Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
_____________ А.Л. Толстик
05.07.2016
Регистрационный № УД-2545/уч.

ГЕОМЕТРИЯ

Учебная программа для учреждения высшего образования по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 08 Математика и информационные технологии (по направлениям)

направления специальности:

1-31 03 08-01 Веб-программирование и интернет-технологии

1-31 03 08-02 Математическое и программное обеспечение мобильных устройств

2016 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1 31 03 08-2014, типовой учебной программы по учебной дисциплине «Геометрия», регистрационный № ТД- G 561/тип. – 2016, учебных планов, регистрационный № G31-195/уч. от 30.05.2014, № G31-196/уч. от 30.05.2014, № G31$_з$-198/уч. от 30.05.2014, № G31$_з$-199/уч. от 30.05.2014, № G31$_з$-200/уч. от 30.05.2014, № G31$_з$-197/уч. от 30.05.2014, № G31$_и$-206/уч. от 30.05.2014.

.

СОСТАВИТЕЛИ:

Сергей Гаврилович Кононов – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Владимир Васильевич Суворов – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики механико-математического факультета Белорусского государственного университета
(протокол № 11 от 19.05.2016)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 31.05.2016)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Геометрия относится к циклу специальных дисциплин (государственный компонент) и является одной из основных дисциплин, которые читаются студентам специальности математика и информационные технологии на первом (очная, заочная формы получения образования) и втором (заочная форма получения образования) курсах обучения в университете. Понятия и основные факты геометрии используются при изучении многих математических дисциплин, в первую очередь таких, как *Дифференциальные уравнения*, *Алгебра и теория чисел*, *Математический анализ*.

Главными **целями** дисциплины «*Геометрия*» являются:

- освоение новых по сравнению с элементарной геометрией пространств: многомерных евклидовых и аффинных, и изучение фигур первого и второго порядков в этих пространствах;
- овладение основным методом исследования в геометрии – методом координат;
- приобретение студентами достаточного объема знаний, навыков и умений в области аналитической и дифференциальной геометрий для их использования при изучении других математических дисциплин.

Для достижения этих целей решаются следующие **задачи**.

В начале первого семестра с целью сохранения преемственности со школьной геометрией рассмотрение ограничивается трехмерным евклидовым пространством E^3. При этом векторы в трехмерном евклидовом пространстве E^3**,** прямые на евклидовой плоскости E^2, плоскости и прямые в пространстве E^3 изучаются всесторонне с точки зрения высшей математики. Далее рассматриваются фигуры второго порядка на плоскости E^2 и в пространстве E^3.

Во втором семестре вначале рассматриваются аффинные преобразования и движения плоскости E^2 и пространства E^3. Далее изучается геометрия многомерных пространств: аффинных и евклидовых. Определяются и изучаются фигуры первого и второго порядков в вещественных аффинных и евклидовых пространствах. Заключительный раздел дисциплины посвящен основам дифференциальной геометрии кривых и поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве.

В соответствии с образовательным стандартом в результате изучения дисциплины обучаемый должен:

знать:

– векторы в $\mathbf{E}^3$, операции над векторами;

– эллипсы, гиперболы, параболы, эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, их канонические уравнения и свойства;

– понятия n-мерного аффинного и евклидова пространств; аффинные реперы и координаты точек; k-мерные плоскости и фигуры второго порядка;

– понятия кривых и поверхностей и способы их задания в трехмерном евклидовом пространстве; основные дифференциально-геометрические характеристики кривых и поверхностей;

уметь:

– выполнять операции над векторами; запиывать общие и параметрические уравнения плоскостей в различных пространствах, определять их взаимное расположение; находить расстояния между плоскостями;

– по общему уравнению фигуры второго порядка в $\mathbf{E}^2$ и $\mathbf{E}^3$ определять ее тип, размеры, расположение относительно системы координат; приводить общее уравнение фигуры второго порядка в аффинном пространстве к нормальному виду;

– вычислять длину кривой и площадь поверхности, кривизну и кручение кривой, нормальную кривизну поверхности в заданном направлении, полную кривизну поверхности;

владеть:

– методом координат при решении основных задач аналитической и дифференциальной геометрий.

Преподавание дисциплины «Геометрия» должно строиться таким образом, чтобы обучающийся приобретал следующие компетенции специалиста:

-АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).
- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.
- АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением
информацией и работой с компьютером.
- АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

ПК-1. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области
математики и информационных технологий.

- ПК-3. Использовать и развивать современные достижения информационных технологий, в том числе в области математики.
- ПК-4. Самостоятельно работать с научной, нормативно-справочной и специальной
литературой, в том числе с доступной в компьютерных сетях.

-ПК-5. Проводить исследования в области решения научно-производственных задач и оценивать эффективность таких решений.

- ПК-22. Работать с научной, технической и патентной литературой.

На изучение дисциплины отводится 314 часов.

На дневной форме обучения: 140 аудиторных часов, из них:
в первом семестре 72 часа, лекций – 36 часов, практических занятий – 30 часов, УСР – 6 часов, форма отчетности – экзамен;
во втором семестре 68 часов, лекций 34 часа, практических занятий 30 часов, УСР 4 часа, форма отчетности - экзамен.

