

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе

  
А. Д. Голіцкіх

05.07.2016

Регистрационный № УД 547 /уч.

## ГЕОМЕТРИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования

по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ

2016 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО – 1 31 03-09, типовой учебной программы по учебной дисциплине «Геометрия», регистрационный № ТД- G 564/тип. – 2016, учебного плана, регистрационный № G31-137/уч. от 30.05.2013

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

**Сергей Михайлович Агеев** – профессор кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики Белорусского государственного университета.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики механико-математического факультета Белорусского государственного университета  
(протокол № 11 от 19.05.2016)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета  
(протокол № 6 от 31.05.2016).

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Геометрия является одной из основных дисциплин, преподаваемых студентам механико-математического факультета очной формы получения высшего образования на первом и втором годах обучения.

Целью этой дисциплины является

- освоение новых по сравнению с элементарной геометрией пространств: многомерных евклидовых, аффинных, проективных и изучение фигур первого и второго порядков в этих пространствах;
- овладение основным методом исследования в геометрии – методом координат;
- приобретение студентами достаточного объема знаний, навыков и умений в области геометрии для их использования при изучении других математических дисциплин;
- освоение фундаментальных понятий теории кривых, поверхностей и связанных с ними инвариантов (кривизны разных видов), а также исследование их основных свойств и связей с конкретными геометрическими объектами, изучаемыми в курсах геометрии, алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений;
- овладение основными геометрическими методами решения задач, возникающих как в рамках самой геометрии, так и в других математических дисциплинах.

Задачей этой дисциплины является обучение студентов методам исследований, характерных для аналитической и дифференциальной геометрии.

Учебная дисциплина «Геометрия» относится к циклу специальных дисциплин (государственный компонент) и связана с такими дисциплинами, как «Математический анализ» и «Дифференциальные уравнения», что указывает на её важность для подготовки специалистов по компьютерной математике.

В результате изучения дисциплины «Геометрия» студент должен:

**знать:** операции над векторами в  $E^3$ ; основные факты и свойства, относящиеся к прямым и плоскостям в  $E^3$ , линиям и поверхностям второго порядка; понятия  $n$ -мерного аффинного и евклидова пространств; аффинные реперы и координаты точек;  $k$ -мерные плоскости и фигуры второго порядка, группы геометрических преобразований; определения и примеры линий (кривых) и поверхностей, определения понятий кривизны и кручения линии, первой и второй фундаментальных форм поверхности, главных кривизн, типов точек, полной и средней кривизн поверхности, геодезических линий на поверхности;

**уметь:** выполнять операции над векторами; записывать общие и параметрические уравнения плоскостей в различных пространствах, определять их взаимное расположение; находить расстояния между плоскостями; по общему уравнению фигуры второго порядка в  $E^2$  и  $E^3$

определять ее тип, размеры, расположение относительно системы координат; приводить общее уравнение фигуры второго порядка в аффинном пространстве к нормальному виду; вычислять дифференциально-геометрические характеристики кривых и поверхностей; решать конкретные задачи из теории кривых и поверхностей;

**владеть:** методом координат при решении основных задач геометрии; методами и вычислительным аппаратом алгебры, математического анализа и дифференциальных уравнений, применяемых в геометрии.

Преподавание дисциплины «Геометрия» должно строиться таким образом, чтобы обучающийся приобретал следующие компетенции специалиста:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (креативность).

ПК-1. Использовать фундаментальные математические знания в качестве основы при проведении прикладных исследований;

ПК-2. Понять поставленную задачу, оценить ее корректность;

ПК-3. Доказывать основные утверждения, выделять главные смысловые аспекты в доказательствах;

ПК-4. Самостоятельно разрабатывать алгоритмы решения и их анализировать;

ПК-5. Получать результат на основе анализа, его корректно формулировать, видеть следствия сформулированного результата;

ПК-6. Передавать результат проведенных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления;

ПК-7. Публично представлять собственные и известные научные результаты.

Научно-педагогическая деятельность:

ПК-8. Преподавать математические дисциплины и информатику в учреждениях образования;

ПК-9. Применять на практике изученные основы педагогического мастерства;

ПК-10. Распространять знания из области математики, информатики, их приложений среди различных слоев населения.

ПК-14. Использовать математические и компьютерные методы исследований при анализе современных естественнонаучных, экономических, социально-политических процессов.

Для изучения дисциплины отводится 444 часов, в том числе 212 аудиторных часов.

