– упрощена процедура вычисления и установки новых внутренних и выходных состояний компонентов дискретных СЖАТ, что наряду с событийным обслуживанием активностей компонентов позволит строить в значительной степени быстродействующие (при этом достаточно адекватные) имитационные модели;

– унифицировано представление процесса функционирования СЖАТ и входных воздействий на систему как непрерывного процесса с дискретным фазовым пространством. Это упрощает задание характеристик входных воздействий на систему, а также критериев опасных отказов и обнаружения неисправностей СЖАТ при контроле безопасности процесса функционирования системы $\xi^{\Sigma}(t)$;

– учет вероятностных характеристик надежности компонентов СЖАТ позволяет получать количественные оценки вероятностных показателей безопасности функционирования СЖАТ методом статистического моделирования. Указанная возможность отсутствует в известных средствах имитационного моделирования безопасности функционирования дискретных систем.

1. Сертификация и доказательство безопасности систем железнодорожной автоматики / Под ред. Вл.В. Сапожникова. М., 1997.

2. Сапожников В.В., Кравцов Ю.А., Сапожников Вл.В. Дискретные устройства железнодорожной автоматики, телемеханики и связи. М., 1988.

3. Харин Ю.С., Малюгин В.И., Кирлица В.П. и др. Основы имитационного и статистического моделирования: Учеб. пособие. Мн., 1997.

4. Максимей И.В. Имитационное моделирование на ЭВМ. М., 1988.

5. Цифровые и аналоговые интегральные микросхемы: Справ. / Под ред. С.В. Якубовского. М., 1989.

6. ОСТ 32.17-92. Безопасность железнодорожной автоматики и телемеханики. Основные понятия. Термины и определения. СПб., 1992.

7. Сапожников В.В. и др. // Автоматика, телемеханика и связь. 1993. № 2.

Поступила в редакцию 28.02.2003.

Дмитрий Николаевич Шевченко – аспирант кафедры математических проблем управления ГГУ, магистр технических наук. Научный руководитель – доктор технических наук, профессор И.В. Максимей.

УДК 517.44

Е.К. ЩЕТНИКОВИЧ

МОДИФИЦИРОВАННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ХАНКЕЛЯ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

The modified integral transform involving the Bessel function of the first order $J_\eta(z)$ in a kernel is studied on the weighted spaces of r-summable functions. Mapping properties such as the boundedness, the representation and the range of the considered transform are given, and the inversion formulae are established.

Рассмотрим интегральное преобразование

$$\left(S_{\delta,\alpha;\mu}f\right)(x)=x^{\alpha\mu/2}\int_0^\infty t^{-\alpha\mu/2+\mu-1}J_{2\delta+\alpha}\left(\frac{2}{\mu}(xt)^{\mu/2}\right)f(t)dt \qquad (1)$$

$$\left(\delta\in\mathbb{C},\ \alpha\in\mathbb{C},\ \mathrm{Re}(2\delta+\alpha)>-1;\ \mu>0;\ x>0\right),$$

содержащее функцию Бесселя первого рода $J_\eta(z)$ в ядре [1]:

$$J_\eta(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{k!\Gamma(\eta+k+1)}\left(\frac{z}{2}\right)^{\eta+2k}\quad(\|\arg z\|<\pi).$$

Это преобразование обобщает некоторые хорошо известные интегральные преобразования. В частности, при $\mu=2$ оно принимает вид

$$\left(S_{\delta,\alpha;2}f\right)(x)=x^\alpha\int_0^\infty t^{1-\alpha}J_{2\delta+\alpha}(xt)f(t)dt$$

и применяется для решения парных интегральных уравнений [2].

Если $\delta=(2\eta-1)/4$, $\alpha=1/2$, $\mu=2$, то преобразование (1) сводится к классическому преобразованию Ханкеля [3]:

$$\left(\mathbf{H}_\eta f\right)(x)=\int_0^\infty (xt)^{1/2}J_\eta(xt)f(t)dt\qquad(\eta\in\mathbb{C},\ \mathrm{Re}(\eta)>-1;\ x>0).\qquad(2)$$

Будем исследовать преобразование $S_{\delta,\alpha;\mu}$ в пространстве $L_{\nu,r}$ таких комплекснозначных, измеримых по Лебегу функций f в $\mathbb{R}_+=(0,\infty)$, для которых

$$\|f\|_{\nu,r}=\left\{\int_0^\infty\left|t^\nu f(t)\right|^r\frac{dt}{t}\right\}^{1/r}<\infty(1<r<\infty,\ \nu\in\mathbb{R}).$$

В частности, все полученные результаты верны для классических пространств r-суммируемых функций $L_r(\mathbb{R}_+)=L_{1/r,r}$.

