2. *NASA.* Air Traffic Management Technology Demonstration–1 (ATD–1). NASA Report FS-2011-10-01-ARC.
3. *Королев Е.Н.* Технологии работы диспетчеров управления воздушным движением. Воздушный транспорт. Москва. 2000.
4. *Пятко С.Г., Красов А.И. (ред)* Автоматизированные системы управления воздушным движением. Санкт-Петербург. Изд. Политехника, 2004.
5. *ГОСТ 20058-80.* Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. –М.: Госстандарт, 1980. Изд. официальное.

АНАЛИЗ СКАЧКОВ АМПЛИТУДЫ СТАЦИОНАРНЫХ КОЛЕБАНИЙ В РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ДУФФИНГА

А.Ф. Курин

Воронежский государственный университет, Россия
afkurin@mail.com

Неоднородное уравнение Дуффинга [1, 2]

$$\ddot{z} + \Omega^2 z = \varepsilon(\nu z^3 - \gamma\dot{z} + a\cos\Omega_1 t)$$

с $\Omega^2 > 0$, $a > 0$, $\Omega_1 > 0$, $\gamma > 0$ и малым параметром $\varepsilon > 0$ интегрируется асимптотическим методом усреднения. Точка означает производную по t. В первом приближении (метод ван дер Поля) решение, как известно [2], имеет вид $z = b\cos\psi$. При условии $|\Omega - \Omega_1| \sim \varepsilon$ получаем усредненную систему

$$b' = -\tilde{\gamma}b - \chi\sin\theta, \quad \theta' = h - \lambda b^2 - \chi\frac{\cos\theta}{b}, \tag{1}$$

где $\theta = \psi - \Omega_1 t$ – медленная фаза, штрихом обозначено дифференцирование по $\tau = \varepsilon t$. Параметры определяются выражениями: $\tilde{\gamma} = \gamma/2,\ \chi = a/(2\Omega),\ h = (\Omega - \Omega_1)/\varepsilon,\ \lambda = 3\nu/(8\Omega)$. При $b' = \theta' = 0$ имеем систему для постоянных b и θ – амплитуды и фазы стационарных колебаний.

После исключения θ из (1) получаем формулу

$$h^{(1,2)} = \lambda\rho \pm \sqrt{\chi^2/\rho - \tilde{\gamma}^2},$$

где $\rho = b^2$. Это выражение связывает амплитуду стационарных колебаний с частотной растройкой h (рис. 1). Известно [1, 2], что на участке NL между минимумом и максимумом функции $h^{(1)}$ стационарные колебания неустойчивы, что следует из линейного приближения системы (1). В настоящей работе вычислены зависимости $b(\tau)$ и $\theta(\tau)$ для скачков $N \to S$, $L \to R$, $M \to P$, $M \to Q$ (рис. 1). В окрестности точек неустойчивости L, M, N решение b_I, θ_I имеет вид разложения по степеням фиксированного малого начального отклонения $\delta = \tilde{b}_0 - b_0$ амплитуды b от значения в точке неустойчивости ($b_0 = b_L$ или $b_0 = b_M$, или $b_0 = b_N$): $b_I = b_0 + \delta b_1 + \delta^2 b_2 + \delta^3 b_3 + \ldots$, $\theta_I = \theta_0 + \delta\theta_1 + \delta^2\theta_2 + \delta^3\theta_3 + \ldots$. Из сравнения коэффициентов следует в каждом приближении линейное уравнение

$$b_j'' + 2\tilde{\gamma} b_j' + \mu b_j = f_j(\tau), \;\; j = 1, 2, 3, \ldots, \;\; \mu = \tilde{\gamma}^2 + (h - \lambda b_0^2)(h - 3\lambda b_0^2),$$

в котором f_j вычисляется из предыдущего приближения.

Функция b_I не содержит колебаний. При достижении стационарного значения (например, в точке P на скачке $M \to P$) в момент τ_1 она получает продолжение в виде функции $b_{II}(\tau)$. В качестве b_{II} взято линейное затухающее колебание, вычисленное из системы линейного приближения для (1). На границе приравниваются значения функций b_I и b_{II} и их производных. Получена формула для τ_1.

