

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической работе

« 27 » _____ 2015 г.

Регистрационный № _____ /уч.



ВЫПУСКНЫЙ АНАЛИЗ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 01 Математика (по направлениям)
Направление специальности 1-31 03 01-03
Математика (экономическая деятельность)

2015г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013 и учебного плана, регистрационный № G31-139/уч. по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) направление специальности 1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

СОСТАВИТЕЛИ:

Алехно Егор Александрович, доцент кафедры нелинейного анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой нелинейного анализа и аналитической экономики
(протокол № 12 от 22.05.2015)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета
Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 26.05.2015)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Выпуклость является одним из основных понятий функционального анализа. Достаточно заметить, что само наличие ненулевого линейного непрерывного функционала на линейном топологическом пространстве равносильно существованию на этом пространстве выпуклого собственного подмножества с непустой внутренностью. Более того, как оказалось, выпуклые множества – наиболее идеальные объекты с позиции их изучения средствами анализа. Это основная причина, которая привела к созданию нового направления в математике – выпуклого анализа, основным объектом изучения которого и являются выпуклые множества.

Выпуклый анализ – один из самых красивых разделов современного анализа, в первую очередь в связи с тем, что он представляет собой сплав идей, как анализа, так и геометрии. Результаты выпуклого анализа нашли себе применение во многих областях математики, например, в функциональном анализе, методах оптимизации, аналитической геометрии и других.

Большую роль понятие выпуклости играет и в математических моделях экономики. В связи с этим, цель данного курса – дать студентам специальности «математические методы в экономике» необходимый им набор знаний по выпуклому анализу.

Методы привития студентам практических навыков использования теоретических результатов при решении различных задач и упражнений отрабатываются на практических занятиях, а также в форме самостоятельной работы студентов. Контроль освоения практических навыков осуществляется во время практических занятий в форме проверки домашних заданий, а также на контрольных работах и зачетах.

В процессе реализации программы особое место должна занимать организация учебно-исследовательской работы студентов. Эта работа должна органично включаться в учебный процесс в сочетании со всеми видами учебных занятий.

Каждая тема позволяет организовать творческую самостоятельную работу студентов, которая будет способствовать становлению специалиста, обладающего значительным творческим потенциалом. Содержание и формы контролируемой самостоятельной работы студентов должны соответствовать целям и задачам подготовки специалистов.

Цель учебной дисциплины

Основной целью учебной дисциплины "Выпуклый анализ": повышение уровня специального математического образования студентов специальности «математические методы в экономике».

Образовательная цель: изложение методов решения задач, относящихся к теории выпуклых множеств и выпуклых функций и применимых в ряде других дисциплин, читаемы на факультете, как, например, «Методы оптимизации» и «Функциональный анализ».

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, построение геометрических моделей использующих понятие выпуклости и аналитических моделей и задач в которых участвуют выпуклые функции и близкие к ним

понятия, а также изучение алгоритмов решения конкретных математических задач связанных с понятием выпуклости.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Выпуклый анализ»:

- Геометрические свойства выпуклых множеств;
- Аналитические свойства выпуклых функций.
- Доказательства неравенств на основе понятия выпуклости.

В результате изучения дисциплины обучаемый должен:

знать:

- определение выпуклого множества;
- топологические свойства выпуклых множеств;
- размерность выпуклого множества;
- определение проекции точки на множество, критерий евклидовой проекции;
- критерий сильной отделимости и его следствия;
- определение конуса;
- определение крайней точки;
- комбинаторные свойства выпуклых множеств;

уметь:

- применять к различным задачам теорию выпуклых множеств;
- строить математическую модель для различных практических задач;
- самостоятельно ориентироваться в литературе по теме выпуклые множества и выпуклые функции.

владеть:

- элементарными понятиями теории выпуклых множеств и теории выпуклых функций.

Учебная программа предназначена для студентов 2 курса (4 семестр) очной формы получения образования.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины на 2 курсе 4 семестре отводится 92 часа, в том числе аудиторных занятий – 50 часов, из них лекции – 30 часов, практических – 16 часов, УСП – 4 часа. Рекомендуемая форма отчетности – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Выпуклые множества

Тема 1.

Определение выпуклого множества, примеры.

Тема 2. Топологические свойства выпуклых множеств.

Тема 3.

Аффинные пространства и аффинные оболочки.

Тема 4.

Определение проекции точки на множество

Тема 5.

Отделимость выпуклых множеств.

Тема 6.

Свойства относительной внутренней выпуклого множества.

Тема 7.

Конусы: определения и простейшие свойства.

Тема 8.

Крайние точки: определения и примеры

Тема 9.

Асимптотические конусы и теорема Кли.

Тема 10.

Комбинаторные свойства выпуклых множеств.

Тема 11.

Выпуклые многогранники: определения и примеры.

Тема 12.

Многогранные конусы и их свойства

Тема 13

Теоремы отделимости для конусов.

Тема 14.

Теорема Брауэра

Тема 15.