В работе даются условия ограниченности и взаимной однозначности оператора $S_{\delta,\alpha;\mu}$ преобразования (1), описание его образа в пространстве $L_{\nu,r}$, различные интегральные представления этого преобразования, а также приводятся формулы его обращения.

Покажем, что модифицированное преобразование Ханкеля $S_{\delta,\alpha;\mu}$ принадлежит к классу обобщенных **H**-преобразований [4], которые содержат H-функцию в ядре [5]. Оператор преобразования (1) может быть представлен в виде композиции классического преобразования Ханкеля $\mathbf{H}_\eta$ (2) и элементарных операторов M_ξ, W_δ, N_a, определяемых как:

$$\left(M_\xi f\right)(x)=x^\xi f(x)\quad(\xi\in\mathbb{C}),$$

$$\left(W_\delta f\right)(x)=f\left(\frac{x}{\delta}\right)\quad(\delta\in\mathbb{R}_+),$$

$$\left(N_a f\right)(x)=f\left(x^a\right)(a\in\mathbb{R},\ a\neq 0).$$

Заменяя в (1) x на $x^{2/\mu}$ и осуществляя замену переменных $2t^{\mu/2}/\mu=\tau$, имеем:

$$\left(S_{\delta,\alpha;\mu}f\right)\left(x^{2/\mu}\right)=x^\alpha\int_0^\infty t^{-\alpha\mu/2+\mu-1}J_{2\delta+\alpha}\left(\frac{2}{\mu}xt^{\mu/2}\right)f(t)dt=$$

$$=\left(\frac{\mu}{2}\right)^{1-\alpha}x^\alpha\int_0^\infty \tau^{1-\alpha}J_{2\delta+\alpha}(x\tau)f\left((\mu\tau/2)^{2/\mu}\right)d\tau=$$

$$=\left(\frac{\mu}{2}\right)^{1-\alpha}\left(M_{\alpha-1/2}\mathbf{H}_{2\delta+\alpha}M_{1/2-\alpha}W_{2/\mu}N_{2/\mu}f\right)(x).$$

Применяя к последнему равенству оператор $N_{\mu/2}$, получаем следующее представление модифицированного преобразования Ханкеля (1):

$$\left(S_{\delta,\alpha;\mu}f\right)(x)=\left(\frac{\mu}{2}\right)^{1-\alpha}\left(N_{\mu/2}M_{\alpha-1/2}\mathbf{H}_{2\delta+\alpha}M_{1/2-\alpha}W_{2/\mu}N_{2/\mu}f\right)(x) \qquad (3)$$

или

$$\left(S_{\delta,\alpha;\mu}f\right)(x)=\left(\frac{\mu}{2}\right)^{1-\alpha}\left(M_{\mu(\alpha/2-1/4)}N_{\mu/2}\mathbf{H}_{2\delta+\alpha}M_{1/2-\alpha}W_{2/\mu}N_{2/\mu}f\right)(x), \qquad (4)$$

если учесть операторное соотношение

$$N_a M_\xi = M_{a\xi}N_a .$$

Известно, что классическое преобразование Ханкеля принадлежит к классу $\mathbf{H}$-преобразований и имеет следующее представление [6]:

$$\left(\mathbf{H}_\eta f\right)(x)=2^{-\eta}\pi^{1/2}\int_0^\infty H_{1,2}^{1,0}\left[xt\left|\begin{matrix}\left(\frac{\eta}{2}+\frac{3}{4},\ \frac{1}{2}\right)\\ \left(\eta+\frac{1}{2},\ 1\right),\left(\frac{1}{4}-\frac{\eta}{2},\ \frac{1}{2}\right)\end{matrix}\right.\right]f(t)dt .$$

