

Белорусский государственный университет

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

О.И. Чуприс

21.06.2018

Регистрационный № УД- 5696 /уч.

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ГРАФИКИ**

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности  
1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ

2018 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013 (30.08.2013) и учебного плана (регистрационный № G31-137/уч.; 30.05.2013) для специальности 1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ.

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

**Д. В. Вылегжанин**, доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физ.-мат. наук.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа (протокол № 9 от 24.05.2018);

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета 19.06.2018, протокол № 8.

Зав. кафедрой В. Зосман (В. У. Грома)



## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Математические основы компьютерной графики» является дисциплиной по выбору студента и относится к циклу специальных дисциплин.

Для большинства современных специалистов работа с компьютером является основным видом деятельности на рабочем месте. Специалист математик, в своей работе, так или иначе, будет связан с решением и постановкой многих практических задач. Большое количество существующих пакетов (программ) созданных для решения рабочих задач, в таких областях как анализ данных, компьютерная графика, экономика существенно используют различные математические методы.

Для понимания и использования этих методов в полном объеме необходимы математические знания, в том числе, таких дисциплин как геометрия (аналитическая и дифференциальная), численные методы. Некоторые аспекты, практического приложения перечисленных дисциплин обсуждаются в данном курсе.

Знание основных алгоритмов, методов и математических конструкций играет фундаментальную роль при решении многих задач вычислительной геометрии и компьютерной графики.

Дисциплина тесно связана с дисциплинами «Геометрия» и «Алгебра».

**Целью** учебной дисциплины является обучение студентов работе с основными алгоритмами и конструкциями современной математики применяемыми в компьютерной графике.

К основным **задачам** курса относятся: обучение основным алгоритмам современной вычислительной геометрии; изучение современных методов теории сплайнов; приобретение навыков практической реализации имеющихся знаний.

В результате изучения дисциплины студент **должен**:

**знать:** основные математические конструкции, алгоритмы и методы решения задач вычислительной геометрии и компьютерной графики, в том числе алгоритмы построения выпуклых оболочек, определения взаимного расположения геометрических объектов, методы моделирования линий и поверхностей и т.д.

**уметь:** конструировать линии и поверхности используя теорию сплайнов, кривых и поверхностей Безье; решать задачи используя алгоритмы и методы вычислительной геометрии; применять геометрические преобразования для решения практических задач в том числе задач компьютерной графики.

**владеть** свободно основными алгоритмами решения задач вычислительной геометрии.

Учебная дисциплина строится таким образом, чтобы обучающийся приобретал следующие компетенции специалиста:

*академические компетенции:*

Специалист должен:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (креативность).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Иметь лингвистические навыки (устная и письменная коммуникация).

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

*социально-личностные компетенции:*

Специалист должен:

СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-4. Владеть навыками здорового образа жизни.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике (критическое мышление).

СЛК-6. Уметь работать в команде.

*профессиональные компетенции:*

Специалист должен быть способен:

ПК-1. Использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований;

ПК-2. Понять поставленную задачу, оценить ее корректность;

ПК-3. Доказывать основные утверждения, выделять главные смысловые аспекты в доказательствах;

ПК-4. Самостоятельно разрабатывать алгоритмы решения и их анализировать;

ПК-5. Получать результат на основе анализа, его корректно формулировать, видеть следствия сформулированного результата;

ПК-6. Передавать результат проведенных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления;

ПК-7. Публично представлять собственные и известные научные результаты.

ПК-8. Преподавать математические дисциплины и информатику в учреждениях образования;

ПК-9. Применять на практике изученные основы педагогического мастерства;

ПК-10. Распространять знания из области математики, информатики, их приложений среди различных слоев населения.