На заочной форме обучения 36 аудиторных часов:
в первом семестре 20 часов, лекций – 12 часов, практических занятий – 8часов;
во втором семестре 8 часов, лекций – 4 часа, практических занятий – 4 часа, форма отчетности - экзамен;
в третьем семестре 8 часов, лекций – 4 часа, практических занятий – 4 часа;
в 4 семестре форма отчётности - экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Введение

Роль геометрии в математике и ее приложениях. Предмет и методы аналитической и дифференциальной геометрий.

Раздел 2. Векторы

Направленные отрезки. Векторы как классы эквивалентных направленных отрезков. Сложение векторов, умножение векторов на числа, откладывание вектора от точки. Проекции. Деление отрезка в данном отношении. Линейная зависимость и независимость векторов, коллинеарные и компланарные векторы. Базисы и координаты векторов. Ориентация прямой, плоскости и пространства. Формулы преобразования координат векторов. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.

Раздел 3. Прямые и плоскости

Аффинные реперы (декартовы системы координат) на прямой, на плоскости и в пространстве. Ортонормированные реперы (прямоугольные декартовы системы координат). Полярные, сферические и цилиндрические системы координат. Формулы преобразования аффинных координат точек. Фигуры и их уравнения. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Определение взаимного расположение двух прямых на плоскости по их уравнениям. Формулы для вычисления расстояния от точки до прямой и величины угла между прямыми. Различные виды уравнений плоскости в пространстве. Определение взаимного расположение двух плоскостей по их уравнениям. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Определение взаимного расположение прямых и плоскостей в пространстве по их уравнениям. Формулы для вычисления расстояний от точки до прямой и от точки до плоскости в пространстве. Геометрический смысл линейных неравенств с двумя и тремя неизвестными.

Раздел 4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве

Эллипс – различные определения, каноническое уравнение, фокусы, эксцентриситет. Гипербола – определение, каноническое уравнение, фокусы, эксцентриситет, асимптоты. Директрисы эллипса и гиперболы. Парабола –каноническое уравнение, фокус и директриса. Параметрическое задание эллипса и гиперболы. Касательные к эллипсу, гиперболе, параболе. Оптические свойства эллипса, гиперболы, параболы. Общее уравнение фигуры второго порядка на плоскости, приведение его к каноническому виду.

Понятие фигуры второго порядка в пространстве, ее исследование с помощью сечений. Фигуры вращения, цилиндрические и конические фигуры в пространстве. Эллипсоиды, однополостные и двуполостные гиперболоиды, эллиптические и гиперболические параболоиды. Цилиндры второго порядка – эллиптический, параболический, гиперболический. Конус второго порядка, конические сечения. Общее уравнение фигуры второго порядка в пространстве, приведение его к каноническому виду.

Раздел 5. Аффинные преобразования и движения

Определение, примеры и основные свойства аффинных преобразований плоскости и пространства. Линейный оператор, индуцированный аффинным преобразованием. Координатная запись аффинного преобразования. Определение, примеры и основные свойства движений плоскости и пространства. Координатная запись движения. Описание движений плоскости $\mathbf{E}^2$ и пространства $\mathbf{E}^3$.

Раздел 6. Аффинные пространства

Понятие аффинного пространства. Аффинные реперы и координаты точек в n-мерном аффинном пространстве $\mathbf{A^n}$. Понятие k-мерной плоскости в пространстве $\mathbf{A^n}$, аффинная оболочка множества точек. Аффинно независимые системы точек. Общие и параметрические уравнения плоскостей в пространстве $\mathbf{A^n}$. Типы взаимного расположение двух плоскостей в аффинном пространстве, характеристика пары плоскостей. Барицентрические линейные комбинации точек и барицентрические координаты. Параллелепипеды и симплексы в вещественных аффинных пространствах. Аффинные отображения. Изоморфизм аффинных пространств. Аффинные преобразования. Геометрия аффинной группы.

Фигуры второго порядка (квадрики) в вещественном аффинном пространстве $\mathbf{A^n}$. Пересечение квадрики с прямой. Асимптотические направления. Линии эллиптического, гиперболического, параболического типов на плоскости $\mathbf{E}^2$. Центры квадрик. Приведение уравнений квадрики к нормальному виду с помощью преобразования координат. Аффинная классификация квадрик в вещественном аффинном пространстве $\mathbf{A^n}$.

Раздел 7. Евклидовы пространства

Понятие евклидова векторного пространства. Ортонормированные базисы и ортогональные матрицы. Ортогональное дополнение подпространства. Матрица Грама системы векторов. Понятие n-мерного евклидова точечного пространства $\mathbf{E^n}$. Ортонормированные реперы. Плоскости в пространстве $\mathbf{E^n}$, ортогональность плоскостей. Шары, сферы, симплексы, параллелепипеды в пространстве $\mathbf{E^n}$. Расстояние и величина угла между двумя плоскостями. Объем параллелепипеда и симплекса. Движения пространства $\mathbf{E^n}$ и евклидова геометрия. Приведение уравнения квадрики в пространстве $\mathbf{E}^{\mathbf{n}}$ к каноническому виду. Исследование поверхности второго порядка в пространстве $\mathbf{E}^3$ по общему уравнению.

