

**МНОГОШАГОВЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НАЧАЛЬНЫХ ЗАДАЧ
НА ОСНОВЕ СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОЙ МИНИМИЗАЦИИ НЕВЯЗКИ**
Б. В. Фалейчик, И. В. Бондарь (Минск, Беларусь)

Для численного решения задачи Коши

$$u'(t) = f(t, u(t)), \quad u(t_0) = y_0, \quad u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n,$$

рассмотрим k -шаговый метод типа Адамса

$$y_k = y_0 + \tau(\beta_0 f_0 + \dots + \beta_{k-1} f_{k-1}), \quad (1)$$

$f_i = f(t_i, y_i)$, $t_i = t_0 + i\tau$, $y_i \approx u(t_i)$, однако, в отличие от классического случая, коэффициенты $\{\beta_i\}$ будем считать на каждом шаге неизвестными. Для их определения рассмотрим разностную аппроксимацию первой производной порядка p :

$$u'(t) \approx D_p u(t) = \frac{1}{\tau} \left(\alpha_p u(t) + \alpha_{p-1} u(t - \tau) + \dots + \alpha_0 u(t - p\tau) \right),$$

и соответствующую невязку

$$r_{k,p} = D_p y_k - f(t_k, y_k). \quad (2)$$

Неизвестные коэффициенты метода (1) предлагаются определять как

$$\beta = (\beta_0, \dots, \beta_{k-1})^T = \underset{\beta \in \mathbb{R}^k}{\operatorname{argmin}} \|r_{k,p}\|_2. \quad (3)$$

Нетрудно заметить, что если $\|r_{k,p}\|_2 = 0$, то соответствующее приближение y_k совпадает с решением, полученным неявным p -шаговым методом Гира (ФДН). В случае линейной задачи $f(t, u) = A(t)u + b(t)$ задача (3) представляет собой классическую линейную задачу наименьших квадратов, решение которой методом QR-разложения требует $2nk^2 - \frac{2}{3}k^3$ арифметических операций.

В сообщении обсуждаются свойства аппроксимации и устойчивости предложенных методов, а также результаты вычислительных экспериментов.