятичной системы счисления в двоичную.
 - 4) Перевести целое отрицательное четырехбайтное число из десятичной системы счисления в двоичную.
 - 5) Перевести целое положительное двухбайтное число из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную.
 - 6) Перевести целое отрицательное двухбайтное число из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную.
 - 7) Перевести целое положительное четырехбайтное число из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную.
 - 8) Перевести целое отрицательное четырехбайтное число из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную.
 - 9) Вывести код нажатой на клавиатуре клавиши, включая и управляющие (*Insert*, *Delete*, стрелки и другие).
 - 10) Запрограммировать калькулятор для перевода целых чисел из 10-й в 2-ю системы счисления (с. с.) и из 10-й в 16-ю с. с. С помощью перечисляемого типа предусмотреть следующие возможные ошибки: операнды в операциях имеют не целый тип; операнд записан не в требуемой системе счисления и другие; отсутствие ошибок. Вывести соответствующие сообщения.

- 11) Запрограммировать калькулятор для перевода целых чисел из 2-й в 10-ю с. с. и из 16-й в 10-ю с. с. С помощью перечисляемого типа предусмотреть следующие возможные ошибки: операнды в операциях имеют не целый тип; операнд записан не в требуемой системе счисления и другие; отсутствие ошибок. Вывести соответствующие сообщения.
- 12) Запрограммировать калькулятор для перевода целых чисел из 10-й в 2-ю с. с. и из 16-й в 2-ю систему счисления. С помощью перечисляемого типа предусмотреть следующие возможные ошибки: операнды в операциях имеют не целый тип; операнд записан не в требуемой системе счисления и другие; отсутствие ошибок. Вывести соответствующие сообщения.
- 13) Запрограммировать калькулятор для перевода целых чисел из 2-й в 10-ю с. с. и из 2-й в 16-ю систему счисления. С помощью перечисляемого типа предусмотреть следующие возможные ошибки: операнды в операциях имеют не целый тип; операнд записан не в требуемой системе счисления и другие; отсутствие ошибок. Вывести соответствующие сообщения.

4.3. Классы

Требование. Описать класс, в который включить конструктор, методы для реализации действий, которые указаны в варианте, и деструктор для освобождения памяти (`delete`). Наследование, указатели на объекты и динамические объекты, виртуальные функции, перегрузку операций и другие профессиональные элементы можно не использовать. В функции `main` создать объект и проверить работу всех методов класса.

- 1) Составить описание класса прямоугольников, в котором предусмотреть возможность ввода двух противоположных вершин прямоугольника, вычисления его площади и периметра, а также параллельного переноса по задаваемому вектору.
- 2) Составить описание класса треугольников, в котором предусмотреть возможность ввода трех вершин треугольника, вычисления его площади и периметра, а также параллельного переноса по задаваемому вектору.
- 3) Составить описание класса прямоугольников, в котором предусмотреть возможность ввода двух вершин прямоугольника, вычисления его площади и периметра, а также поворота вокруг центра прямоугольника на заданный угол. Угол задается в градусах.
- 4) Составить описание класса многочленов от одной переменной, в котором предусмотреть ввод многочлена по степени и массиву коэффициентов, а также вывод многочлена, операции сложения, вычитания, умножения двух многочленов.
- 5) Составить описание класса многочленов от одной переменной, в котором предусмотреть ввод многочлена по степени и массиву коэффициентов, а также вывод многочлена, операции умножения многочлена на число и возведения многочлена в натуральную степень.
- 6) Составить описание класса квадратных матриц, в котором предусмотреть ввод матрицы, операции сложения, вычитания и перемножения двух матриц, а также вывода результата.

