4. A.O. Ignatyev. On the asymptotic stability in functional differential equations. *Proceedings of the American Mathematical Society*. 1999. Vol. 127(6). P. 1753–1760.
5. O.A. Ignatyev and V. Madrekar. Barbashin - Krasovskii theorem for stochastic differential equations. *Proceedings of the American Mathematical Society*. 2010. Vol. 138(11). P. 4123–4128.

ОБ УСЛОВИЯХ ОПТИМАЛЬНОСТИ В НЕГЛАДКОЙ ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОГО ДИСКРЕТНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ С ПАРАМЕТРОМ

И. Исраилов[1], С. Отакулов[2], Г.Д. Собирова[1]

[1] Самаркандский государственный университет
Университетский бульвар 15, Самарканд, Республика Узбекистан
samsulib@rambler.ru

[2] Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий, Самарканд, Республика Узбекистан
Otakulov52@mail.ru

Введение. В связи с вопросами разработки автоматических систем управления, возникают необходимость проведения исследований моделей с учетом воздействия как контролируемых (управляемых), так и других параметров (возмущений). А это приводит к моделям задач управления динамическими системами, описываемыми управляемыми дифференциальными включениями с параметрами и их дискретными аналогами [1–3]. Практическое значение исследований таких систем все более возрастает в связи с развитием численных методов оптимизации и информационно-коммуникационных технологий. Следует отметить,что дискретные системы важны в развитии метода аппроксимации непрерывных задач оптимального управления [4].

1. Постановка задачи. Рассмотрим объект управления

$$x(t_{i+1}) \in A(t_i)x(t_i) + B(t_i, u(t_i), q), \;\; u(t_i) \in V(t_i), \; q \in Q, \qquad (1)$$

где $t_i = t_0+ih$, $h > 0$, $i = \overline{0, N-1}$, $x(t_i)$– n-вектор состояния, $u(t_i)$ – m-вектор управления, $A(t_i)$– $n \times n$-матричная функция, $B(t_i, u(t_i), q) \subset \mathbb{R}^n$, $V(t_i) \subset \mathbb{R}^m$, $Q \subset \mathbb{R}^\nu$ – непустые компакты.

Пусть $U(T_{N-1})$ – множество всех допустимых управлений $u(T_{N-1}) = \{u(t_0), ..., u(t_{N-1})\}$, $T_{N-1} = \{t_0, t_1, ..., t_{N-1}\}$;

$H(\xi, u(T_{N-1}), q)$ – ансамбль траекторий $x(T_N) = \{x(t_0), ..., x(t_N)\}$, $T_N = \{t_0, t_1, ..., t_N\}$, системы (1), соответствующих управлению

$u(T_{N-1})$ и начальному условию $x(t_0) = \xi$; $X_N(\xi, u(T_{N-1}), q) = \{\eta \in \mathbb{R}^n : \eta = x(t_N), x(T_N) \in H(\xi, u(T_{N-1}), q)\}$.

Рассмотрим задачу минимизации негладкого функционала

$$J(u(T_{N-1}), q) = \max\{\min_{y \in Y}(y, \eta) : \eta \in X_N(\xi, u(T_{N-1}), q)\}, \qquad (2)$$

т.е.минимаксную задачу

$$\max\{\min_{y \in Y}(y, \eta) : \eta \in X_N(\xi, u(T_{N-1}), q)\} \to \min_{u(T_{N-1}) \in U(T_{N-1}),\, q \in Q}. \qquad (3)$$

Условия оптимальности. Пусть $\Phi(t, \tau)$ – $n \times n$-матричная функция дискретных аргументов $t \in \{t_0 + h, ..., t_0 + Nh\}$, $\tau \in \{t_0 - h, t_0, ..., t_0 + (N-1)h\}$, такая, что: $\Phi(t, \tau - h) = \Phi(t, \tau)A(\tau)$, $\tau = t_0 - h, t_0 - 2h, ..., t_0$, $\Phi(t, t-h) = E$, где E – единичная $n \times n$-матрица. Тогда для функционала (2) справедливо представление

$$J(u(T_{N-1}), q) = \min_{y \in coY}[(\Phi(t_N, t_0 - h)\xi, y) + \sum_{\tau=t_0}^{t_{N-1}} C(\Phi(t_N, \tau)B(\tau, u(\tau), q), y)].$$