Раздел 8. Кривые и поверхности

Кривые в пространстве $\mathbf{E}^3$. Способы задания. Примеры. Касательная прямая в точке кривой. Вычисление длины дуги кривой. Натуральная параметризация. Репер Френе. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривой.

Поверхности в пространстве $\mathbf{E}^3$. Способы задания. Примеры. Касательная пространство, касательная плоскость и нормаль в точке поверхности. Первая фундаментальная форма поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Вторая фундаментальная форма поверхности. Главные направления и главные кривизны. Полная и средняя кривизна. Типы точек на поверхности.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА по дисциплине «Геометрия»
(очная форма получения образования)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			Количество часов УСР	Литература	Форма контроля знаний
		лекции	практические занятия	лабораторные занятия			
1	2	3	4	5	6	7	8
1 семестр							
1 **2**	*Введение.* *Векторы.*	**12**	**10**		**2**		
2.1	Вектор как класс эквивалентных направленных отрезков	2				[1], [3], [4]	Опрос
2.2	Сложение векторов, умножение векторов на числа	2	4			[1], [4]	Опрос
2.3, 2.4	Проекции. Линейная зависимость векторов. Базисы и координаты векторов	2	2			[1], [3], [4]	Опрос
2.5	Скалярное произведение векторов	2	2			[1], [4]	Опрос
2.6, 2.7	Векторное и смешанное произведения векторов	4	2		**2**	[1] , [4], [5]	Контр. работа
3	*Прямые и плоскости*	**10**	**8**				
3.1	Аффинные реперы и координаты точек. Формулы преобразования координат точек	2				[1] , 4], [5]	Опрос
3.2	Фигуры и их уравнения.	1	2				
3.3	Различные виды уравнений прямой на плоскости Взаимное расположение двух прямых. Угол между	3	4			[1] , [4], [5]	Опрос

	прямыми. Расстояние от точки до прямой						
1	2	3	4	5	6	7	8
3.4	Уравнения прямых и плоскостей в пространстве. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве	4	2			[1] , [4], [5]	
4	*Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве*	**8**	**6**		**2**		
4.1	Эллипс, гипербола, парабола	2	2			[1], [4]	Опрос
4.2, 4.3	Фокусы и директрисы эллипса, гиперболы, параболы. Параметрические и полярные уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Классификация фигур второго порядка на плоскости	4	2		2	[1], [4], [5]	Контр. работа
4.4	Фигуры второго порядка в пространстве.	2	2			[1], [4], [5]	Инд. задани я
5	*Аффинные преобразования и движения*	**6**	**4**		**2**		
5.1, 5.2, 5.3	Определение, основные свойства, координатная запись аффинных преобразований плоскости и пространства	4	2			[1], [3], [4]	Опрос
5.4	Определение, основные свойства, координатная запись движений плоскости и пространства	2	2		2	[1], [3], [4]	Контр. работа
2 семестр							
6	*Аффинные пространства*	**11**	**8**		**2**		
6.1	Понятие аффинного пространства, координаты точек в аффинном пространстве	2	1			[1] , [3], [4]	Опрос

6.2, 6.3	Плоскости в аффинном пространстве, их уравнения и взаимное расположение	4	3		2	[1], [3], [4]	Контр. работа
1	2	3	4	5	6	7	8
6.4	Аффинные отображения. Изоморфизмы и автоморфизмы аффинных пространств	2	2			[1], [4], [5]	Опрос
6.5	Фигуры второго порядка в вещественных аффинных пространствах	3	2			[1], [4], [5]	Индив. задание
7	*Евклидовы пространства*	**7**	**4**		**2**		
7.1	Понятие евклидова векторного и евклидова точечного пространства, ортонормированные реперы, ортогональность плоскостей	2	1			[1], [3], [4]	Опрос
7.2	Евклидовы точечные пространства. Расстояния и углы между плоскостями	2	2		2	[1], [3], [4]	Контр. работа
7.3	Понятие квадрики, пересечение квадрики с прямой. Аффинная классификация квадрик в n-мерном вещественном аффинном пространстве	3	1			[1], [3], [4]	Индивид. задание
8	*Кривые и поверхности*	**16**	**16**				
8.1, 8.2	Кривые, кривизна и кручение кривых. Формулы Френе	6	4				Контр. работа
8.3	Поверхности в пространстве E^3. Касательная плоскость и нормаль к поверхности	2	2				Опрос
8.4	Первая фундаментальная форма поверхности	4	4				Опрос
8.5	Вторая фундаментальная форма поверхности. Полная и средняя кривизна, типы точек на поверхъности	4	4				Индивид. задание
	Итого	**70**	**60**		**10**		

Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Геометрия»
(заочная форма получения образования)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		Количество часов УСР	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия			
1	2	3	4	5	6	7
1 семестр						
1	**Векторы и координаты**	**8**	**4**			Конт. работа
1.1	Понятие вектора. Сложение векторов и умножение векторов на числа.	2			[1], [2], [6]	
1.2	Базисы векторов плоскости и пространства. Координаты вектора в базисе.	2	2		[1], [2], [6]	
1.3	Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.	2	2		[1], [2], [6]	
1.4	Аффинные (в частности, прямоугольные) системы координат на плоскости и в пространстве. Преобразование координат. Полярные координаты.	2			[1], [2], [6]	
2	**Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве**	**4**	**4**			Контр. работа
2.1	Основные способы задания прямой на плоскости и связанные с ними типы задач.	2	2		[1], [2] [6]	
2.2	Основные способы задания прямых и плоскостей в пространстве и связанные с ними типы задач.	2	2		[1], [2] [6]	
2 семестр						
3	**Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве**	**4**	**4**			Контр. Работа
3.1	Фигуры второго порядка на плоскости и их канонические	2	2		[1], [2]	