- 7) Составить описание класса квадратных матриц, в котором предусмотреть ввод матрицы, операции умножения матрицы на число и возведения матрицы в натуральную степень, а также вывода результата.
- 8) Составить описание класса комплексных чисел, в котором предусмотреть возможность ввода комплексного числа по его действительной и мнимой части, операции сложения, вычитания, умножения, деления двух комплексных чисел, возведения комплексного числа в степень, преобразования комплексного числа в тригонометрическую и экспоненциальную форму.
- 9) Составить описание класса окружностей, в котором предусмотреть ввод окружности по координатам центра и радиусу, операции вычисления длины окружности, площади круга и переноса центра окружности по заданному вектору.
- 10) Составить описание класса векторов, в котором предусмотреть возможность ввода вектора, операции вычисления длины вектора, скалярного и векторного произведения двух векторов.
- 11) Составить описание класса квадратов, в котором предусмотреть ввод двух противоположных вершин квадрата, операции вычисления площади и периметра квадрата, переноса квадрата на заданный вектор и поворота квадрата на заданный угол вокруг начала системы координат.
- 12) Составить описание класса для определения массивов строк фиксированной длины. Предусмотреть возможность обращения к отдельным строкам массива по индексам, контроль выхода за пределы массива; выполнения операций поэлементного объединения двух массивов с образованием нового массива; объединения двух массивов с исключением повторяющихся элементов; вывод элемента массива по заданному индексу и всего массива.
- 13) Составить описание класса логарифмов, в котором предусмотреть ввод аргумента и основания логарифма, контроль ввода, операции умножения и деления двух логарифмов.
- 14) Составить описание класса множеств, в котором предусмотреть ввод множества, операции определения и вывода элементов, являющихся пересечением, объединением и исключением двух множеств.

- 15) Написать класс, формирующий случайным образом из интервала $[a_1, a_2]$ элементы матрицы 4×4 . Предусмотреть в классе функцию, которая первой строкой делает строку с максимальным по модулю первым элементом.
- 16) Составить описание класса «прямая», в котором предусмотреть ввод прямой по угловому коэффициенту и свободному члену. Класс должен содержать функцию определения координат точки пересечения двух прямых либо вывода сообщения о том, что прямые параллельны либо совпадают.
- 17) Составить описание класса «плоскость», в котором предусмотреть ввод плоскости по точке и нормальному вектору. Класс должен содержать функцию определения уравнения прямой по которой пересекаются две плоскости либо вывода сообщения о том, что плоскости параллельны либо совпадают.
- 18) Составить описание класса окружность, в котором предусмотреть ввод окружности по координатам центра и радиусу. Класс должен содержать функцию определения количества и координат точек пересечения двух окружностей.
- 19) Составить описание класса «плоскость», в котором предусмотреть ввод плоскости по двум направляющим векторам и точке или нормальному вектору и точке. В классе написать функцию, возвращающую расстояние от начала координат до плоскости.
- 20) Составить класс для моделирования городов, в котором предусмотреть хранение названия города и его географических координат. В классе определить функцию, вычисляющую расстояние между городами.

4.4. Списки

Требование. Разработать класс для работы со списком. Кроме конструктора и деструктора включить в него методы для создания и просмотра элементов списка, а также метод (методы), реализующий основную часть в зависимости от варианта задания. В `main` вывести простое меню, с помощью которого можно было бы вызвать любой метод.

- 1) Из нерассортированного списка целых чисел удалить все наибольшие элементы, оставив первый из них.
- 2) Из рассортированного списка целых чисел удалить все наибольшие элементы, кроме одного.
- 3) Из рассортированного списка целых чисел удалить повторяющиеся числа, оставив их по одному разу.
- 4) В нерассортированный список целых чисел после каждого положительного числа вставить его номер в исходном списке.
- 5) В нерассортированный список вещественных чисел после каждого максимального числа вставить номер в списке и номер среди максимальных элементов этого же списка.
- 6) В нерассортированный список вещественных чисел после каждой тройки чисел вставить их среднеарифметическое значение. Если в конце списка осталось меньше трех чисел, вставить среднеарифметическое значение из двух чисел или вставить последнее число.
- 7) Создать список, информационная часть каждого элемента которого содержит фамилию и массив из 10 оценок. Из списка удалить двоечников, то есть те элементы, в которых есть хотя бы одна 1 или 2, или 3.
- 8) Создать список, элементом которого является прямая плоскости $y = kx + b$, т.е. два числа k и b . Удалить все прямые, перпендикулярные оси OY .
- 9) Создать список, элементом которого является прямая плоскости $y = kx + b$, т.е. два числа k и b . Удалить все прямые, параллельные первой прямой этого же списка.
- 10) Создать список, элементом которого являются координаты вершин треугольников на плоскости. Удалить все треугольники с одинаковым наименьшим периметром.
- 11) Создать список, элементом которого являются координаты вершин треугольников на плоскости. После каждого треугольника, вершины которых находятся в разных четвертях, вставить треугольник, симметричный относительно оси OY .