Тогда в соответствии с представлением обобщенного преобразования $\mathbf{H}_{\sigma,\,\omega;\,a,\,b,\,\lambda}$ в виде

$$\left(\mathbf{H}_{\sigma,\,\omega;\,a,\,b,\,\lambda}f\right)(x)=\frac{1}{b}\lambda^{-(\omega+1)/b}\left(M_\sigma N_a \mathbf{H} M_{(\omega+1)/b-1}W_\lambda N_{1/b}f\right)(x)$$

и равенством (4) при $\sigma=\mu(\alpha/2-1/4)$, $\omega=\mu(3/4-\alpha/2)-1$, $a=b=\mu/2$, $\lambda=2/\mu$ получим следующее представление для модифицированного преобразования Ханкеля (1) в виде обобщенного $\mathbf{H}$-преобразования:

$$\left(S_{\delta,\alpha;\mu}f\right)(x)=\mu^{1/2}2^{-2\delta-\alpha-1/2}\pi^{1/2}x^{\mu(\alpha/2-1/4)}\times$$

$$\times\int_0^\infty H_{1,2}^{1,0}\left[\frac{2}{\mu}(xt)^{\mu/2}\left|\begin{matrix}\left(\delta+\frac{\alpha}{2}+\frac{3}{4},\ \frac{1}{2}\right)\\ \left(2\delta+\alpha+\frac{1}{2},\ 1\right),\left(\frac{1}{4}-\delta-\frac{\alpha}{2},\ \frac{1}{2}\right)\end{matrix}\right.\right]t^{\mu(3/4-\alpha/2)-1}f(t)dt. \qquad (5)$$

Приведем некоторые предварительные сведения. Для функции $f\in L_{\nu,r}$ при $1\le r\le 2$ и $\nu\in\mathbb{R}$ определено преобразование Меллина $\mathbf{M}f$, которое при $f\in L_{\nu,r}\cap L_{\nu,1}$ и $\operatorname{Re}(s)=\nu$ совпадает с классическим преобразованием Меллина:

$$(\mathbf{M}f)(s)=\int_0^\infty f(t)t^{s-1}dt .$$

Для двух банаховых пространств X и Y будем обозначать через $[X, Y]$ множество всех линейных ограниченных операторов из X в Y.

Введем необходимые обозначения:

$$\theta=\frac{2}{\mu}\nu+\operatorname{Re}(\alpha)-\frac{1}{2},\quad \kappa=\mu\left[1-\operatorname{Re}(\alpha)\right]-\nu,\quad \kappa^*=\nu+\mu\left[1-\operatorname{Re}(\alpha)\right]-1 .$$

Пусть $1<r<\infty$ и $\gamma(r)$ определяется равенством

$$\gamma(r)=\max\left[\frac{1}{r},\ \frac{1}{r'}\right]\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}=1\right).$$

Используя результаты из [4] и представление (5), получим соответствующие утверждения для интегрального преобразования (1).

Теорема 1. Пусть $f \in L_{\nu,2}$ и $-\mathrm{Re}(2\delta+\alpha)-1/2<1-\theta\leq 1/2$. Тогда

а) Преобразование $S_{\delta,\alpha;\mu}$ является изоморфизмом $L_{\nu,2}$ на $L_{\kappa,2}$, и при $\mathrm{Re}(s)=\kappa$ его преобразование Меллина имеет вид:

$$\left(\mathbf{M}S_{\delta,\alpha;\mu}f\right)(s)=2^{-2s/\mu-2\delta-2\alpha+1}\mu^{2s/\mu+\alpha-1}\pi^{1/2}\times$$
$$\times\frac{\Gamma(2\delta+\alpha+1/2+s)}{\Gamma(\delta+\alpha/2+3/4+s/2)\Gamma(\delta+\alpha/2+3/4-s/2)}(\mathbf{M}f)(\mu-\alpha\mu-s). \tag{6}$$

б) Для двух функций $f \in L_{\nu,2}$ и $g \in L_{\kappa',2}$ верно равенство:

$$\int_0^\infty f(x)\left(S_{\delta,\alpha;\mu}g\right)(x)dx=\int_0^\infty g(x)\left(S_{\delta+\alpha-1+1/\mu,2-\alpha-2/\mu;\mu}f\right)(x)dx. \tag{7}$$