Комбинаторная лемма о выпуклых средних

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Раздел 1. Выпуклые множества	30			16		4	
	Тема 1. Определение выпуклого множества, примеры.	2			1			
1.1.1.	Выпуклая оболочка. Симплекс. Теорема Каратеодори.	2			1			
	Тема 2. Топологические свойства выпуклых множеств.	2			1			
1.2.1.	Внутренность и замыкание выпуклого множества, внутренность замыкания и замыкание внутренности. Топологические свойства выпуклой оболочки.	2			1			Проверка индивидуальных заданий
	Тема 3. Аффинные пространства и аффинные оболочки.	2			1			
1.3.1	Размерность выпуклого множества. Относительная внутренность.	2			1			
	Тема 4. Определение проекции точки на множество	2			1			
1.4.1	Примеры. Существование и единственность проекции. Критерий евклидовой проекции	2			1			
	Тема 5. Отделимость выпуклых множеств.	2			1			
1.5.1	Критерий сильной отделимости и его следствия. Критерии существования опорного и собственно опорного функционала. Критерий собственной отделимости (теорема Фенхеля).	2			1			Проверка индивидуальных заданий
	Тема 6. Свойства относительной внутренности выпуклого множества.	2			1			
1.6.1	Свойства относительной внутренности выпуклого множества.	2			1			
	Тема 7. Конусы: определения и простейшие свойства.	2			1			
1.3.1	Порядок, определяемый конусами.	2						
	Тема 8. Крайние точки: определения и примеры	2			1			
1.8.1.	Эквивалентные определения крайней точки. Топологические свойства множества крайних точек. Теорема Крейна – Мильмана. Выступающие точки и теорема Страшевича.	2			1			

	Тема 9. Асимптотические конусы и теорема Кли.	2			1			
1.9.1	Асимптотические конусы и теорема Кли	2			1			
	Тема 10. Комбинаторные свойства выпуклых множеств	2			1		2	
1.10.1	Теорема Радона. первая и вторая теорема Хелии, теоремы Сантало, Кишбергера, Красносельского и Берже.	2			1		2	Проверка индивидуальных заданий
	Тема 11. Выпуклые многогранники: определения и примеры.	2			1			
	Крайние точки выпуклых многогранников. Системы линейных неравенств. Теорема Минковского – Вейля	2			1			
	Тема 12. Многогранные конусы и их свойства	2			1			
	Произвольные многогранники. Общая форма теоремы Минковского – Вейля.	2			1			
	Тема 13. Теоремы отделимости для конусов.	2			1			
	Теоремы отделимости для конусов.	2			1			
	Тема 14. Теорема Брауэра	2			2			
1.14.1	Полное доказательство: разбиение симплекса	1			1			
1.14.1	Лемма Кнастера – Куратовского – Мазуркевича, доказательство для случая симплекса, а затем произвольного выпуклого множества.	1			1			Проверка индивидуальных заданий
	Тема 15. Комбинаторная лемма о выпуклых средних	2			2		2	
1.15.1	Слабая сходимость в пространстве непрерывных функций на компакте, доказательства для этого пространства теоремы Мазура о выпуклых комбинациях.	2			2		2	Проверка индивидуальных заданий
	Всего за семестр	30			16		4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Список литературы

Основная литература

Данцер А., Грюнбаум Б., Кли В. Теорема Хелли и её приложения. – Москва: Мир, 1968.

Забрейко П.П. Выпуклые множества. – Минск: Белорусский государственный университет, 1984.

Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. – Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1974.

Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М. Выпуклый анализ и его приложения. – Москва: Эдиториал УРСС, 2000.

Пшеничный Б.Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи. – Москва: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1980.

Roberts A.W., Varberg D.E. Convex functions. – Academic Press, 1973.

Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. – Москва: Мир, 1973.

Stoer J., Witzgall C. Convexity and optimization in finite dimensional. I. – Springer – Verlag, Berlin, 1970.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Определение выпуклого множества, примеры.
2. Выпуклая оболочка.
3. Симплекс. Теорема Каратеодори.
4. Топологические свойства выпуклых множеств: внутренность и замыкание выпуклого множества, внутренность замыкания и замыкание внутренности.
5. Топологические свойства выпуклой оболочки.
6. Аффинные пространства и аффинные оболочки.
7. Размерность выпуклого множества. Относительная внутренность.
8. Определение проекции точки на множество.
9. Существование и единственность проекции.
10. Критерий евклидовой проекции.
11. Отделимость выпуклых множеств.
12. Критерий сильной отделимости и его следствия. Критерии существования опорного и собственно опорного функционала.
13. Критерий собственной отделимости (теорема Фенхеля).
14. Свойства относительной внутренности выпуклого множества.
15. Конусы: определения и простейшие свойства.
16. Порядок, определяемый конусами.
17. Крайние точки: определения и примеры.
18. Эквивалентные определения крайней точки.
19. Топологические свойства множества крайних точек.
20. Теорема Крейна – Мильмана. Выступающие точки и теорема Страшевича.
21. Асимптотические конусы и теорема Кли.
22. Комбинаторные свойства выпуклых множеств: теорема Радона, первая и вторая теорема Хелии, теоремы Сантало, Киршбергера, Красносельского и Берже.
23. Выпуклые многогранники: определения и примеры.
24. Крайние точки выпуклых многогранников.
25. Системы линейных неравенств. Теорема Минковского – Вейля.
26. Многогранные конусы и их свойства.
27. Произвольные многогранники.
28. Общая форма теоремы Минковского – Вейля.
29. Теоремы отделимости для конусов.
30. Теорема Брауэра.
31. Комбинаторная лемма о выпуклых средних.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на ____/____ учебный год

№п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № ____ от _____ 20_ г.)

Заведующий кафедрой

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)