- 12) Создать список, элементом которого являются координаты центра и радиус окружности на плоскости. После каждой окружности первой четверти вставить окружность, центр которой сдвинут на r (радиус) величин вправо.
- 13) Создать список, элементом которого являются координаты вершин четырехугольников на плоскости. После каждого квадрата со сторонами, параллельными осям координат, вставить квадрат с тем же центром, стороны которого параллельны осям координат и в два раза меньше.
- 14) Создать список, в информационной части элемента которого одномерный массив фиксированной размерности, т.е. в виде списка представить матрицу, количество строк (элементов списка) которой произвольное, а количество чисел в каждой строке одинаковое и задано в виде константы. Из матрицы удалить все строки, в которых одни нули.
- 15) Из введенного текста создать список слов. Из списка удалить те слова, которые начинаются на заданную букву.
- 16) Из нерассортированного списка целых чисел удалить повторяющиеся числа, оставив их по одному разу.
- 17) Создать список вещественных чисел. После серии подряд идущих повторяющихся чисел вставить количество их повторений.
- 18) Создать два списка целых чисел. Рассортировать каждый из них, используя алгоритм обмена. Из двух рассортированных списков путем их слияния получить новый рассортированный список, не используя третий раз алгоритм сортировки.
- 19) Создать список слов. Из списка удалить слова наименьшей длины, кроме первого.
- 20) Создать список слов. Из списка удалить слова, у которых гласных больше половины и которые начинаются с гласной буквы.

5. Файлы

Требование. Необходимо разработать и проверить функции для реализации следующих действий с бинарными файлами:

- создание файла, записи которого имеют указанную в варианте структуру;
- просмотр файла, т.е. только вывод его содержимого на экран в удобном для анализа виде без обработки и анализа;
- добавление записей в конец файла (аналогично созданию, только при объявлении объекта добавляем `(...ios::binary|ios::app)`);
- реализация функциональной части, указанной в варианте;
- желательно предусмотреть создание и просмотр второго текстового файла с результатом.

5.1. Чтение и запись в файл

- 1) Структура записей файла: отделение; фамилия, имя, отчество; массив из пяти оценок. Для заданного отделения вывести фамилии и инициалы двоечников по убыванию общего количества плохих оценок (1, 2, 3).
- 2) Структура записей файла: курс; фамилия, имя, отчество; массив из пяти оценок по десятибалльной системе. Для заданного курса вывести фамилии и инициалы отличников (9 и (или) 10) по убыванию среднего бала.
- 3) Структура записей файла: отделение; фамилия, имя, отчество; массив оценок; признак. Для каждого студента получить одно из следующих значений признака: 5 – отличник (9, 10), 4 – хорошист (6, 7, 8), 3 – троечник (4, 5), 2 – неуспевающий (1, 2, 3). Студентов заданного отделения рассортировать по этому полученному признаку. Для одинакового признака сортировать по среднему баллу.
- 4) Структура записей файла: курс; фамилия, имя отчество; массив оценок в десятибалльной системе; материальное положение

(например, 0 или 1); размер стипендии. Для каждого студента определить размер стипендии, выбрав самостоятельно критерий. Рассортировать студентов по курсам, внутри курса – по полученной стипендии.

- 5) Структура записей файла: отделение; фамилия, имя, отчество; массив оценок. Для каждого отделения вывести список (фамилия, инициалы) успевающих студентов по убыванию их среднего балла.
- 6) Структура записей файла: шифр подразделения; фамилия, имя, отчество; год рождения; образование (например, 0 – неоконченное базовое, 1 – базовое, 2 – общее среднее и т.д.). Для заданного подразделения, шифр которого вводим, вывести информацию о сотрудниках сначала по образованию, а затем для одинакового образования по возрасту.
- 7) Структура записей файла: шифр подразделения; фамилия, имя, отчество; пол, год рождения. Для каждого подразделения найти количество и процент работников пенсионного возраста, вывести их фамилии и инициалы по убыванию возраста.
- 8) Структура записей файла: шифр подразделения; фамилия, имя, отчество сотрудника; год поступления на работу. Для каждого подразделения найти количество и процент работников со стажем работы до 5 лет, от 6 до 10 лет, от 11 до 15 лет и т.д.
- 9) Структура записей файла: шифр темы; шифр книги; фамилия, имя отчество автора; название книги; издательство; год издания. Вывести список книг по заданной теме указанного издательства по убыванию года издания.
- 10) Структура записей файла: шифр темы; шифр книги; фамилия, имя, отчество автора; название книги; издательство; год издания. Вывести список книг, изданных в заданном издательстве, по возрастанию шифра темы.
- 11) Структура записей файла: шифр подразделения; план выпуска продукции по кварталам одного года в виде массива; фактическое выполнение плана по кварталам одного года в виде массива. Рассортировать информацию о работе подразделений следующим образом: сначала должна быть информация о тех подраз-

делениях, которые выполнили план во всех четырех кварталах, затем о тех, кто выполнил план в трех кварталах, и т.д.

