Библиографические ссылки

1. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костюкова О.И.* Оптимизация линейной системы управления в режиме реального времени // Изв. РАН. Техн. кибернетика. 1992. № 4. С. 3–19.
2. *Габасов Р., Ружицкая Е.А.* Стабилизация динамических систем с обеспечением дополнительных свойств переходных процессов // Кибернетика и системный анализ. 2001. № 3. С. 139–151.
3. *Габасов Р., Ружицкая Е.А.* Синтез оптимальных по быстродействию систем в классе ограниченных непрерывных управлений с ограниченными производными // Известия РАН. Теория и системы управления. 1998. № 4. С. 75–81.

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ε-ОПТИМАЛЬНОСТИ ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯМИ

К.А. Рыбаков

Московский авиационный институт, Москва, Россия
rkoffice@mail.ru

В работе сформулированы и доказаны достаточные условия ε-оптимальности управления нелинейными многомерными стохастическими системами с переключениями режимов функционирования в условиях неполной информации о векторе состояния. Они позволяют оценить точность приближенно найденного управления по отношению к оптимальному по величине функционала качества. Получены соотношения для нахождения ε-оптимального управления, сформирована методика его нахождения с помощью минимизации суммарной невязки полученных соотношений.

Ранее в работе [1] рассматривалась модель динамической системы, описываемой стохастическим дифференциальным уравнением Ито:

$$dX(t) = f\big(t, X(t), \mathbf{u}(t)\big)dt + \sigma\big(t, X(t), \mathbf{u}(t)\big)dW(t),$$

где $X \in \mathbb{R}^n$ — n-мерный вектор состояния системы; $t \in T = [t_0, t_1]$ — время, моменты времени t_0 и t_1 заданы; $f(t,x)\colon T \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ и $\sigma(t,x)\colon T \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n\times s}$ — заданные функции; $W(t)$ — s-мерный стандартный винеровский процесс. Предполагается существование плотности вероятности вектора состояния X, начальный вектор состояния $X_0 = X(t_0)$ задается плотностью вероятности $\varphi_0(x)\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}_+$.

Через $\mathbf{u} \in U \subseteq \mathbb{R}^q$ обозначен q-мерный вектор управления. При управлении такой динамической системой используется информация о времени и о величине m первых координат вектора состояния: $0 \leqslant m \leqslant n$, т.е. $X = [X_{(1)}\ X_{(2)}]^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{u}(t) = u(t, X_{(1)}(t))$, где $X_{(1)} \in \mathbb{R}^m$, $X_{(2)} \in \mathbb{R}^{n-m}$. В предельных случаях $m = 0$ и $m = n$ управление будет программным и позиционным соответственно.

Функционал качества на множестве допустимых управлений задается следующим образом:

$$J\big(u(t, x_{(1)}); \varphi_0(x)\big) = \mathrm{E}\left[\int_{t_0}^{t_1} \omega\big(t, X(t), u(t, X_{(1)}(t))\big)dt + \gamma\big(X(t_1)\big)\right],$$

где E — математическое ожидание, $\omega(t, x, u)\colon T \times \mathbb{R}^n \times U \to \mathbb{R}$ и $\gamma(x)\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ — заданные функции, обеспечивающие конечность величины функционала качества.

Задача оптимального в среднем управления состоит в нахождении функции $u^*(t, x_{(1)})$, на которой функционал качества $J(u(t, x_{(1)}); \varphi_0(x))$ достигает минимального значения.

