с остальными компонентами функции управления) устойчивость программного движения. Проведено численное моделирование, подтверждающее полученные теоретические результаты.

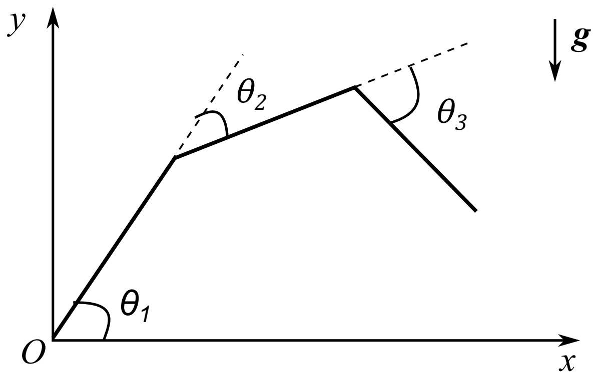


Рис. 1. Схема трехзвенного робота-манипулятора

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ №17-08-01366, №18-01-00538.

### Библиографические ссылки


1. *Андреев А. С., Перегудова О. А.* Об управлении двухзвенным манипулятором с упругими шарнирами // Нелинейная динамика. 2015. Т. 11. № 2. С. 267–277.
2. *Перегудова О. А., Макаров Д.С.* Синтез управления трехзвенным манипулятором // Автоматизация процессов управления. 2015. Т. 40. № 2. С. 109–113.
3. *Васюкова О.Э.* О возможности идентификации коэффициентов трения в шарнире управляемого физического маятника по амплитудам установившихся колебаний // Вестн. МГУ. Сер. 1. Матем. Механ. 2018. № 2. С. 63–67.


## К ВОПРОСУ ОБ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ


**Э.В. Вдовина[1], А.Ю.Вдовин[2]**

[1] Уральский государственный университет
Ленина 51, 620083 Екатеринбург, Россия
vdovina@e1.ru

[2] Уральский государственный лесотехнический университет
Сибирский тракт 37, 620100, Екатеринбург, Россия
vdovin@usfeu.ru


Будучи ещё студенткой, первая из авторов имела счастье слушать курс Евгения Алексеевича Барбашина "Качественная теория дифференциальных уравнений". Это и определило главное направление её дальнейшей научной работы.

В докладе рассматриваются автономные системы II порядка, свойства решений которых можно охарактеризовать по фазовым портретам, при построении которых учитываются и бесконечно удаленные точки плоскости. Изучение фазовых портретов в целом можно вести, преобразуя плоскость вместе с бесконечными удаленными её точками в круг Пуанкаре [1]. Для системы $\begin{cases} x' &= P(x,y), \\ y' &= Q(x,y) \end{cases}$ переход к кругу Пуанкаре осуществляется с помощью замены: $X = \frac{x}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$, $Y = \frac{y}{\sqrt{1+x^2+y^2}}$. Бесконечно удалённым точкам плоскости соответствуют точки границы круга Пуанкаре, т.е. точки окружности единичного радиуса. Рассмотрение ведётся, как для линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (ЛОСПК) II порядка, так и для обратных задач качественной теории дифференциальных уравнений (ОЗКТДУ). М.И. Альмухамедов предложил конструкцию систем дифференциальных уравнений II порядка, обладающих: а) заданными положениями равновесия заданного характера – первая ОЗКТДУ (1963 г.),[2], в конструкции присутствуют параметры, их число определяется числом положений равновесия системы; б) заданными предельными циклами заданного характера устойчивости – вторая ОЗКТДУ (1965 г.),[3].

Но конструкция б) решает более частную задачу: система имеет своими предельными циклами замкнутые кривые, имеющие один и тот же характер устойчивости. Иной подход, при котором можно менять характер устойчивости одного конкретного цикла, рассмотрен в работе Э.В.Вдовиной [4]. Все три подхода укладываются в схему, предложенную Н.П.Еругиным [5].

**Линейная однородная система с постоянными коэффициентами II порядка.** Для неё фазовые портреты в круге Пуанкаре построены для всех возможных случаев. Если рассмотреть уравнение $y' = 1$, как уравнение фазовых траектории соответствующей ЛОСПК II порядка, интегральные кривые которого – параллельные прямые, то на границе круга Пуанкаре два узла – устойчивый и неустойчивый.

**I обратная задача качественной теории дифференциальных уравнений.** В работе М.И. Альмухамедова [2] поставлена и решена задача о построении системы обыкновенных дифференциальных уравнений II порядка, имеющей заданные точки положениями равновесия заданного характера – невырожденные: узел, седло, фокус. На границе круга Пуанкаре положений равновесия всегда чётное число.

**II обратная задача качественной теории дифференциальных уравнений.** Конструируем системы либо методом М.И. Альмухамедова [3] для случая предельных циклов одного характера устойчивости, либо методом Э.В. Вдовиной [4] для циклов разного характера устойчивости. При рассмотрении их фазовых портретов в круге Пуанкаре получаем на границе круга Пуанкаре при любом числе предельных циклов и любом характере их устойчивости: положений равновесия либо нет; либо 4 положения равновесия: два из них являются сёдлами, а два узлами одного характера устойчивости. Для визуализации фазовых портретов составлены программы. Фазовые портреты строятся, как в конечной части плоскости, так и в круге Пуанкаре.

**Библиографические ссылки**


1. *Баутин Н.Н., Леонтович Е.А.* Методы и приёмы качественного исследования динамических систем на плоскости. М.: Наука, 1976.
2. *Альмухамедов М.И.* Обратная задача качественной теории дифференциальных уравнений // Изв. Вузов. Математика. 1963. № 4. С. 3–6.
3. *Альмухамедов М.И.* О конструировании дифференциального уравнения, имеющего своими предельными циклами заданные кривые // Изв. Вузов. Математика. 1965. № 1. С. 12–16.
4. *Вдовина Э.В.* О второй обратной задаче качественной теории дифференциальных уравнений // Дифференц.уравнения. Минск. 1978.Т. XIV. № 10. С. 1760–1764.
5. *Еругин Н.П* Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. Наука и техника. Минск, 1970.


# ОПТИМАЛЬНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ И СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ


**Во Тхи Тхань Ха**

Хошиминский университет индустрии, Хошимин, Вьетнам
vothithanhha@iuh.edu.vn


**Введение.** Оптимальное наблюдение динамических систем является частью процесса управления ими в условиях неопределенности, с помощью которого получаются необходимые для процесса управления оценки неопределенности.

Цель работы – синтез систем наблюдения в реальном времени.