	уравнения				[6]	
1	2	3	4	5	6	7
3.2	Фигуры второго порядка в пространстве и их канонические уравнения	2	2		[1], [2] [6]	
3 семестр						
4	**Аффинные преобразования и движения**	**4**	**4**			
4.1	Аффинные преобразования плоскости и пространства.	2	2		[1], [6]	
4.2	Движения плоскости и пространства	2	2		[1], [6]	
	Итого	**20**	**16**			

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1. *Кононов С.Г.* Аналитическая геометрия: учебное пособие. – Минск: БГУ, 2014. – 238 с.

2. *Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С.* Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 ч.: учебное пособие. – Минск: Вышэйшая школа, 1984. – Ч. 1. – 302 с.

3. *Милованов М.В., Толкачев М.М., Тышкевич Р.И., Феденко А.С.* Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 ч.: учебное пособие. – Минск: Вышэйшая школа, 1987. – Ч. 2. – 269 с.

4. Дифференциальная геометрии: учебное пособие. Под редакцией *Феденко А.С.* – Минск: БГУ, 1982. – 255 с.

5. *Моденов П.С., Пархоменко А.С.* Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие. – М., Наука, 1976.– 384 с.

6. *Бурдун А.А., Мурашко Е.А., Толкачев М.М., Феденко А.С.* Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. – Минск: Университетское, 1989. – 285 с.

7. Сборник задач по дифференциальной геометрии: учебное пособие. Под редакцией *Феденко А.С.* – М., Наука, 1979. – 272 с.

Дополнительная литература

1. *Александров П.С.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник. – М., Наука, 1979. – 512 с.

2. *Кострикин А.И., Манин Ю.И.* Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1986. – 303 с.

3. *Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р.* Линейная алгебра и многомерная геометрия: учебник. – М., Наука, 1970. – 527 с.

4. *Постников М.М.* Аналитическая геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1973. – 751 с.

5. *Постников М.М.* Лекции по геометрии. Семестр I. Аналитическая геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1979. – 336 с.

6. *Постников М.М.* Лекции по геометрии. Семестр II. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия: учебное пособие. – М., Наука, 1979. – 312 с.

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов

В процессе ***самостоятельной работы*** по дисциплине *Геометрия* студент должен выполнять следующие виды внеаудиторной деятельности:

- изучение и конспектирование материала, вынесенного на лекциях и практических занятиях на самостоятельное изучение по источникам основной и дополнительной литературы;
- подготовка к различным формам промежуточной и итоговой аттестации (практической, лабораторной и контрольной работе, коллоквиуму, зачету, экзамену);
- поиск и изучение понятий и фактов из параллельно читаемых курсов *Введение в специальность*, *Алгебра и теория чисел*, *Математический анализ,* необходимых для усвоения дисциплины *Геометрия*;
- выполнение домашних заданий; самостоятельное выполнение заданий для практических и лабораторных работ;
- подбор необходимой литературы, поиск необходимой информации в сети Интернет.

Рекомендуется следующее ***распределение часов*** отведенных на самостоятельную работу (174 часа) по дисциплине *Геометрия*:

Раздел 1. Введение (1 час).

Раздел 2. Векторы (20 часов).

Раздел 3. Прямые и плоскости (20 часов).

Раздел 4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве (20 часов).

Раздел 5. Аффинные преобразования и движения (10 часов).

Раздел 6. Аффинные пространства (34 часа).

Раздел 7. Евклидовы пространства (34 часа).

Раздел 8. Кривые и поверхности (35 часов).

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине *Геометрия*, является уровень усвоения учебного материала, который проверяется и оценивается в процессе практических занятий, при выполнении контрольных и лабораторных работ, тестовых заданий, на коллоквиумах и при сдаче зачетов и экзаменов.

Управляемая самостоятельная работа (УСР) студентов – это самостоятельная работа, выполняемая по заданию преподавателя, при его методическом руководстве и контроле.

Целью УСР по *Геометрии* является целенаправленное обучение основным навыкам и умениям для успешного усвоения теоретического и практического учебного материала по изучаемой дисциплине.

К ***организационным формам*** проведения УСР по дисциплине *Геометрия* относится аудиторная деятельность на практических (семинарских) и лабораторных занятиях. ***Видами отчетности*** УСР являются: контрольные работы, коллоквиумы, отчеты по практическим и лабораторным работам.

Контроль УСР по дисциплине *Геометрия* проводится преподавателем, как правило, во время аудиторных занятий и осуществляется в виде:

– экспресс-опроса на аудиторных занятиях;

– контрольной работы;

– тестового задания;

– коллоквиума;

– защиты учебных заданий по практическим и лабораторным работам.

Учет результатов контроля текущей успеваемости студентов ведется преподавателем. Полученные студентом количественные результаты УСР учитываются как составная часть итоговой оценки по дисциплине в рамках рейтинговой системы.