В первом семестре 72 аудиторных часа: лекции – 36 часов, практические занятия – 30 часов, УСР – 6 часов. Форма текущей аттестации экзамен.

Во втором семестре 68 аудиторных часов: лекции – 34 часов, практические занятия – 30 часов, УСР – 4 часов. Форма текущей аттестации экзамен.

В третьем семестре 72 аудиторных часа: лекции – 36 часов, практические занятия – 30 часов, УСР – 6 часов. Форма текущей аттестации зачёт и экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Раздел 1. Введение.

- 1.1. Роль геометрии в математике и ее приложениях.  
Предмет и методы аналитической геометрии.

### Раздел 2. Векторы.

- 2.1. Понятие вектора.
- 2.2. Сложение векторов. Умножение векторов на числа.
- 2.3. Проекции.
- 2.4. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базисы.
- 2.5. Скалярное произведение векторов.
- 2.6. Векторное произведение векторов.
- 2.7. Смешанное произведение векторов.
- 2.8. Формулы преобразования координат векторов.

### Раздел 3. Прямые и плоскости.

- 3.1. Аффинные реперы и координаты точек.  
Формулы преобразования координат точек.
- 3.2. Прямые на плоскости.
- 3.3. Плоскости и прямые в пространстве.
- 3.4. Формулы для вычисления расстояний от точки до прямой и от точки до плоскости.

### Раздел 4. Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве.

- 4.1. Эллипс, гипербола, парабола.
- 4.2. Фигуры второго порядка на плоскости.
- 4.3. Фигуры вращения.  
Цилиндрические и конические фигуры.
- 4.4. Фигуры второго порядка в пространстве.
- 4.5. Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида.

### Раздел 5. Аффинные преобразования и движения.

- 5.1. Аффинные преобразования плоскости и пространства.
- 5.2. Линейный оператор, индуцированный аффинным преобразованием.
- 5.3. Координатное выражение аффинного преобразования.
- 5.4. Движения плоскости и пространства.

### Раздел 6. Аффинные пространства.

- 6.1. Определение, примеры и простейшие свойства аффинного пространства.
- 6.2. Плоскости в аффинном пространстве.
- 6.3. Системы координат в аффинном пространстве.
- 6.4. Уравнения плоскостей в аффинном пространстве.
- 6.5. Аффинные отображения.

Изоморфизмы и автоморфизмы аффинных пространств.

6.6. Барицентрические линейные комбинации точек и барицентрические координаты.

6.7. Параллелепипеды и симплексы в вещественных аффинных пространствах. Выпуклые фигуры.

6.8. Фигуры второго порядка в вещественных аффинных пространствах.

Раздел 7. Евклидовы пространства.

7.1. Евклидовы векторные пространства.

7.2. Евклидовы точечные пространства.

7.3. Объемы некоторых фигур в евклидовых пространствах.

7.4. Движения и евклидова геометрия.

7.5. Фигуры второго порядка в евклидовых пространствах.

Раздел 8. Теория кривых.

8.1. Линия. Натуральная параметризация.

8.2. Касательная прямая. Соприкасающаяся плоскость.

8.3. Вектор кривизны и кривизна.

8.4. Базис и репер Френе. Формулы Френе. Кручение.

8.5. Натуральные уравнения кривой. Инварианты кривых.

Раздел 9. Теория поверхностей.

9.1. Локальные (криволинейные) координаты на поверхности.

Кривые на поверхности. Касательное пространство, касательная плоскость, нормаль. Ориентация поверхности.

9.2. Первая фундаментальная форма поверхности.

9.3. Вторая фундаментальная форма поверхности.

9.4. Главные направления. Главные кривизны.

9.5. Внутренняя геометрия поверхности.

9.6. Геодезические линии и их свойства.