ПК-11. Разрабатывать и реализовывать процессы жизненного цикла информационных систем, программного обеспечения, сервисов систем информационных технологий;

ПК-12. Развивать и использовать инструментальные средства, информационные среды, автоматизированные системы;

ПК-13. Разрабатывать и анализировать алгоритмы, протоколы, вычислительные модели и модели данных для реализации функций и сервисов систем информационных технологий;

ПК-14. Использовать математические и компьютерные методы исследований при анализе современных естественнонаучных, экономических, социально-политических процессов.

ПК-15. Осваивать и реализовывать управленческие инновации в сфере высоких технологий.

ПК-16. Руководить выполнением проектных работ;

ПК-17. Контролировать и поддерживать трудовую и производственную дисциплину;

ПК-18. Разрабатывать документацию (графики работ, инструкции, планы, заявки, деловые письма и т.п.), а также отчетную документацию по установленным формам;

ПК-19. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-20. Разрабатывать и согласовывать представляемые материалы.

ПК-21. Оптимизировать управленческие решения.

---

Учебная программа предназначена для студентов 3 курса (5 семестр) очной формы обучения.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины отводится 120 часов, в том числе 72 аудиторных часа: лекции – 36 часа, лабораторные занятия – 30 часов, УСР – 6 часов. Форма текущей аттестации – зачет.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Тема 1. Предмет изучения вычислительной геометрии.**

Объект изучения. Основные типы задач вычислительной геометрии. Обзор литературных источников.

### **Тема 2. Способы задания прямых и плоскостей.**

Основные уравнения прямых на плоскости и в пространстве. Уравнения плоскостей. Практические способы записи.

### **Тема 3. Взаимное расположение простейших геометрических объектов.**

Методы определения взаимного расположения точек, прямых, отрезков, плоскостей.

### **Тема 4. Задачи локализации точки.**

Основные определения (многоугольник, простой многоугольник, выпуклый многоугольник и др.). Алгоритмы локализации точки относительно выпуклого многоугольника. Алгоритмы локализации точки относительно произвольного многоугольника. Анализ сложности алгоритмов.

### **Тема 5. Выпуклые оболочки.**

Основные определения (выпуклая оболочка, политоп, симплекс, грань и др.). Метод прохода Грэхэма (2 варианта). Метод обхода Джарвиса. Метод QuickHull. Анализ сложности алгоритмов.

### **Тема 6. Взаимное расположение многоугольников.**

Алгоритмы определения взаимного расположения многоугольников. Внутренние и внешние отсечения сторон. Анализ сложности алгоритмов. Приложения.

### **Тема 7. Алгоритм нахождения пары ближайших точек.**

Описание и анализ сложности алгоритма нахождения пары ближайших точек. Приложения.

### **Тема 8. Определение наличия пересекающихся отрезков.**

Определение взаимного положения двух отрезков. Постановка задачи. Алгоритм Sweep-line (выметающая прямая). Особенности алгоритма. Анализ сложности алгоритма.

### **Тема 9. Методы построения проекций на плоскость.**

Виды проекций. Методы построения параллельной и центральной проекций. Приложения.

### **Тема 10. Использование кватернионов для описания геометрических преобразований.**

Понятие кватерниона и основные операции. Запись вращений и симметрий с использованием кватернионов и ортогональных матриц. Сравнительный анализ.

### **Тема 11. Растровые алгоритмы.**

Алгоритмы вывода на экран отрезка прямой. Алгоритмы Брезингема для вывода отрезка прямой и окружности.

### **Тема 12. Кривые Безье. В-сплайны.**

Функции Бернштейна. Алгоритм Де Кастелье. Свойства кривой Безье. Геометрический смысл алгоритма Де Кастелье. Рациональные кривые Безье. В-сплайн.

### **Тема 13. Интерполяция.**

Методы решения задач интерполяции с использованием кривых Безье, сплайнов Эрмита, кубического сплайна, полиномов Ньютона и Лагранжа.