Задания студентам по УСР разрабатываются преподавателями, читающими лекции и проводящими практические и лабораторные занятия, в соответствии с рабочим вариантом учебной программы

Примерные перечни заданий
по управляемой самостоятельной работе студентов

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Пусть M – точка пересечения медиан треугольника ABC. Выразит векторы $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{CM}$ через векторы $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$.

2. Пусть $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ – правый ортонормированный базис. Даны вектор $\vec{a} = \vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k},\ \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k},\ \vec{c} = -2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}.$ Найдите: 1) координат вектора $\vec{d} = \vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$ в базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$; 2) величину угла между векторами $\vec{b}$ $\vec{c}$; 3) длину вектора $\vec{c} \times \vec{b}$.

3. Найдите длину вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c},$ если $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – компланарные вектор такие, что $|\vec{a}| = 3,\ |\vec{b}| = 2,\ |\vec{c}| = 5;$ векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны; величин угла между $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равна $\frac{\pi}{3}$.

4. Найдите объем параллелепипеда $ABCDA'B'C'D'$, если объем тетраэдр $ACB'D'$ равен 10.

Вариант 2

1. Пусть AA_1, BB_1, CC_1 – медианы треугольника ABC, которые пересекаются точке M. Выразите векторы $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$ через векторы $\vec{a} = \overrightarrow{MA_1}$ и $\vec{b} = \overrightarrow{MB_1}$.

2. Даны векторы $\vec{a}(2,4,5), \vec{b}(-1,2,3), \vec{c}(2,-2,1)$ своими координатами в право ортонормированном базисе $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Найдите: 1) координаты вектор $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$; 2) величину угла между векторами $\vec{b}$ и $\vec{c}$; 3) векторн произведение $\vec{c} \times \vec{d}$.

3. Найдите длину вектора $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c},$ если $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – компланарные вектор такие, что $|\vec{a}| = 3,\ |\vec{b}| = 2,\ |\vec{c}| = 5;$ величины углов между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, также между $\vec{b}$ и $\vec{c}$ равны $\frac{\pi}{3}$.

4. Объем параллелепипеда $ABCDA'B'C'D'$ равен 10. Каков объем тетраэдр $ACB'D'$?

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Дана прямая $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$. Для прямой Δ найдите: направляющий вектор; нормальный вектор; угловой коэффициент; общее уравнение. Напишите уравнения прямых Δ_1 и Δ_2, параллельных Δ и отстоящих от Δ на расстояние $d = \sqrt{13}$. Напишите уравнение прямой Δ_3, перпендикулярной Δ и проходящей через точку $M_1(2,-3)$.

2. Покажите, что прямые

$\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ и $\Delta_2: \begin{cases} \mathrm{x} = 10 + 2\mathrm{u} \\ \mathrm{y} = 1 - 2\mathrm{u} \\ \mathrm{z} = -1 - 3\mathrm{u} \end{cases}$ пересекаются. Найдите точку пересечения и напишите уравнение плоскости, в которой лежат данные прямые.

3. Дано уравнение стороны правильного треугольника $\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} - 1 = 0$ и координаты одной из вершин $A(2, 0)$. Составьте уравнения двух других сторон.

4. Луч света проходит через точку $M_1(1,-1,-1)$ и, отразившись от плоскости $\pi: x - y - z - 6 = 0$, проходит через точку $M_2(-1,2,0)$. Напишите уравнения прямых, содержащих соответственно лучи падающий и отраженный.

Вариант 2

1. Дана прямая $\Delta: 3x + 2y - 6 = 0$. Для прямой Δ найдите: направляющий вектор; нормальный вектор; угловой коэффициент; параметрические уравнения; напишите уравнения прямых Δ_1 и Δ_2, параллельных Δ и отстоящих от Δ на расстояние $d = \sqrt{13}$; напишите уравнение прямой Δ_3, перпендикулярной Δ и проходящей через точку $M_1(2,-3)$.

2. Покажите, что плоскости: $\pi_1: 2x - 7y + z - 12 = 0$ и $\pi_2: x + y + 5z - 6 = 0$ пересекаются по прямой. Напишите параметрические уравнения этой прямой.

3. Даны уравнения основания равнобедренного треугольника: $\boldsymbol{x} + 2\boldsymbol{y} - 2 = 0$ и одной из боковых сторон: $2\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} - 1 = 0$. Найдите уравнение другой боковой стороны при условии, что она проходит через точку $M_1(-2,-1)$.

4. Луч света проходит через точку $M_1(1,-1,-1)$ и, отразившись от плоскости $\pi: x - y - z - 6 = 0$, проходит через точку $M_2(-1,2,0)$. Напишите уравнения прямых, содержащих соответственно лучи падающий и отраженный.

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. Отображения плоскости $f:\mathbf{E}^2\to\mathbf{E}^2, M(x,y)\mapsto M(x',y')$, задаются в некотором аффинном репере формулами:

1) $f:\begin{cases}x'=x+1,\\ y'=x-1;\end{cases}$ 2) $f:\begin{cases}x'=y+1,\\ y'=x-1;\end{cases}$ 3) $f:\begin{cases}x'=2x-6y+5,\\ y'=-x+3y-1;\end{cases}$

4) $f:\begin{cases}x'=x+3y-1,\\ y'=2x-6y+5;\end{cases}$ 5) $f:\begin{cases}x'=\dfrac{1}{x}-y-1,\\ y'=y+\dfrac{1}{x}+5.\end{cases}$

Укажите те из них, которые являются аффинными преобразованиями.