в) Пусть $\gamma\in\mathbb{C}$, $h>0$ и $f\in L_{\nu,2}$. Если $\mathrm{Re}(\gamma)>(1-\theta)h-1$, то почти для всех $x>0$ справедливо представление:

$$\left(S_{\delta,\alpha;\mu}f\right)(x)=h\left(\frac{2}{\mu}\right)^{1/2}2^{-2\delta-\alpha}\pi^{1/2}x^{\mu[\alpha-1/2-(\gamma+1)/h]/2+1}\frac{d}{dx}x^{\mu(\gamma+1)/(2h)}\times$$
$$\times\int_0^\infty H_{2,3}^{1,1}\left[\frac{2}{\mu}(xt)^{\mu/2}\left|\begin{matrix}(-\gamma,h),\left(\delta+\frac{\alpha}{2}+\frac{3}{4},\frac{1}{2}\right)\\ \left(2\delta+\alpha+\frac{1}{2},1\right),\left(\frac{1}{4}-\delta-\frac{\alpha}{2},\frac{1}{2}\right),(-\gamma-1,h)\end{matrix}\right.\right]\times \tag{8}$$
$$\times t^{\mu(3/4-\alpha/2)-1}f(t)dt.$$

Если $\mathrm{Re}(\gamma)<(1-\theta)h-1$, то

$$\left(S_{\delta,\alpha;\mu}f\right)(x)=-h\left(\frac{2}{\mu}\right)^{1/2}2^{-2\delta-\alpha}\pi^{1/2}x^{\mu[\alpha-1/2-(\gamma+1)/h]/2+1}\frac{d}{dx}x^{\mu(\gamma+1)/(2h)}\times$$
$$\times\int_0^\infty H_{2,3}^{2,0}\left[\frac{2}{\mu}(xt)^{\mu/2}\left|\begin{matrix}\left(\delta+\frac{\alpha}{2}+\frac{3}{4},\frac{1}{2}\right),\quad(-\gamma,h)\\ (-\gamma-1,h),\left(2\delta+\alpha+\frac{1}{2},1\right),\left(\frac{1}{4}-\delta-\frac{\alpha}{2},\frac{1}{2}\right)\end{matrix}\right.\right]\times \tag{9}$$
$$\times t^{\mu(3/4-\alpha/2)-1}f(t)dt.$$

г) Преобразование $S_{\delta,\alpha;\mu}$ не зависит от ν в том смысле, что если преобразования $S_{\delta,\alpha;\mu}$ и $\tilde{S}_{\delta,\alpha;\mu}$ определены в $L_{\nu,2}$ и $L_{\tilde{\nu},2}$ соответственно равенством (6), то $S_{\delta,\alpha;\mu}f=\tilde{S}_{\delta,\alpha;\mu}f$ для $f\in L_{\nu,2}\bigcap L_{\tilde{\nu},2}$.

д) Если $\theta>3/2$, то для всех $f\in L_{\nu,2}$ $S_{\delta,\alpha;\mu}f$ задается равенством (5).

Теорема 2 содержит $L_{\nu,r}$-теорию модифицированного преобразования $S_{\delta,\alpha;\mu}$.

Теорема 2. Пусть $-\mathrm{Re}(2\delta+\alpha)-1/2<1-\theta<\infty$, $1<r<\infty$ и $\theta\geq\gamma(r)$.

а) Преобразование $S_{\delta,\alpha;\mu}$, определенное в $L_{\nu,2}$, может быть продолжено в $L_{\nu,r}$ как элемент $[L_{\nu,r},L_{\kappa,s}]$ для всех $s\geq r$ таких, что $s'\geq\theta^{-1}$ и $1/s+1/s'=1$.

б) Если $1<r\le 2$, то преобразование $S_{\delta,\alpha;\mu}$ является изоморфизмом на $\mathcal{L}_{\nu,r}$ и его преобразование Меллина задается формулой (6) для $f\in\mathcal{L}_{\nu,r}$ и $\operatorname{Re}(s)=\kappa$.

в) Для двух функций $f\in\mathcal{L}_{\nu,r}$ и $g\in\mathcal{L}_{\kappa^*,s}$ таких, что $1<s<\infty$, $1/r+1/s\ge 1$ и $\theta\ge\max\left[\gamma(r),\gamma(s)\right]$, верно равенство (7).

