

ДИНАМИКА МНОГОЗНАЧНЫХ ОЦЕНОК МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ С БИЛИНЕЙНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ

Т.Ф. Филиппова^{1,2}, О.Г. Матвийчук¹

¹ Институт математики и механики имени Н.Н.Красовского УрО РАН
С.Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия
{ftf,vog}@imm.uran.ru

² Уральский федеральный университет им. первого Президента России
Б.Н. Ельцина, Мира 19, 620002 Екатеринбург, Россия
t.f.filippova@urfu.ru

Введение. Рассматриваются задачи оценивания множеств достижимости нелинейной управляемой динамической системы, в предположениях о неполной информации о начальных состояниях и о некоторых параметрах и функциях, входящих в векторы фазовых скоростей системы. Отметим, что геометрия множеств достижимости нелинейных динамических систем может быть очень сложной, в этих случаях представляет интерес решение задач приближения множеств достижимости исходной нелинейной системы множествами более простой канонической формы, в том числе эллипсоидами. Отметим также, что в настоящее время техника эллипсоидального исчисления для решения задач оценивания множеств достижимости управляемых систем весьма развита для линейных управляемых систем и для некоторых классов систем с нелинейной динамикой [1–3].

1. Постановка задачи. Рассматривается динамическая система

$$\dot{x} = A(t)x + f(x)d + u(t), \quad x_0 \in X_0, \quad t_0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

$x, d \in \mathbb{R}^n$, $\|x\| \leq K$ ($K > 0$). Предполагается, что $n \times n$ -матрица $A(t)$ in (1) имеет вид $A(t) = A^0 + A^1(t)$, где $n \times n$ -матрица A^0 известна, а измеримая $n \times n$ -матричная функция $A^1(t)$ неизвестна, но ограничена, $A^1(t) \in \mathcal{A}^1$ ($t \in [t_0, T]$),

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^1 = \{A = \{a_{ij}\} \in \mathbb{R}^{n \times n} : a_{ij} = 0 \text{ for } i \neq j, \\ a_{ii} = a_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad a = (a_1, \dots, a_n), \quad a'Da \leq 1\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ — положительно определенная матрица.

Предполагается, что нелинейная функция $f(x)$ в (1) имеет вид $f(x) = x'Bx$, где матрица B — положительно определенная и симметрическая, а начальное множество X_0 — эллипсоид, $X_0 = E(a_0, Q_0)$. Основная задача состоит в нахождении внешних эллипсоидальных оценок для множеств достижимости нелинейной управляемой системы

(1)–(2) и изучении динамики (во времени) найденных оценивающих эллипсоидов.

2. Основные результаты. В работах [4–6] техника эллипсоидального исчисления была использована для решения задач оценивания трубок траекторий некоторых нелинейных управляемых динамических систем с неопределенностью по начальным данным. В данной работе на основе указанных результатов техника эллипсоидального исчисления развивается для решения нового класса задач оценивания трубок траекторий нелинейных управляемых динамических систем с неопределенностью по начальным данным. Найдены дифференциальные уравнения, описывающие динамику эллипсоидальных оценок множеств достижимости нелинейной управляемой системы с неопределенностью по начальным данным. Отметим, что основное существенное отличие рассматриваемого здесь класса систем (1)–(2) от исследованного случая [4] состоит в ином характере ограничений на неизвестные элементы матрицы $A^1(t)$. Работа продолжает исследования [5], где данная задача оценивания рассматривалась в дискретной постановке. Предлагаются также итерационные алгоритмы внешнего оценивания траекторных трубок и множеств достижимости рассматриваемой системы. Представлены примеры и результаты компьютерного моделирования.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы Президиума Российской Академии наук № 01 “Фундаментальная математика и ее приложения” (грант PRAS-18-01).

Библиографические ссылки

1. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977.
2. Kurzhanski A.B., Varaiya P. Dynamics and Control of Trajectory Tubes. Theory and Computation. NY: Springer-Verlag, 2014.
3. Chernousko F.L. State Estimation for Dynamic Systems. NY: CRC Press, 1994.
4. Filippova T.F. Differential equations of ellipsoidal state estimates for bilinear-quadratic control systems under uncertainty // 9th CHAOS Conference Proceedings, Senate House, University of London, UK, 2016. P. 97–106.
5. Filippova T.F. Estimation of star-shaped reachable sets of nonlinear control systems // Lecture Notes in Computer Science. 2018. Vol. 10665. P. 210–218.
6. Филиппова Т.Ф., Матвейчук О.Г. Алгоритмы оценивания множеств достижимости импульсных управляемых систем с эллипсоидальными фазовыми ограничениями // Автоматика и телемеханика. 2011. № 9. С. 127–141.