В этой работе предлагается рассмотреть более сложную стохастическую систему с переключениями режимов функционирования [2]. Для этого расширим вектор состояния, введя дополнительную координату $K \in \mathbb{K} = \{1, 2, \ldots, N\}$, определим случайный процесс $K(t)$ — процесс смены структуры (каждая структура соответствует некоторому режиму функционирования, $K(t_0) = K_0$), траектории которого — это кусочно-постоянные функции со значениями из множества $\mathbb{K}$, и зададим уравнение для случайного процесса $X(t)$ в форме

$$dX(t) = f^{\langle k\rangle}\big(t, X(t), \mathbf{u}(t)\big)dt + \sigma^{\langle k\rangle}\big(t, X(t), \mathbf{u}(t)\big)dW(t), \quad X(t_0) = X_0,$$

где $f^{\langle k\rangle}(t, x)\colon T \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ и $\sigma^{\langle k\rangle}(t, x)\colon T \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n\times s}$ — заданные функции, $k = 1, 2, \ldots, N$.

Процесс смены структуры $K(t)$ можно задать с помощью функций $\lambda_{kr}(t, x) \geqslant 0$, определяющих интенсивности переключений; $k, r = 1, 2, \ldots, N$; $k \neq r$. Тогда при условии $K(t-0) = k$ и $X(t-0) = x$ функция $K(t+\Delta t)$ принимает значение r с вероятностью $\lambda_{kr}(t, x)\Delta t + o(\Delta t)$. Управление в общем случае зависит от номера k, т.е. $\mathbf{u}(t) = u^{\langle K(t)\rangle}(t, X_{(1)}(t))$, соответствующим образом определяется и функционал качества $J(u^{\langle k\rangle}(t, x_{(1)}); \varphi_0(x))$.

Достаточные условия ε-оптимальности управления доказаны на основе принципа расширения В. Ф. Кротова [3]. Эти условия и полученные из них соотношения позволяют находить искомое приближенное управление, минимизируя отклонение от оптимального решения. Полученные результаты могут служить обоснованием процедур применения различных приближенных методов синтеза оптимального управления стохастическими системами с переключениями.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-07-00419-а).

Библиографические ссылки

1. *Пантелеев А.В., Рыбаков К.А.* Приближенный синтез оптимальных непрерывных стохастических систем управления с неполной обратной связью // Автоматика и телемеханика, 2018. № 1. С. 130–146.
2. *Казаков И.Е., Артемьев В.М., Бухалев В.А.* Анализ систем случайной структуры. М.: Физматлит, 1993.
3. *Кротов В.Ф., Гурман В.И.* Методы и задачи оптимального управления. М.: Наука, 1973.

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ В ТЕРМИНАХ ЗНАКОПОСТОЯННЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Н.О. Седова

Ульяновский государственный университет

Льва Толстого 42, 432000 Ульяновск, Россия

sedovano@ulsu.ru

Пусть $\mathbb{R}^n$ – действительное n-мерное пространство с нормой $|\cdot|$, B – допустимое пространство с исчезающей памятью [1] с нормой $|\cdot|_B$ такой, что $(B, |\cdot|_B)$ является сепарабельным банаховым пространством.

Для функции $x \in C((-\infty, A), \mathbb{R}^n)$, $-\infty < A \leqslant +\infty$, определим функцию $x_t : \mathbb{R}^- \to \mathbb{R}^n$ по формуле $x_t(s) = x(t+s), \quad s \in \mathbb{R}^-$ для каждого $t < A$. Для произвольного $a > 0$ определим множество $B_a = \{\varphi \in B \,|\, |\varphi|_B < a\}$.

Рассмотрим функционально-дифференциальное уравнение с бесконечным запаздыванием

$$\dot{x}(t) = f(t, x_t) \tag{1}$$

где $f : \ \mathbb{R}^+ \times B_H \to \mathbb{R}^n$ для некоторого $0 < H \leqslant \infty$. Предполагается, что f удовлетворяет условиям типа Каратеодори [1]. Введенные предположения обеспечивают следующие свойства решений уравнения (1): для каждой начальной точки $(\alpha_0, \varphi_0) \in \mathbb{R}^+ \times B_H$ существует единственное непродолжимое решение $x(t; \alpha_0, \varphi_0)$ уравнения (1), определенное для $t \in [\alpha_0, \beta)$ для некоторого $\beta > \alpha_0$, то есть непрерывное и