г) Если выполняются следующие соотношения:

$$s\ne-\mu(\delta+\alpha+k+1/2)\quad(k=0,\,1,\,2,\,\ldots),\quad s\ne\mu(\delta+l+1)\quad(l=0,\,1,\,2,\,\ldots),\tag{10}$$

то преобразование $S_{\delta,\alpha;\mu}$ является изоморфизмом на $\mathcal{L}_{\nu,r}$ и

$$S_{\delta,\alpha;\mu}\left(\mathcal{L}_{\nu,r}\right)=\left(N_{\mu/2}M_{\alpha-1/2}\mathbf{H}_{2\delta+\alpha}\right)\left(\mathcal{L}_{\theta,r}\right),\tag{11}$$

где $\mathbf{H}_{2\delta+\alpha}$ – классическое преобразование Ханкеля. Если условие (10) не выполнено, то $S_{\delta,\alpha;\mu}\left(\mathcal{L}_{\nu,r}\right)$ является подмножеством правой части (11).

д) Если $f\in\mathcal{L}_{\nu,r}$, $\gamma\in\mathbb{C}$, $h>0$, то при $\theta\ge\gamma(r)$ интегральное представление $S_{\delta,\alpha;\mu}f$ дается в равенстве (8) при $\operatorname{Re}(\gamma)>(1-\theta)h-1$, а также в (9) при $\operatorname{Re}(\gamma)<(1-\theta)h-1$. Если $\theta>3/2$, то $S_{\delta,\alpha;\mu}f$ задается равенством (5).

Из представления модифицированного преобразования Ханкеля (3) и формул обращения для **H**-преобразования [4] вытекают следующие утверждения об обратимости оператора преобразования (1) в пространстве $L_{\nu,r}$.

Теорема 3. Пусть $1<r<\infty$, $\gamma\in\mathbb{C}$ и $h>0$.

а) Если $\theta=1/2$ и $f\in L_{\nu,2}$, то при $\operatorname{Re}(\gamma)>h/2-1$ верно равенство

$$f(x)=h\left(\frac{2}{\mu}\right)^{1/2-(\gamma+1)/h}2^{2\delta+\alpha}\pi^{-1/2}x^{\mu\left[\alpha-1/2-(\gamma+1)/h\right]/2+1}\frac{d}{dx}x^{\mu(\gamma+1)/(2h)}\times$$
$$\times\int_0^\infty H^{1,1}_{2,3}\left[\frac{2}{\mu}(xt)^{\mu/2}\left|\begin{matrix}(-\gamma,h),\left(-\delta-\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)\\ \left(\delta+\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right),\,(-2\delta-\alpha,\,1),\,(-\gamma-1,h)\end{matrix}\right.\right]\times\tag{12}$$
$$\times t^{\mu(3-2\alpha)/4}\left(S_{\delta,\alpha;\mu}f\right)(t)dt.$$

Если $\operatorname{Re}(\gamma)<h/2-1$, то

$$f(x)=-h\left(\frac{2}{\mu}\right)^{1/2-(\gamma+1)/h}2^{2\delta+\alpha}\pi^{-1/2}x^{\mu\left[\alpha-1/2-(\gamma+1)/h\right]/2+1}\times\frac{d}{dx}x^{\mu(\gamma+1)/(2h)}\times$$
$$\times\int_0^\infty H^{2,1}_{2,3}\left[\frac{2}{\mu}(xt)^{\mu/2}\left|\begin{matrix}\left(-\delta-\frac{\alpha}{2}-\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right),(-\gamma,h)\\ (-\gamma-1,h),\left(\delta+\frac{\alpha}{2}+\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right),(-2\delta-\alpha,\,1)\end{matrix}\right.\right]\times\tag{13}$$
$$\times t^{\mu(3-2\alpha)/4}\left(S_{\delta,\alpha;\mu}f\right)(t)dt.$$

б) Если $\theta\ge\gamma(r)$, $-\operatorname{Re}(2\delta+\alpha)-1/2<1-\theta<\infty$, $-\operatorname{Re}(2\delta+\alpha)-1/2<\theta<$ $<\min\left[\operatorname{Re}(2\delta+\alpha)+5/2,1\right]$ и $f\in\mathcal{L}_{\nu,r}$, то формулы обращения (12) и (13) выполнены при $\operatorname{Re}(\gamma)>\theta h-1$ и $\operatorname{Re}(\gamma)<\theta h-1$ соответственно.

