# ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В НЕОКЛАССИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

**А.В. Бойко**

Санкт-Петербургский государственный университет
Университетская наб. 7/9, 199034, Санкт-Петербург, Россия
alina.boyko@mail.ru

**Введение.** Рассматривается задача построения оптимального управления для модели макроэкономического роста. Управляющим воздействием является потребление. Требуется выбрать его так, чтобы максимизировать сумму конечного капитала и общего объема потребления за весь планируемый период. Для решения данной задачи используется адаптивный метод Р. Габасова [1, 2].

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим модель макроэкономического роста в агрегированнной замкнутой экономике. В качестве производственной функции возьмем линейно однородную функцию Кобба-Дугласа $Y = AL^{\alpha}K^{1-\alpha}$, $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$. Случай линейной производственной функции рассмотрен в [3].

Математическая постановка задачи выглядит следующим образом:

$$J = e^{-\delta z}k(z) + \int_0^z e^{-\delta t}c(t)dt \to \max,$$

$$\dot{k} = \lambda k + Ak^{-\alpha} - c, \quad k(0) = k_0, \quad k(z) \geqslant k^*,$$

$$0 \leqslant c(t) \leqslant Ak(t)^{1-\alpha}, \quad t \in T,$$

где $z$ — горизонт планирования, $\lambda = A-\mu-n$, $n$ — темп роста трудовых ресурсов, $\mu$ — норма амортизации капитала, $\delta$ — норма дисконтирования, $c(t)$ — потребление на одного рабочего, $k(t)$ — капиталовооруженность, $T = [0, z]$. Эту модель можно рассматривать как линейную задачу оптимального управления с нелинейными ограничениями. Здесь управлением является $c(t)$.

**2. Сведение к ИЗЛП.** Для решения задачу преобразуем к линейной, затем сведем ее к интервальной задаче линейного программирования (ИЗЛП) и применим адаптивный метод. Поскольку нелинейность $k^{-\alpha}$ достаточно гладкая на отрезке $[k_0, k^*]$, то достаточно аппроксимировать ее одним отрезком прямой $ak + b$.

После преобразований получим ИЗЛП следующего вида:

$$D^{\mathrm{T}}C \to \max,$$

$$FC \geqslant B, \quad 0 \leqslant C \leqslant R,$$

где $C_{N\times1}$ — искомый вектор потребления, $D_{1\times N}$, $F_{N\times1}$, $B_{N\times1}$, $R_{N\times1}$ — постоянные матрицы, $N$ — число точек разбиения отрезка $T = [0, z]$.

**3. Численная реализация.** Примем $A = 1$, $\alpha = 0{,}5$, $z = 5$, $\mu = 0{,}05$, $n = 2$, $\delta = 0{,}09$, $N = 20$. Разработанный в среде MATLAB программный комплекс позволяет строить оптимальное управление для всех подобных задач (см. рис. 1).

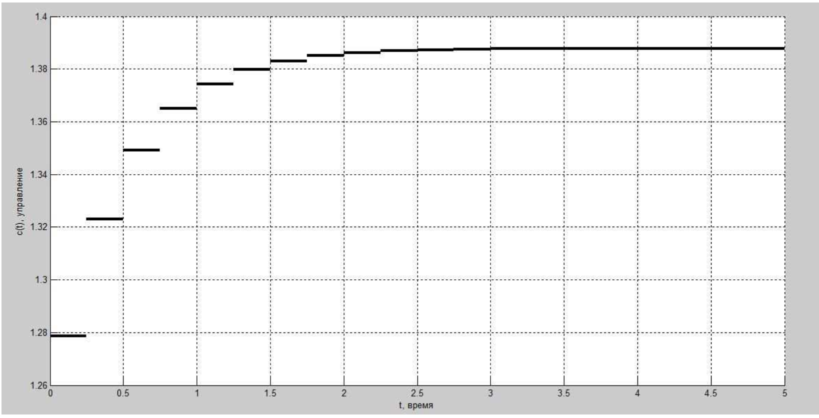


Рис. 1. Оптимальное управление

**Заключение.** Особенностью данной задачи является нелинейная производственная функция. Ее удалось достаточно просто аппроксимировать в соответствующей области фазового пространства. При этом ограничения в ИЗЛП оказались динамическими, что пришлось учитывать при разработке программного кода.

## Библиографические ссылки

1. *Альсевич В. В., Габасов Р., Глушенков В. С.* Оптимизация линейных экономических моделей. Минск: Изд-во БГУ, 2000. 211 с.
2. *Балашевич Н. В., Габасов Р., Кириллова Ф. М.* Численные методы программной и позиционной оптимизации линейных систем управления // Журн. вычисл. математики и мат. физики, 2000. Вып. 40, № 6. С. 838–859.
3. *Бойко А. В., Зубаков А. В.* Применение адаптивного метода в неоклассической модели экономического роста // Процессы управления и устойчивость. 2016. Т. 3. № 1. С. 607–611.