Здесь $(x(t), y(t))$ – $(n+m)$-мерный вектор, $u(t)$ $(v(t))$ – r (q)-мерный (с конечным числом точек разрыва первого рода) вектор управляющих воздействий, $t_0 < t_1 < t_2$, $A(t,\tau)$, $B(t,\tau)$ – заданные непрерывные матричные функции, $f(\tau, x, u)$ $(g(\tau, y, v))$ – заданная n (m)-мерная вектор-функция, $G(x)$ – заданная m-мерная вектор-функция.

В рассматриваемой задаче при некоторых предположениях доказано многоточечное [1-3] необходимое условие оптимальности, особых в смысле принципа максимума Понтрягина управлений [1, 3, 4].

При этом используется методика работы [5].

Библиографические ссылки

1. *Гороховик В.В.* Выпуклые и негладкие задачи векторной оптимизации. Мн. Наука и техника. 1990, 239 с.
2. *Гороховик С.Я.* Необходимые условия оптимальности в задаче с подвижным правым концом траектории // Дифференц. уравнения. 1975, № 10, с. 1765-1773.
3. *Мансимов К.Б.* Особые управления в системах с запаздыванием. Баку, Изд-во ЭЛМ. 1999, 174 с.
4. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Особые оптимальные управления. М. URSS, 2011, 256 с.
5. *Абдуллаев А.А., Мансимов К.Б.* Необходимые условия оптимальности в процессах, описываемых системой интегральных уравнений типа Вольтерра. Баку. Изд-во «ЭЛМ», 2013, 224 с.

НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО РЕШЕНИЯ НЕОКЛАССИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ФИРМЫ

В.В. Альсевич, Л.А. Альсевич

Белорусский государственный университет

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

alsevichvv@mail.ru

Как известно, во многих работах по математической экономике (см., напр., [1] или [2]) приводится один и тот же основной вывод об оптимальном поведении фирмы в условиях совершенной конкуренции для неоклассической задачи производства (максимизация прибыли фирмы на всем пространстве факторов): *стоимость предельного (маргинального) продукта равна цене соответствующего затрачиваемого фактора.* К сожалению, на взгляд авторов предлагаемого сообщения, это утверждение не всегда верно. Более того, его нельзя принимать в виде основного результата, как утверждают многие авторы.

Почему? Ответ на данный вопрос дан авторами в работах [3], [4] и приводится в предлагаемом сообщении.

Казалось бы, указанный вывод верный, если следовать нестрогим математическим выводам и не учитывать свойств производственных функций. Возможно, поэтому подобное утверждение принято в экономической литературе за основу и считается, что оно верно не только для основной задачи, но и для ее некоторых вариантов, что подтверждается затем геометрической интерпретацией решений всех вариантов: *в точке, соответствующей оптимальному плану, изокванта касается изокосты.* Математически это верно. Но при этом многие авторы поступают следующим образом. Взяв воображаемый оптимальный план и построив для него соответствующие изокванту и изокосту, показывают, что движение от этой точки по изокванте или по изокосте только увеличивает прибыль. Но при этих движениях решаются другие(!) задачи, а не исходная задача. В самом деле, при движении по изокванте решается задача минимизации издержек при фиксированном выпуске (или доходе), а при движении по изокосте – задача максимизации дохода при фиксированных издержках. Действительно, при этом указанная выше геометрическая интерпретация одна и та же для всех задач. Однако соотношения между предельным продуктом и ценой затрачиваемого фактора разная. Следовательно, указанный выше вывод нельзя считать основным.

Оказывается, что при выводе основного результата не везде учитываются свойства производственных функций. Как показано в [3] для задачи анализа способов производственной деятельности, в [4] – для производственных функций, однородных любой степени, неоклассическая задача не имеет решения (оптимального плана в обычном понятии) даже с математической точки зрения при произвольных ценах на факторы и производимую продукцию. Решение существует лишь при определенном соотношении цен, при котором максимальная прибыль равна нулю. С экономической точки зрения такие цены называют равновесными, а само состояние экономики – конкурентным равновесием. Однако же вся теория фирмы строится при произвольных ценах и нигде не оговаривается, что все это справедливо только в условиях конкурентного равновесия.

В работах [3, 4] показано, что основным результатом следует считать следующее утверждение: *при оптимальном поведении фирмы в условиях совершенной конкуренции предельный продукт пропорционален цене соответствующего производственного фактора.* Заметим

также, что в условиях конкурентного равновесия для указанных выше различных вариантов основной задачи действительно справедливо утверждение, приведенное в начале данного сообщения.

Библиографические ссылки

1. *Ашманов С.А.* Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984.
2. *Интрилигатор М.* Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Айрис-пресс, 2002.
3. *Альсевич В.В.* О решении задачи фирмы // Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем: Сб. науч. трудов X Междунар. школы-симпоз. АМУР-2016, Симферополь-Судак, 12-21 сентября 2016. – Симферополь: КФУ им. В. И. Вернадского, 2016. – С. 6–12.
4. *Альсевич В.В., Альсевич Л.А.* Теория фирмы: новый взгляд на классический результат // Экономика, моделирование, прогнозирование: сб. науч. тр. / Минск: НИЭИ Мин-ва экономики Респ. Беларусь, 2017. Вып. 11. – С. 127–135.

УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ ОСОБЫХ УПРАВЛЕНИЙ В КЛАССЕ ДИСКРЕТНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

В.В. Альсевич, С.Ю. Корзун

Белорусский государственный университет

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

alsevichvv@mail.ru

В классе дискретных управляющих воздействий рассматривается задача оптимального управления:

$$J(u) = \varphi(x(t^*)) \to \min,$$

$$\dot{x} = f_0(x) + B(x)u, \quad x(0) = x_0, \quad u(t) \in U, \quad t \in T = [0, t^*].$$

Здесь: $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^r$, U – выпуклый компакт.

Особые управления с терминальным критерием качества исследовались в [1]. Для задачи с критерием качества, зависящим от промежуточных состояний системы, условия оптимальности особых управлений получены в [2]. В [1, 2] рассматривались произвольные правые части системы и произвольное замкнутое множество U. Кроме того, в [1, 2] задачи исследовались в классе кусочно-непрерывных управляющих воздействий. В предлагаемой работе исследования проведены для класса дискретных управлений, в силу чего доказательство условий оптимальности проведено для специальной правой части системы и выпуклого множества U.