- 12) Структура записей файла: фамилия, имя, отчество; результат соревнований по некоторому виду спорта. Найти три лучших результата и соответствующие фамилии участников. Таких победителей может быть больше трех, так как одинаковые результаты могли показать несколько участников.
- 13) Структура записей файла: фамилия, имя, отчество; пол; результат соревнований по некоторому виду спорта. Найти лучший результат среди женщин и соответствующие фамилии участников (не обязательно одна) и лучший результат среди мужчин и соответствующие фамилии участников (также не обязательно одна).
- 14) Структура записей файла: шифр банка; номер счета; размер вклада. Для каждого банка найти общее количество вкладчиков и средний размер вклада.
- 15) Структура записей файла: шифр банка; номер счета; размер вклада. Ввести информацию о поступлении денег на счета и о их снятии со счетов. Выполнить корректировку файла.
- 16) Вывести ведомость на выдачу премии за квартал, если зарплата и процент премии за каждый месяц хранятся в файле. Процент удержания из премии, одинаковый для всех работников, ввести с экрана.
- 17) Структура записей файла: шифр подразделения; шифр сотрудника; фамилия, имя, отчество; год поступления на работу. С экрана вводим следующие данные об уволенных сотрудниках: шифр подразделения и шифр сотрудника. Выполнить удаление соответствующих записей.
- 18) Структура записей файла: номер телефона; фамилия, имя, отчество абонента; адрес (улица, дом, квартира). Скорректировать файл после установки новых телефонов, информация о которых (см. структуру записей) вводится с экрана.
- 19) Структура записей файла: шифр банка; номер счета; размер вклада. Найти и вывести номера счетов и шифры банков с максимальным размером вклада.

- 20) Структура записей файла: номер телефона; фамилия, имя, отчество абонента; адрес (улица, дом, квартира). По введенному номеру телефона вывести фамилию, инициалы и адрес абонента или сообщение, что такого телефона в файле нет.

5.2. Файлы в математических задачах

5.2.1. Основные задания

- 1) В файл записать координаты точек трехмерного пространства. Найти количество точек, принадлежащих шару, координаты центра и радиус которого заданы и вводятся с экрана.
- 2) В файл записать координаты точек трехмерного пространства. Найти такую точку, что шар заданного радиуса с центром в этой точке содержит наибольшее количество точек.
- 3) Из заданного множества точек на плоскости, координаты которых должны храниться в файле, найти точки с максимальным расстоянием от заданной точки, координаты которой вводятся с экрана.
- 4) Из заданного множества точек на плоскости, координаты которых должны храниться в файле, выбрать две такие различные точки, чтобы окружности заданного радиуса с центром в этих точках содержали внутри себя одинаковое количество точек.
- 5) В файл записать коэффициенты уравнений прямых на плоскости. Посчитать количество прямых, параллельных оси OX .
- 6) В файл записать коэффициенты уравнений прямых на плоскости. Посчитать количество различных точек пересечения этих прямых и найти их координаты. Для каждой точки пересечения определить, какое количество прямых пересекается в этой точке.
- 7) В файл записать координаты вершин выпуклых четырехугольников на плоскости. Вывести на экран координаты вершин квадратов и найти их количество.