Замечание. Если $\delta=(2\eta-1)/4$, $\alpha=1/2$, $\mu=2$, то теоремы 1–3 приводят к соответствующим результатам для классического преобразования Ханкеля $\mathbf{H}_\eta$.

1. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции: В 2 т. Т. 2. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. М., 1974. С. 12.
2. Sneddon I.N. Fractional Integrals and Derivatives and Dual Integral Equations. Raleigh, 1962.
3. Титчмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. М.; Л., 1948.
4. Glaeske H.-J., Kilbas A.A., Saigo M., Shlapakov S.A. // Appl. Anal. 2001. Vol. 79. P. 443.
5. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции: В 2 т. Т. 1. Гипергеометрическая функция Гаусса. Функции Лежандра. М., 1966. С. 64.
6. Килбас А.А., Сайго М., Боровко А.Н. // Докл. АН (Россия). 2000. Т. 372. № 4. С. 451.

Поступила в редакцию 09.09.2002.

Елена Казимировна Щетникович – аспирант кафедры теории функций. Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор А.А. Килбас.

УДК 517.9

Д.Е. РИНГЕЛЬ

МНЕМОЧИСЛА И МНЕМОВЕКТОРЫ. II

We have established some algebraical properties of mnemonumbers, such as absense of nilpotent and generalized nilpotent elements, the description of mnemonumeric roots of polynomial with coefficient in the basic field and the fact, that mnemonumbers are classical quotient ring.

Данная статья является непосредственным продолжением статьи [1]. В ней рассматриваются алгебраические свойства пространства мнемочисел. Определение и основные свойства мнемочисел можно найти в работах [1–3].

Напомним, что идемпотентом в кольце X называется элемент $e\in X$ такой, что $e^2=e$.

Теорема 1 (критерий обратимости). *Элемент* $[a]\in \mathbf{MK}(x_\infty)$ *необратим в* $\mathbf{MK}(x_\infty)\Leftrightarrow\exists$ *ненулевой идемпотент* $[e]\in\mathbf{MK}(x_\infty)$ *такой, что* $[a][e]=0$, *в частности, элемент* $[a]$ *является делителем нуля. Таким образом,* $\mathbf{MK}(x_\infty)$ *является классическим кольцом частных.*

◄ Достаточность очевидна, так как если $\exists[a]^{-1}$, то из $[a][e]=0$ следует $[e]=[a]^{-1}[a][e]=[a]^{-1}0=0$.

Необходимость. Пусть $[a]=[(a(k))_{k\geq1}]$.

1) Если последовательность a имеет бесконечную подпоследовательность нулей, то утверждение очевидно, так как $\exists$ нефинитная последовательность нулей и единиц $e=e^2$, для которой $ae=0$, поэтому $[a][e]=0$.

2) Если бесконечной подпоследовательности нулей в a не существует, то, поскольку финитные последовательности лежат в $X_{-\infty}(x_\infty, \mathbf{K})$, без ограничения общности считаем $a(k)\neq0$, $\forall k\geq1$. Поэтому $\exists b=(b(k))=(a(k)^{-1})_{k\geq1}\in s(\mathbf{K})|ab=1$.

Но так как по предположению $[a]$ необратим в $\mathbf{MK}(x_\infty)$, то $b\notin X_{+\infty}(x_\infty, \mathbf{K})$, т. е. $\mathrm{ord}(b)=+\infty$.

Иначе говоря, $\forall N\in\mathbf{Z}$: $b\notin x_\infty{}^N l_\infty(\mathbf{K})$, что равносильно $\forall N\in\mathbf{Z}$ $\forall C>0$ $\exists k=k(N, C)\,|\,|b(k)|>C|x_\infty(k)|^N$ (здесь мы для удобства записи пишем $x_\infty(k)$ вместо обычного $x_\infty{}^{(k)}$). Поэтому $\forall N$ $\exists$ строго возрастающая последователь-