### **Тема 14. Триангуляция.**

Понятие триангуляции. Триангуляция Делоне. Диаграммы Вороного. Некоторые алгоритмы триангуляции.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Лабораторные занятия	Семинарские занятия	Практические занятия	Иное		
1	Предмет изучения вычислительной геометрии.	2						
2	Способы задания прямых и плоскостей.	2						Проверка индивидуальных заданий
3	Взаимное расположение простейших геометрических объектов.	2	4				2	Контрольная работа
4	Задачи локализации точки.	4	4					
5	Выпуклые оболочки.	2	2				2	Контрольная работа
6	Взаимное расположение многоугольников.	2						
7	Алгоритм нахождения пары ближайших точек.	2	4					
8	Определение наличия пересекающихся отрезков.	2						Опрос
9	Методы построения проекций на плоскость.	2	2					
10	Использование кватернионов для описания геометрических преобразований.	4	4					Опрос
11	Расстровые алгоритмы.	2						Проверка индивидуальных заданий
12	Кривые Безье. В-сплайны.	2	4					
13	Интерполяция.	2	4					
14	Триангуляция.	6	2				2	Контрольная работа
Всего по дисциплине		36	30				6	

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Основная литература:

1. Т. Кормен, Ч. Лайзерсон, Р. Ривест, К. Штайн, *Алгоритмы построение и анализ (второе издание)*, Издательский дом «Вильямс», 2005, 1291 с.
2. Ф.Препарата, М.Шеймос, *Вычислительная геометрия: Введение*, Москва «Мир», 1989, 480с.
3. Е.А. Никулин, *Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики*, Санкт-Петербург: «БХВ-Петербург», 2003, 560с.
4. Н.Н. Голованов *Геометрическое моделирование*, Москва: «Физматлит», 2002, 472с.
5. Е.В.Шикин, А.И. Плис *Кривые и поверхности на экране компьютера*, Москва: «Диалог-МИФИ», 1996, 240 с.

### Дополнительная литература:

6. М.М. Постников, *Аналитическая геометрия*, Москва: «Наука», 1973, 760 с.
7. В.Н. Пореев, *Компьютерная графика*, СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 432 с.



## **Организация управляемой самостоятельной работы студентов**

Управляемая самостоятельная работа по дисциплине «Математические основы компьютерной графики» проводится преподавателем, как правило, во время аудиторных занятий. Контроль осуществляется на контрольных работах.

### **Примерный перечень заданий управляемой самостоятельной работы (контрольные работы)**

#### **Тема: Взаимное расположение простейших геометрических объектов**

Дано:  $P = \{(0,0), (1,0), (3,5), (2,3), (1,4), (0,2)\}$  - простой многоугольник;  
 $P_0(2,2)$  – точка.

Определить положение точки  $P_0$  относительно многоугольника:

- 1) Используя лучевой тест;
- 2) Используя угловой тест (через октаны).

#### **Тема: Выпуклые оболочки**

Дано:  $P = \{(3, 5), (6, 4), (4, 2), (2, 10), (8, 3), (0, 8), (3, 4), (10, 3), (2, 4), (1, 10)\}$  – множество точек;

Найти выпуклую оболочку множества  $P$ :

- 1) Алгоритмом Грехема;
- 2) Алгоритмом Джарвиса;
- 3) Оценить количество арифметических операций для каждого алгоритма.

#### **Тема: Триангуляция**

Дано:  $P = \{(6, 7), (6, 3), (0, 10), (5, 6), (8, 9)\}$

Построить:

- 1) триангуляцию Делоне для указанного множества точек;
- 2) Жадную триангуляцию.

### **Перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности**

Для диагностики используются опрос, проверка индивидуальных заданий, контрольная работа.

### **Методика формирования итоговой оценки**

Полученные магистрантом количественные результаты учитываются как составная часть итоговой оценки по дисциплине в рамках рейтинговой системы.

Итоговая оценка формируется на основе трех документов:

- 1) Правила проведения аттестации.
- 2) Положение о рейтинговой системе БГУ.
- 3) Критерии оценки студентов.