- 8) В файл записать координаты вершин выпуклых четырехугольников на плоскости. Создать два файла, первый из которых должен содержать координаты вершин параллелограммов по возрастанию их площадей, а второй – трапеций в том порядке, в котором они были в исходном файле.
- 9) В файл записать координаты точек плоскости. Вывести на экран координаты точек, расположенных на прямой, коэффициенты уравнения которой заданы и вводятся с экрана. Найти количество таких точек.
- 10) В один файл записать координаты множества точек плоскости A , а в другой – коэффициенты уравнений прямых B этой же плоскости. Найти две такие различные точки из A , что проходящая через них прямая параллельна наибольшему количеству прямых из B .
- 11) В один файл записать координаты конечного множества точек плоскости, а в другой – координаты центра и радиусы m concentric окружностей. Между какими окружностями (первой и второй, второй и третьей и т. д. $(m - 1)$ -й и m -й) больше всего точек заданного множества?
- 12) В файл записать вещественную матрицу. Записать ее построчно. Найти такие две различные строки матрицы, что их скалярное произведение наибольшее.
- 13) В файл записать целочисленную матрицу, у которой в строке хранятся оценки одного студента на всех экзаменах. Найти номера строк отличников (9, 10), хорошистов (≥ 6), троечников (≥ 4) и двоечников (есть 1, 2, или 3).
- 14) В каждой строке целочисленной матрицы, элементы которой должны храниться в файле, найти наибольшее количество одинаковых подряд идущих элементов.
- 15) В файл записать построчно целочисленную матрицу. Найти наибольшее из чисел, встречающихся в матрице более одного раза.
- 16) В файл записать построчно вещественную матрицу. Найти наибольшее среди всех чисел тех строк матрицы, которые упорядочены либо по возрастанию, либо по убыванию.

- 17) В файл записать вещественную матрицу A . Получить и записать в файл вектор B , i -й элемент которого равен скалярному произведению i -й строки матрицы на ее первую строку. Матрицу и полученный вектор вывести на экран.
- 18) В файл записать построчно вещественную матрицу. Найти и вывести строки, в которых нет отрицательных чисел.
- 19) В файл записать построчно вещественную матрицу. Найти наибольшее среди всех чисел тех строк матрицы, которые начинаются с положительного числа.
- 20) В файл записать вещественную матрицу A . С экрана ввести k – номер строки матрицы. Получить и вывести на экран скалярное произведение k -й строки матрицы на ее первую строку.

5.2.2. Задания повышенной сложности

- 1) Методом простой итерации решить систему n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Матрица коэффициентов системы и вектор свободных членов хранятся в двух файлах.
- 2) Методом Зейделя решить систему n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Матрица коэффициентов системы и вектор свободных членов хранятся в двух файлах.
- 3) Найти собственные числа и собственные векторы записанной в файл матрицы методом непосредственного вычисления определителя.
- 4) Методом итераций найти наибольшее по модулю собственное значение и соответствующий ему собственный вектор записанной в файл матрицы.
- 5) В файл записать построчно вещественную матрицу A . Найти такие индексы i и j , что скалярное произведение i -ой строки на j -ю наибольшее.

Список литературы

Аленский, Н. А. Методы программирования: лекции, примеры, тесты : пособие в 2 ч. Ч. 2 / Н. А. Аленский. – Минск : БГУ, 2012.

<http://elib.bsu.by/handle/123456789/32525>

Аленский, Н. А. Практическое руководство по языку C++ : учеб. пособие / Н. А. Аленский. – Минск : АПО, 2007.

<http://elib.bsu.by/handle/123456789/32542>

Аленский, Н. А. Методы программирования: лекции, примеры, тесты : пособие . В 2 ч. Ч. 2 / Н. А. Аленский. – Минск : БГУ, 2012.

<http://elib.bsu.by/handle/123456789/32530>

Волчкова, Г. П. Сборник задач по теории алгоритмов для студентов физико-математических специальностей БГУ / Г. П. Волчкова, В. М. Котов, Е. П. Соболевская. – Минск : БГУ, 2005.

Златопольский, Д. М. Сборник задач по программированию / Д. М. Златопольский. – 3-е изд., перераб. и доп. – СПб. : BHV, 2011.

Шилдт, Г. Самоучитель C++ / Г. Шилдт. – 3-е изд., перераб. и доп. – СПб. : BHV, 2005.

Учебное издание

Аленский Николай Алексеевич
Мармыш Денис Евгеньевич

**МЕТОДЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ.
СБОРНИК ЗАДАЧ**

Пособие

Ответственный за выпуск *Е. А. Логвинович*
Дизайн обложки *О. В. Гасюк*
Корректор *О. С. Гладкова*

Электронный ресурс 0,9 Мб

Белорусский государственный университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/270 от 03.04.2014.
Пр. Независимости, 4, 220030, Минск.