2. Дано аффинное преобразование

$$\begin{cases}x'=2x+3y+5,\\ y'=4x-3y-2.\end{cases}$$

В какие прямые перейдут при этом преобразовании:

1) оси Ox и Oy;

2) прямая $2x+3y+5=0$;

3) прямая $4x-3y-2=0$?

3. Найдите инвариантные прямые аффинного преобразования $f:\begin{cases}x'=2y+5,\\ y'=8x-1.\end{cases}$

4. Выберите формулы, задающие симметрию f плоскости $\mathbf{E}^2$ относительно данной прямой l: $2x-y+5=0$.

1) $f:\begin{cases}x'=\dfrac{3}{5}x+\dfrac{4}{5}y\\ y'=\dfrac{4}{5}x-\dfrac{3}{5}y\end{cases}$; 2) $f:\begin{cases}x'=\dfrac{7}{5}x-\dfrac{1}{5}y+1\\ y'=y\end{cases}$;

3) $f:\begin{cases}x'=-\dfrac{3}{5}x+\dfrac{4}{5}y\\ y'=\dfrac{4}{5}x+\dfrac{3}{5}y\end{cases}$; 4) $f:\begin{cases}x'=-\dfrac{3}{5}x+\dfrac{4}{5}y-4\\ y'=\dfrac{4}{5}x+\dfrac{3}{5}y+2\end{cases}$.

5. Пусть l и l_1 а также m и m_1 – пары параллельных прямых плоскости $\mathbf{E}^2$. О

количестве аффинных преобразований плоскости, переводящих первую пару во вторую, можно сказать следующее:
1) *такое преобразование единственное*;
2) *таких преобразований не существует*;
3) *таких преобразований бесконечно много*;
4) *ответ зависит от выбора пар параллельных прямых*.

Вариант 2

1. Отображения плоскости $f:\mathbf{E}^2 \to \mathbf{E}^2, M(x,y) \mapsto M(x',y')$, задаются в некотором аффинном репере формулами:

1) $f:\begin{cases} x' = 2ó+1, \\ y' = x-1, \end{cases}$ 2) $f:\begin{cases} x' = y+1, \\ y' = y-1; \end{cases}$ 3) $f:\begin{cases} x' = 2x-6y+5, \\ y' = -3x+9y-1; \end{cases}$

4) $f:\begin{cases} x' = -x+3y-1, \\ y' = 2x+6y+5; \end{cases}$ 5) $f:\begin{cases} x' = x^2-y-1, \\ y' = y+x^2+5. \end{cases}$

Укажите те из них, которые являются аффинными преобразованиями.

2. Дано аффинное преобразование

$$\begin{cases} x' = 3x-7y+6, \\ y' = 2x-5y-2. \end{cases}$$

В какие прямые перейдут при этом преобразовании:
1) оси Ox и Oy;
2) прямая $3x-7y+6=0$;
3) прямая $2x-5y-2=0$?

3. Найдите инвариантные прямые аффинного преобразования f:

$$f:\begin{cases} x' = y-9, \\ y' = 9x+1. \end{cases}$$

4. Пусть Oxy – прямоугольная система координат на плоскости. Напишите формулы, задающие композицию двух движений: $f = f_2 \circ f_1$, где f_1 – симметрия плоскости относительно оси Ox, f_2 – симметрия плоскости относительно прямой, проходящей через начало координат и составляющей угол 120° с осью Ox.

5. Отметьте номера истинных утверждений:
1) *для любых двух трапеций на плоскости* $\mathbf{E}^2$ *существует аффинное преобразование плоскости, переводящее одну в другую*;
2) *для любых двух прямоугольных трапеций на плоскости* $\mathbf{E}^2$ *существует аффинное преобразование плоскости, переводящее одну в другую*;

3) *для любых двух равнобочных трапеций на плоскости* $\mathbf{E}^2$ *существует аффинное преобразование плоскости, переводящее одну в другую*;
4) *любую трапецию можно перевести аффинным преобразованием в равнобочную трапецию*.

Контрольная работа №4

Вариант 1

1. Запишите уравнение прямой в аффинном пространстве $\mathbf{R}^4$, проходящей чере точки
$A=(2,5,1,5)$ и $B=(-4,5,-3,2)$. Найдите пересечение этой прямой гиперплоскости $\pi: 3x_1+4x_2-6x_3+x_4=5$.

2. Даны плоскости $\mathrm{B}^2=M_0+W^2$ и $\mathrm{P}^2=N_0+U^2$ в аффинном пространстве $\mathbf{R}^4$. Здесь $M_0=(-3,0,0,-4)$, $W^2=L((3,1,0,3),(2,0,1,2))$;

$N_0=(1,-1,0,0)$, $U^2=L((0,3,1,0),(1,-2,0,1))$.

Определите взаимное расположение этих плоскостей.