## Учебно-методическая карта учебной дисциплины «Геометрия»

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов			Количество часов УСР	Литература	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия			
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>1</b>					
1.1	Роль геометрии в математике и ее приложениях. Предмет и методы аналитической геометрии.	1				[1], [2]	Опрос
<b>2</b>	<b>Векторы</b>	<b>13</b>	<b>12</b>		<b>2</b>		
2.1	Понятие вектора	2				[1-2], [5-6]	Опрос
2.2	Сложение векторов. Умножение векторов на числа	2	2			[1-2], [5-6]	Опрос
2.3	Проекции	1	1			[1-2], [5-6]	Опрос
2.4	Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базисы	2	2			[1-2], [5-6]	Опрос
2.5	Скалярное произведение векторов	2	2			[1-2], [5-6]	Опрос
2.6	Векторное произведение векторов	2	2			[1-2], [5-6]	Опрос
2.7	Смешанное произведение векторов	1	2		2	[1-2], [5-6]	Защита учебных заданий
2.8.	Формулы преобразования координат векторов	1	1			[1-2], [5-6]	Опрос
<b>3</b>	<b>Прямые и плоскости</b>	<b>11</b>	<b>8</b>				
3.1	3.1. Аффинные реперы и координаты точек. Формулы преобразования координат точек	2	2			[1-2], [5-6]	Опрос
3.2	Прямые на плоскости	1	2			[1-2], [5-6]	Опрос
3.3	Плоскости и прямые в	4	2			[1-2],	Колло



	пространстве					[5-6]	квиум Опрос
3.4	Формулы для вычисления расстояний от точки до прямой и от точки до плоскости	4	2			[1-2], [5-6]	Опрос
<b>4</b>	<b>Фигуры второго порядка на плоскости и в пространстве</b>	<b>12</b>	<b>10</b>		<b>4</b>		
4.1	Эллипс, гипербола, парабола	4	3			[1-2], [5-6]	Опрос
4.2	Фигуры второго порядка на плоскости	3	2			[1-2], [5-6]	Опрос
4.3	Фигуры вращения. Цилиндрические и конические фигуры	2	2		2	[1,3], [5-6]	Конт. работ а
4.4	Фигуры второго порядка в пространстве	2	2			[1,3], [5-6]	Защит а уч. задан ий
4.5	Прямолинейные образующие однополостного гиперboloида и гиперболического параболоида	1	1		2	[1,3], [5-6]	Защит а уч. задан ий
<b>5</b>	<b>Аффинные преобразования и движения</b>	<b>7</b>	<b>8</b>		<b>2</b>		
5.1	Аффинные преобразования плоскости и пространства	2	2			[1,3], [5-6]	Опрос
5.2	Линейный оператор, индуцированный аффинным преобразованием	2	2			[1,3], [5-6]	Опрос
5.3	Координатное выражение аффинного преобразования	1	2			[1,3], [4], [5-6]	Опрос
5.4	Движения плоскости и пространства	2	2		2	[1,3], [5-6]	Защит а уч. задан ий
<b>6</b>	<b>Аффинные пространства</b>	<b>15</b>	<b>14</b>				
6.1	Определение, примеры и простейшие свойства аффинного пространства	2	1			[1,3], [5-6]	Опрос
6.2	Плоскости в аффинном пространстве	2	2			[1,3], [5-6]	Опрос
6.3	Системы координат в аффинном пространстве	1	2			[1,3], [5-6]	Опрос

6.4	Уравнения плоскостей в аффинном пространстве	2	3			[1,3], [5-6]	Опрос
6.5	Аффинные отображения. Изоморфизмы и автоморфизмы аффинных пространств	2	1			[1,3], [5-6]	Коллоквиум
6.6	Барицентрические линейные комбинации точек и барицентрические координаты	2	1			[1,3], [5-6]	Опрос
6.7	Параллелепипеды и симплексы в вещественных аффинных пространствах. Выпуклые фигуры	1	2			[1,3],[5-6]	Опрос
6.8	Фигуры второго порядка в вещественных аффинных пространствах	3	2			[1,3],[5-6]	Опрос
<b>7</b>	<b>Евклидовы пространства</b>	<b>11</b>	<b>8</b>		<b>2</b>		
7.1	Евклидовы векторные пространства	2			2	[1,3], [5-6]	Защ. уч. заданий
7.2	Евклидовы точечные пространства	2	2			[1,3], [5-6]	Опрос
7.3	Вычисление расстояний между плоскостями. Объемы некоторых фигур в евклидовых пространствах	3	2			[1,3], [5-6], [7]	Конт. работа
7.4	Движения и евклидова геометрия	2	2			[1,3],[5-6]	Опрос
7.5	Фигуры второго порядка в евклидовых пространствах	2	2			[1,3], [5-6]	Опрос
<b>8</b>	<b>Теория кривых</b>	<b>16</b>	<b>14</b>		<b>3</b>		
8.1	Линия. Натуральная параметризация.	2	4			[6,7,8]	Опрос
8.2	Касательная прямая. Соприкасающаяся плоскость.	4	2			[6,7,8]	Опрос
8.3	Вектор кривизны и кривизна.	4	4			[6,7,8]	Опрос
8.4	Базис и репер Френе. Формулы Френе. Кручение.	4	2			[6,7,8]	Коллоквиум Опрос
8.5	Натуральные уравнения кривой. Инварианты кривых	2	2		3	[6,7,8]	Защ. уч. заданий