Теорема 1. *Пусть пара $(u^*(T_{N-1}), q^*)$ составляет оптимальное управление и оптимальное значение параметра $q \in Q$ в минимаксной задаче (3), а $y^* \in coY$ является точкой глобального минимума функции $\mu(y) = (\Phi(t_N, t_0 - h)\xi, y) + \sum_{\tau=t_0}^{t_{N-1}} C(\Phi(t_N, \tau)B(\tau, u^*(\tau), q^*), y)$. Тогда вектор $q^* \in Q$ удовлетворяет условию:*

$$\min_{q \in Q} \sum_{\tau=t_0}^{t_{N-1}} \min_{v \in V(\tau)} C(\Phi(t_N, \tau)B(\tau, v, q), y^*) =$$

$$= \sum_{\tau=t_0}^{t_{N-1}} \min_{v \in V(\tau)} C(\Phi(t_N, \tau)B(\tau, v, q^*), y^*).$$

Теорема 2. *Пусть $(u^*(T_{N-1}), q^*)$ – оптимальная пара в минимаксной задаче (3). Тогда существует $y^* \in coY$ такой, что $\mu(y^*) = \min_{y \in coY} \mu(y)$ и выполняются условия:*

$$C(\Phi(t_N, \tau)B(\tau, u^*(\tau), q), y^*) = \min_{v \in V(\tau)} C(\Phi(t_N, \tau)B(\tau, v, q), y^*), \ \tau \in T_{N-1};$$

$$\sum_{\tau=t_0}^{t_{N-1}} C(\Phi(t_N, \tau)B(\tau, u^*(\tau), q^*), y^*) = \min_{q \in Q} \sum_{\tau=t_0}^{t_{N-1}} C(\Phi(t_N, \tau)B(\tau, u^*(\tau), q), y^*).$$

Рассмотрим функцию $\psi(\tau, z) = \Phi'(t_N, \tau)z$, удовлетворяющую уравнению $\psi(\tau-h, z) = A'(\tau)\psi(\tau, z)$, $\tau = t_N-h$, $t_N-2h, ..., t_0$, $\psi(t_{N-1}, z) = z$. Тогда необходимые условия оптимальности, полученные в теореме 2, можно записать в следующем виде:

$$C(B(\tau, u^*(\tau), q), \psi(\tau, y^*)) = \min_{v\in V(\tau)} C(B(\tau, v, q), \psi(\tau, y^*)), \tau \in T_{N-1},$$

$$\sum_{\tau=t_0}^{t_{N-1}} C(B(\tau, u^*(\tau), q^*), \psi(\tau, y^*)) = \min_{q\in Q} \sum_{\tau=t_0}^{t_{N-1}} C(B(\tau, u^*(\tau), q), \psi(\tau, y^*)).$$

Используя эти соотношения, можно разработать алгоритм построения оптимального управления и оптимального значения параметра в рассмотренной задаче.

Библиографические ссылки

1. *Otakulov S.* On the minimization problem of reachable set estimation of control system // IFAK Workshop on Generalized Solutions in Control Problems (GSCP–2004). Pereslavl-Zalessky, Russia. 2004. P. 212–217.
2. *Отакулов С., Собирова Г.Д.* Об одной задаче управления ансамблем траекторий дифференциального включения // Труды международной конференции «Устойчивость и процессы управления». Россия, Санкт-Петербург. 2005. Т. 2. С. 907–916.
3. *Отакулов С., Собирова Г.Д.* Условия оптимальности в задаче управления ансамблем траекторий дифференциального включения // Узб. мат. журн. 2008. № 2. С.81–89.
4. *Мордухович Б.Ш.* Методы аппроксимаций в задачах оптимизации и управления. М.: Наука, 1988. 360 с.

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА ПРАВЫЙ КОНЕЦ ТРАЕКТОРИЙ

А.И. Калинин, Л.И. Лавринович

Белорусский государственный университет

Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь

{kalininai,lavrinovich}@bsu.by

Настоящий доклад посвящен построению асимптотических приближений к решению сингулярно возмущенной задачи оптимального управления с подвижным правым концом траекторий: