игре. Предложенный аналитический метод развит и в случае матричных разрешающих функций [3], введены верхние и нижние разрешающие функции различных типов [4], что существенно расширяет возможности метода. В рамках разработанной идеологии решены задачи группового и поочередного преследования, охвачен случай фазовых ограничений [2]. Для иллюстрации возможностей метода приведены многочисленные примеры игровых ситуаций.

Библиографические ссылки

1. *Chikrii A.A.* On analytical method in dynamic pursuit games // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. 2010. Vol. 271. P. 69–85.
2. *Chikrii A.A.* Conflict controlled processes. Springer Science and Business Media. 2013.
3. *Chikrii A.A., Chikrii G.Ts.* Matrix resolving functions in game problems of dynamics // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. 2015. Vol. 291. suppl. 1. P. 56–65.
4. *Чикрий А.А.* Верхняя и нижняя разрешающие функции в игровых задачах динамики // Труды ИММ Ур О РАН. 2017. № 1. С. 293–305.

СТРУКТУРНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННОЙ ДИССИПАЦИЕЙ В ДИНАМИКЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

М.В. Шамолин

Институт механики МГУ имени М. В. Ломоносова

Мичуринский пр., 1, 119192 Москва, Россия

shamolin@rambler.ru, shamolin@imec.msu.ru

Работа посвящена исследованию вопросов относительной структурной устойчивости (относительной грубости) динамических систем, рассматриваемых, не на всем пространстве динамических систем, а лишь на некотором его подпространстве. При этом пространство деформаций (динамических) систем также не совпадает со всем пространством допустимых деформаций. В частности, будут рассмотрены системы дифференциальных уравнений, возникающие в динамике твердого тела, взаимодействующего с сопротивляющейся средой. Показана их относительная грубость, а также, при некоторых условиях, относительная негрубость различных степеней [1].

Грубые (структурно устойчивые) системы можно рассматривать как наиболее простые, наиболее многочисленные динамические системы в соответствующем пространстве динамических систем. Действительно, грубые системы выделяются условиями типа неравенств, и поэтому их естественно рассматривать как наиболее общий случай.

В ряде вопросов представляет интерес рассмотрение относительной грубости, именно грубости по отношению к некоторому классу динамических систем, т.е. по отношению к некоторому подмножеству пространства динамических систем. Таким понятием относительной грубости можно воспользоваться при выделении простейших негрубых систем, т.е. систем первой степени негрубости, а также при классификации негрубых систем по степени сложности, или степени негрубости. Отметим, что с точки зрения такой классификации негрубых систем консервативные системы являются системами бесконечной степени негрубости, другими словами, системами степени негрубости более высокой, чем любая конечная степень негрубости. Таким образом, консервативные системы являются с точки зрения такой классификации чрезвычайно "редкими" системами.

Системы первой степени негрубости можно определить как системы, которые являются относительно грубыми во множестве (относительно) негрубых систем (точное определение будет дано ниже).

В случае аналитических динамических систем, требуя у правых частей динамической системы не менее пяти производных, можно определить динамические системы второй степени негрубости как системы, относительно грубые во множестве систем, негрубых и не являющихся системами первой степени негрубости. Совершенно аналогично можно определить динамические системы 3-й, 4-й, ..., степени негрубости.

Таким образом, динамическую систему в дальнейшем назовем системой n-й степени негрубости в замкнутой области, если она является негрубой системой, не являющейся негрубой системой степени, меньшей или равной $n-1$, и если она является относительно грубой в множестве негрубых систем, не являющихся негрубыми системами степени, меньшей или равной $n-1$.

В качестве примера рассмотрим динамические системы, возникающие в динамике твердого тела, взаимодействующего со средой.

Пример. Рассмотрим системы вида

$$\dot{\alpha} = -\Omega + A_1 \frac{F(\alpha)}{\cos\alpha},\ \dot{\Omega} = A_2 F(\alpha),\ A_1,\ A_2 > 0. \tag{1}$$

при условии

$$F \in \Phi. \tag{2}$$

Здесь F — достаточно гладкая нечетная π-периодическая функция, удовлетворяющая условиям: $F(a) > 0$ при $a \in (0, \pi/2)$, $F'(0) >$

0, $F'(\pi/2) < 0$ (класс функций $\{F\} = \Phi$).

Теорема 1. *Система (1) относительно структурно устойчива. Любые две системы вида (1) топологически эквивалентны.*

Следствие. *Система (1) при условии (2) топологически эквивалентна (сопряжена) уравнению* $I_*\ddot{\theta} + h\dot{\theta}\cos\theta + \sin\theta\cos\theta = 0$, *где* $I_*, h > 0$, *а также общему уравнению плоского маятника в потоке среды [1, 2].*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-01-00848-а).

Библиографические ссылки

1. *Шамолин М.В.* Динамические системы с переменной диссипацией: подходы, методы, приложения // Фундамент. и прикл. матем. 2008. Т. 14. Вып. 3. С. 3–237.
2. *Шамолин М.В.* Интегрируемые системы с переменной диссипацией на касательном расслоении к многомерной сфере и приложения // Фундамент. и прикл. матем. 2015. Т. 20. Вып. 4. С. 3–231.

МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМОЙ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА В ОДНОМ СПЕЦИАЛЬНОМ СЛУЧАЕ КРАТНЫХ КОРНЕЙ

А.А. Якименко

Белорусский государственный технологический университет

Свердлова 13а, 220006 Минск, Беларусь

yakim66@gmail.com

Рассмотрим линейную систему нейтрального типа

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t-h) + A_2\dot{x}(t-h) + bu(t), \ \ t > 0, \qquad (1)$$

где A_i, $i = 0, 1, 2$ – постоянные (2×2) -матрицы, b – ненулевой 2 -вектор, $h > 0$ постоянное запаздывание. Не ограничивая общности, считаем $b^T = [0, \ 1]$.

Присоединим к системе (1) регулятор вида

$$u(t) = q'_{00}x(t) + \sum_{i=0}^{L}\sum_{j=1}^{M} {q'}_{ij}x^{(i)}(t-jh) + \int_{-h}^{0} g'(s)x(t+s)ds, \qquad (2)$$