На рис. 2 в качестве примера показана функция $b(\tau)$ и ее составляющие b_I и b_{II} в случае скачка $M \to Q$. Пунктирная линия получена численным решением системы (1). Здесь $\tilde{\gamma} = 0.25$, $\chi = 0.5$, $h = 2.25$, $\lambda = 1$, $b_M = \sqrt{2}$, $b_Q \approx 1.565$, $\delta = 0.0001$. При вычислении b_I в разложении использовались слагаемые до $\sim \delta^2$ включительно.

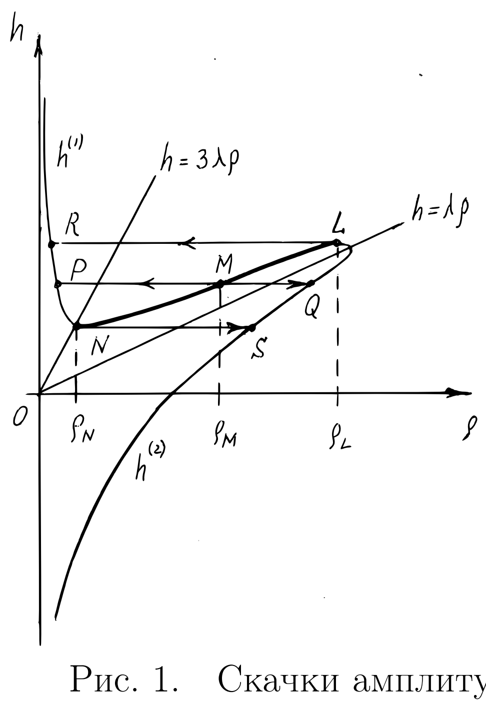

Рис. 1. Скачки амплитуды

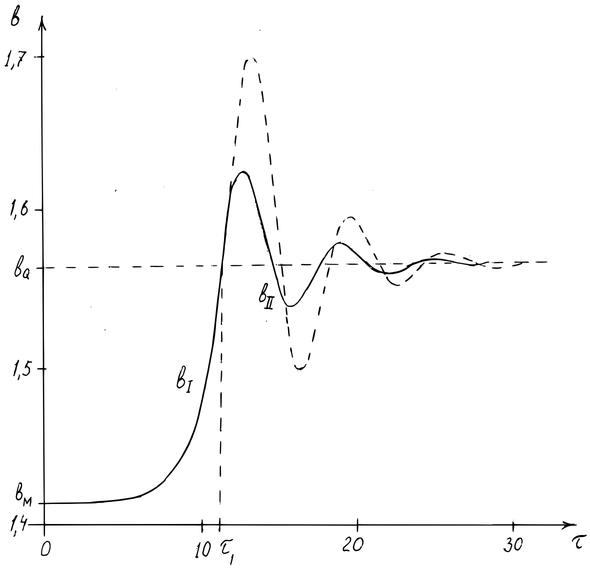

Рис. 2. Изменение амплитуды

Библиографические ссылки

1. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984.
2. *Горяченко В.Д.* Элементы теории колебаний. Красноярск: Издательство Красноярского университета, 1995.

ВЕКТОР-ФУНКЦИИ ЛЯПУНОВА И ТОТАЛЬНАЯ ОГРАНИЧЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ ПО ПУАССОНУ

К.С. Лапин

Мордовский государственный педагогический институт имени М.Е. Евсевьева

Студенческая 11 А, 430007 Саранск, Россия

klapin@mail.ru

В работах [1] и [2] была начата разработка нового направления в теории ограниченности решений систем дифференциальных уравнений, а именно, развитие теории ограниченности решений по Пуассону. Понятие ограниченности решений по Пуассону, характеризуются тем, что решение может не содержаться полностью в некотором шаре фазового пространства, но обладает свойством счетного числа раз возвращаемости в этот шар. В настоящей работе введено понятие тотальной ограниченности, т.е. ограниченности при малых возмущениях, решений по Пуассону. На основе метода вектор-функций Ляпунова получен достаточный признак тотальной ограниченности решений по Пуассону.