3. В евклидовом пространстве $\mathbf{R}^4$ найдите ортогональную проекцию точк $M_0=(2,-1,3,1)$ на плоскость

$$\pi:\begin{cases} x_1+x_2+x_3-x_4=-1,\\ 2x_1+x_2-2x_3+x_4=-2.\end{cases}$$

4. Пусть $(O,\vec{c}_1,\dots,\vec{c}_n)$– ортонормированный репер в евклидовом пространстве $\mathbf{E}^n$ Найдите расстояние от начала координат до гиперплоскости, которая отсекает н координатных осях отрезки величиной $b_1,\dots,b_n$.

Вариант 2

1. Найдите размерность плоскости, являющейся аффинной оболочкой точек
$A=(1,1,-2,2)$, $B=(-3,1,4,4)$, $C=(-1,2,3,6)$, $D=(0,2,-1,3)$, $E=(-1,0,1,2)$
аффинном пространстве $\mathbf{R}^4$. Напишите общие уравнения этой плоскости.

2. Даны плоскости $\mathrm{B}^2=M_0+W^2$ и $\mathrm{P}^2=N_0+U^2$ в аффинном пространстве $\mathbf{R}^4$. Здесь $M_0=(2,5,1,5)$, $W^2=L((1,3,-1,2),(2,4,-3,5))$;

$N_0=(0,-3,-1,-2)$, $U^2=L((1,5,3,5),(2,4,-6,1))$.

Определите взаимное расположение этих плоскостей.

3. В евклидовом пространстве $\mathbf{R}^4$ найдите ортогональную проекцию точк $M_0=(1,-2,3,-1)$ на прямую

$$\Delta:\begin{cases} x_1 = 6 + t, \\ x_2 = -10 - t, \\ x_3 = 4 + 2t, \\ x_4 = -6 - 3t. \end{cases}$$

4. Пусть $(O,\vec{c}_1,...,\vec{c}_n)$– ортонормированный репер в евклидовом пространстве $\mathbf{E}^n$ Найдите расстояние от начала координат до гиперплоскости, которая отсекает н координатных осях отрезки величиной $b_1,...,b_n$.

Тест №1

1. Даны точки: $A(1; –3)$, B (5; 7). Найдите середину C отрезка AB.	1) $C(0;0)$; 2) $C(3; 0)$; 3) $C(–3; 4)$; 4) $C(3; 2)$.
2. Даны два вектора: $\vec{a}(1;3;4)$ и $\vec{b}(–2;1;2)$. Найдите вектор $\vec{x}$ такой, что $4\vec{a} - \vec{b} - \vec{x} = 0$.	1) $\vec{x}(3;5;10)$; 2) $\vec{x}(6;11;14)$; 3) $\vec{x}(3;5;7)$; 4) $\vec{x}(6;5;9)$.
3. Угол между векторами $\overrightarrow{m}(1;1;1)$ и $\vec{n}(2;1;3)$ равен:	1)$\arccos 2\sqrt{\frac{3}{14}}$; 2) 90º; 3) 45º; 4) $\arccos\frac{1}{3}$.
4. Вычислите длину вектора $\vec{a} \times \vec{b}$, если $\vec{a}(2;1;0)$, $\vec{b}(0;-1;2)$.	1) $\sqrt{24}$ 2) $\sqrt{37}$ 3) $\sqrt{53}$ 4) $\sqrt{75}$
5. Вычислите объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}(9,1,4)$, $\vec{b}(7,-5,8)$, $\vec{c}(4,0,0)$, отложенных от некоторой точки.	1) 112; 2) 448; 3) 224; 4) 117.
6. В декартовой системе координат Oxy общее уравнение прямой, для которой известны точка $A(1,-3)$ и направляющий вектор $\vec{a}(2,1)$, имеет вид:	1) $2x + y - 5 = 0$; 2) $x + 2y - 3 = 0$; 3) $x - 2y - 7 = 0$; 4) $x - 2y - 5 = 0$.

7. Найдите координаты точки пересечения прямой $x = 1 + 2t, y = 3 - t, z = 5 - 3t$ с плоскостью Oxz.	1) $(5,0,0)$; 2) $(0,0,7)$; 3) $(7,0,-4)$; 4) $(9,1,0)$.
8. Прямые на евклидовой плоскости, заданные в прямоугольной системе координат уравнениями $x + 2y - 1 = 0$ и $2x + ky - 5 = 0$, параллельны, если k равно:	1) 4; 2) – 4; 3) 2; 4) 1.