<b>9</b>	<b>Теория поверхностей</b>	<b>20</b>	<b>16</b>		<b>3</b>		
9.1.	Локальные (криволинейные) координаты на поверхности. Кривые на поверхности. Касательное пространство, касательная плоскость, нормаль. Ориентация поверхности.	4	4			[6,7,8]	Опрос
9.2	Первая фундаментальная форма поверхности.	2	2			[6,7,8], [9]	Опрос
9.3	Вторая фундаментальная форма поверхности.	4	4			[6,7,8]	Опрос
9.4	Главные направления. Главные кривизны.	4	2		3	[6,7,8, 10]	Защ. уч. заданий
9.5	Внутренняя геометрия поверхности.	4	2			[6,7,8]	Конт. Раб.
9.6	Геодезические линии и их свойства.	2	2			[6,7,8]	Опрос
	<b>Всего часов:</b>	<b>106</b>	<b>90</b>		<b>16</b>		

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Литература

1. Кононов С.Г. Аналитическая геометрия: учебное пособие. – Минск: БГУ, 2014. – 238с.
2. Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 ч.: учебное пособие. – Минск: Вышэйшая школа, 1984. – Ч. 1. – 302 с.
3. Милованов М.В., Толкачев М.М., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия: в 2 ч.: учебное пособие. – Минск: Вышэйшая школа, 1987. – Ч. 2. – 269 с.
4. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник. – М., Наука, 1979. – 512 с.
5. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие. – М., Наука, 1976. – 384 с.
6. Белько И.В., Бурдун А.А., Ведерников В.И., Феденко А.С. Дифференциальная геометрия (под ред. А.С.Феденко). – Минск: Изд-во БГУ, 1982.
7. Бурдун А.А., Мурашко Е.А., Толкачев М.М., Феденко А.С. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии: учебное пособие. – Минск: Университетское, 1989. – 285 с.
8. Сборник задач по дифференциальной геометрии (под ред. А.С.Феденко). - М.: «Наука», 1979.
9. Постников М.М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия (Лекции по геометрии . Семестр II). - М.: «Наука», 1979.
10. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Физматлит, 2004.
11. Беклемишева Л.А. и др. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре:/ Под ред. Д.В. Беклемишева. 2-е изд., перераб. — М.: Физматлит, 2001.

## **Перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов:**

Тема 1. Смешанное произведение векторов.

Решение упражнений параграфа 1.3 учебного пособия [11].

Тема 2. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида

Решение упражнений параграфа 4.11 учебного пособия [1].

Тема 3. Движения плоскости и пространства

Решение упражнений параграфа 5.12 учебного пособия [1].

Тема 4. Евклидовы векторные пространства

Решение упражнений параграфа 10.25 учебного пособия [1].

Тема 6. Натуральные уравнения кривой. Инварианты кривых

Решение упражнений параграфа 8 учебного пособия [7].

Тема 7. Главные направления. Главные кривизны.

Решение упражнений параграфа 13 учебного пособия [7].

Самостоятельная работа проводится в соответствии с Положением о самостоятельной работе студентов (курсантов, слушателей), утвержденным Министерством образования Республики Беларусь 06.04.2015.

Перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности – опрос, защита учебных заданий, коллоквиум, контрольная работа.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)*
Математический анализ	Теории функций	Нет	Вносить изменения не требуется. Протокол №11, 19.05.2016
Дифференциальные уравнения	Дифференциальных уравнений и системного анализа	Нет	Вносить изменения не требуется. Протокол №11, 19.05.2016

## ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ\*

на \_\_\_\_/\_\_\_\_ учебный год

№№ ПП	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 201\_ г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

(ученая степень, ученое звание)

\_\_\_\_\_

(подпись)

\_\_\_\_\_

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета/Зав.общеуниверситетской кафедрой

\_\_\_\_\_

(ученая степень, ученое звание)

\_\_\_\_\_

(подпись)

\_\_\_\_\_

(И.О.Фамилия)