

# ОПТИМИЗАЦИЯ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ МЕТОДАМИ MPC

**А.П. Иванин**

Белорусский государственный университет  
Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь  
fpm.ivaninAP@bsu.by

Управление с прогнозирующей моделью (Model Predictive Control, MPC) — один из современных методов теории управления, имеющий широкое практическое применение. Популярность MPC обусловлена прежде всего возможностью учитывать ограничения на переменные, принимать во внимание качественные требования к процессу управления, применять его к нелинейным динамическим объектам. Классической областью приложения MPC до недавнего времени были задачи стабилизации и слежения [1], но в последнее время фокус исследований MPC сместился в сторону задач, в которых экономика процесса (минимизация энергетических затрат, максимизация выпуска) преобладают над устойчивым движением системы, которое, как правило, будет неоптимальным по экономическому критерию качества. Новое направление MPC получило название экономического MPC [2], и хотя первые приложения нового подхода относились к химической промышленности и энергетике, естественно рассматривать его применение в экономических задачах (см. [3–4]).

Целью настоящей работы является исследование теоретических вопросов экономического MPC для динамических систем с неопределенностью и его практическое применение к задаче оптимального управления портфелем ценных бумаг.

Будем рассматривать дискретную динамическую модель, описывающую изменение во времени доходности портфеля из  $n$  активов. Введем следующие обозначения:  $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)) \in \mathbb{R}^n$  — пропорции активов в портфеле;  $r(t) = (r_1(t), r_2(t), \dots, r_n(t)) \in \mathbb{R}^n$  — вектор доходности активов, считается, что точное значение доходности не известно:  $r(t) = r_0(t) + \varepsilon(t)$ , относительно неопределенности  $\varepsilon(t)$  предполагается заданным компактное множество ее возможных значений  $E$ ,  $\varepsilon(t) \in E$ ,  $t = 0, 1, \dots$ ;  $R(t) = r(t)'u(t)$  — доходность портфеля,  $q(t) \in \mathbb{R}$  — ввод/вывод средств,  $W(t) \in \mathbb{R}$  — стоимость портфеля, все в момент времени  $t$ .

Уравнение, описывающее динамику  $W$  во времени, имеет вид:

$$W(t+1) = (1 + R(t))W(t) + q(t), \quad W(0) = 1, \quad t = 0, 1, \dots \quad (1)$$

В качестве прогнозирующей задачи оптимального управления выбрана задача гарантированной максимизации строго вогнутых монотонных функций полезности  $U_1$  и  $U_2$ :

$$\max_{u,q} \min_{\varepsilon} \left\{ \sum_{t=0}^{T-1} U_1(q(t)) + U_2(W(T)) \right\}, \quad (2)$$

при ограничениях (1) и

$$\sum_{i=1}^n u_i(t) = 1, \quad u_i(t) \geq 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad t = 0, 1, \dots, T-1.$$

Для модели (1) – (2) при различных сценариях изменения доходностей активов  $r(t)$  методами экономического MPC строятся оптимальные портфели для модельных и реальных данных, исследуется зависимость доходности от параметров MPC-регулятора, в частности, от длины горизонта прогнозирования  $T$ .

### Библиографические ссылки

1. *Rawlings J. B., Mayne D. Q.* Model predictive control: Theory and design. Nob Hill Pub., 2009.
2. *Ellis M.P. et al.* A tutorial review of economic model predictive control methods // Journal of Process Control. 2014. Vol. 24. №. 8. P. 1156–1178.
3. *Herzog F. et al.* Model predictive control: Theory and design. Nob Hill Pub., 2009.
4. *Herzog F. et al.* Model predictive control for portfolio selection // American Control Conference 2006. P. 8.

## УПРАВЛЯЕМОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ ДЕСКРИПТОРНЫХ СИСТЕМ СИНГУЛЯРНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ РЕГУЛЯТОРАМИ

**В.В. Игнатенко**

Белорусский государственный технологический университет  
Свердлова 13а, 220006 Минск, Беларусь  
ihnatsenko@tut.by

Рассмотрим линейную дескрипторную систему

$$A_0 \dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t), \quad x(0) = x_0, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

где  $x, x_0, b \in \mathbb{R}^n$ ,  $A_0, A$  – постоянные матрицы соответствующих размеров,  $u(t)$  – скалярное управление.