Тест №2

1.	Если расстояние между параллельными плоскостями с уравнениями $2x\text{-}y+2z+D=0$ и $2x\text{-}y+2z\text{-}4=0$ равно 4, то значение D равно:	1) – 12 или – 4; 2) – 12 или 4; 3) – 16 или 32; **4) 8 или – 16**; 5) 12 или 4.
2.	Фигура на плоскости, заданная в некотором аффинном репере уравнением $x^2+2y^2-2x+8y-7=0$, является:	**1) эллипсом;** 2) гиперболой; 3) параболой; 4) парой пересекающихся прямых; 5) парой параллельных прямых.
3.	Укажите координаты неподвижной точки аффинного преобразования $\begin{cases} x' = 3x + 4y + 6, \\ y' = 4x + 3y - 12. \end{cases}$	1) (1,0); 2) (1,4); **3) (5,– 4);** 4) (3,4) 5) (4,5).
4.	В евклидовом пространстве $\mathbf{E}^5$ заданы гиперплоскость П и точка P_0. П: $4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 + 54 = 0$ $P_0(-3, 3, 1, 5, -2)$ Чему равно расстояние от точки P_0 до гиперплоскости П?	1) 0; 2) 12; 3) 3; 4) 8; **5) 6.**
5.	Если в аффинном пространстве $\mathbf{A^4}$ прямая $x_1=-2+3t, x_2=3-2t, x_3=-1+4t, x_4=4-t$ параллельна гиперплоскости $4x_1-2x_2+Cx_3-8x_4+1=0$, то значение C равно:	**1) – 6**; 2) – 3; 3) 6; 4) 3; 5) 12.
6.	В пространстве A^5 системой уравнений задана плоскость. Какова размерность плоскости? $-4x_1 + 4x_3 - x_4 - 2x_5 = -2$ $4x_1 + x_3 - x_4 - 3x_5 = -2$ $8x_1 - 3x_3 - x_5 = 0$	1) 0; 2) 4; 3) 2; **4) 3;** 5) 1.
7.	Эллипс задан в прямоугольной декартовой системе координат Oxy уравнением $\frac{x^2}{35}+\frac{y^2}{10}=1$. Найдите фокусы эллипса.	1) $F_1(-\sqrt{35};0)$ и $F_2(\sqrt{35};0)$; 2) $F_1(0;-5)$ и $F_2(0;5)$; **3) $F_1(-5;0)$ и $F_2(5;0)$;** 4) $F_1(0;-\sqrt{10})$ и $F_2(0;\sqrt{10})$; 5) $F_1(-3\sqrt{5};0)$ и $F_2(3\sqrt{5};0)$.

8.	Фигура в пространстве $\mathbf{E}^3$, заданная в декартовой системе координат $Oxyz$ уравнением $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{10}=0$, является:	1) однополостным гиперболоидом; 2) парой параллельных плоскостей; **3) парой пересекающихся плоскостей;** 4) гиперболическим параболоидом; 5) гиперболой.
9.	Длина дуги кривой $\begin{cases} x=2+16\sin t, \\ y=-8+16\cos t, t\in\left[\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{12}\right], \end{cases}$ равна:	1) 2π; 2) 3π; 3) 6π; **4) 4π**; 5) 12π.
10.	15. Прямая является касательной к кривой $x=t, y=t^2+1, z=t^3$ в точке $M(0,1,0)$. Направляющим вектором прямой является вектор с координатами:	1) (1,0,2); **2) (2,0,0);** 3) (0,2,1); 4) (0,0,1) 5) (3,4,5).

Индивидуальные задания

1. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.
$6xy+8y^2-12x-26y+11=0.$

2. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.
$4x^2+12xy-y^2-8x-12y-5=0.$

3. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.
$16x^2+24xy+9y^2+110x-230y-475=0.$

4. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.
$5y^2+12xy-12x-22y-19=0.$

5. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.
$5x^2+4xy+2y^2-8x-6y-1=0.$

6. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$6xy - 8y^2 + 12x - 26y - 11 = 0.$

7. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$7x^2 - 24xy - 38x + 24y + 175 = 0.$

8.. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$9x^2 + 24xy + 16y^2 - 40x + 30y = 0.$

9. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$4x^2 - 4xy + y^2 - 2x - 14y + 7 = 0.$

10. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$4x^2 - 4xy + y^2 - 3x + 4y - 7 = 0.$

11. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$6x^2 - 4xy + 9y^2 - 8x + 16y - 2 = 0.$

12. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$6xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0.$

13. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$4x^2 + 12xy - y^2 - 8x - 12y - 5 = 0.$

14. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$x^2 - 4xy + 4y^2 + 4x - 3y - 7 = 0.$

15. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$5y^2 + 12xy - 12x - 22y - 19 = 0.$

16. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.

$7x^2 + 16xy - 23y^2 - 14x - 16y - 218 = 0.$

17. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.
$5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 116 = 0.$

18. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.
$25x^2 - 14xy + 25y^2 + 64x - 64y + 224 = 0.$

19. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.
$3x^2 + 10xy + 3y^2 - 2x - 14y - 13 = 0.$

20. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.
$9x^2 - 24xy + 16y^2 - 20x + 110y - 50 = 0.$

21. Определите тип, размеры и расположение фигуры второго порядка, заданной данным уравнением. Сделайте рисунок.
$3x^2 + 4xy + 12x + 16y - 36 = 0.$

ПРОТОКОЛ
СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)*
Дифференциальные уравнения	Дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	Вносить изменения не требуется. Протокол №11, 19.05.2016
Алгебра и теория чисел	Высшей алгебры и защиты информации	нет	Вносить изменения не требуется. Протокол №11, 19.05.2016
Математический анализ.	Теории функций		Вносить изменения не требуется. Протокол №11, 19.05.2016

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ*

на _____/_____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики (протокол № ____ от ________ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

________________________ _________________ ____________________

(ученая степень, ученое звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета/Зав.общеуниверситетской кафедрой

________________________ _________________ ____________________

(ученая степень, ученое звание) (подпись) (И.О.Фамилия)