

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

[Handwritten signature]

30.06.2017



Регистрационный № /уч.

ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИКУ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

направления специальности:

1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

2017 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1 31 03 01-2013, типовой учебной программы по учебной дисциплине «Введение в математику», регистрационный № ТД- G 557/тип. – 2016, учебного плана, регистрационный № G31-139/уч от 30.05.2013

СОСТАВИТЕЛИ:

Петр Петрович Забрейко – профессор кафедры нелинейного анализа и аналитической экономики, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой нелинейного анализа и аналитической экономики
протокол № 9 от 10.04.2017

Научно-методическим Советом БГУ
27 июня 2017, протокол №5

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «*Введение в математику*» входит в цикл специальных дисциплин (государственный компонент) и призвана облегчить обучающимся переход от содержания и методов обучения, принятых в элементарной школьной математике, к методологии изложения материала в высшей математике.

Основными *целями* дисциплины «*Введение в математику*» являются:

- 1) знакомство студентов, начинающих свое математическое образование, с языком высшей математики, терминологией и общими математическими конструкциями, лежащими в основе различных математических дисциплин;
- 2) изложение элементов математической логики и основных методов, используемых при доказательствах математических утверждений;
- 3) демонстрация аксиоматического метода построения математических теорий на примере аксиоматик натуральных чисел и евклидовой планиметрии;
- 4) изложение элементов комбинаторики, используемых в различных дисциплинах, в частности, в курсах «Математический анализ» и «Алгебра и теория чисел»

Для достижения этих целей решаются следующие *задачи*:

- раскрывается значение и роль математики в системе современных знаний и в системе образования на разных ее ступенях;
- подчеркивается основополагающая роль математической логики, придающая дедуктивный характер математике, отличающий ее от других естественных и гуманитарных наук;
- излагаются начала теории множеств, понятия, конструкции и теоремы которой лежат в основе большинства разделов современной математики.

В начале изложения дисциплины дается характеристика математики как науки, ее содержания и методов исследований. Затем вводится основополагающее математическое понятие множества. Обсуждается канторов подход к этому понятию и возникающие при этом парадоксы «наивной» теории множеств. Дается понятие об аксиоматическом подходе к построению теории множеств и других математических теорий. Рассматриваются операции над множествами, в том числе декартово произведение множеств. На его основе определяется понятие бинарного отношения, подробно разбирается отношение эквивалентности и конструкция фактор множества. Приводятся начальные сведения об упорядоченных множествах, излагается метод математической индукции.

Далее изучается важнейшее математическое понятие отображения (функции). Приводятся примеры функций из различных разделов математики. Определяются инъективные, сюръективные, биективные отображения, композиция отображений, обратное отображение, доказываются основные утверждения, связанные с этими понятиями. Вводится понятие равномошных

множеств, рассматриваются счетные множества и множества мощности континуума.

Несколько лекций посвящены элементам математической логики. В этом разделе студенты знакомятся с принятой в математической логике терминологией, с основными логическими операциями и методами доказательства математических утверждений.

Далее рассматриваются некоторые вопросы комбинаторики. Для конечных множеств определяются понятия сочетания, перестановки, приводится формула бинома Ньютона. Рассматриваются правила суммы и произведения в комбинаторике, а также правило включений и исключений и его приложения.

В заключение даются примеры аксиоматического построения математической теории на основе аксиоматики Пеано натуральных чисел и аксиоматике Гильберта элементарной геометрии.

Основным методом изучения дисциплины «Введение в математику» является лекционное изложение. При этом полезно использовать эвристические и дискуссионные формы работы с аудиторией, постановку задач и обсуждение способов их решения. В конце курса следует провести зачетную контрольную работу.

В результате изучения дисциплины «*Введение в математику*» студент должен:

знать:

- основные способы задания множеств в математике, операции над ними и их свойства;
- понятие функции (отображения), их типы, композицию отображений, обратное отображение;
- основные логические операции и логические законы;
- терминологию и основные формулы комбинаторики;
- суть аксиоматического метода построения теории, аксиоматику натуральных чисел и элементарной геометрии;

уметь:

- использовать основные объекты теории множеств и отображений и их свойства;
- проводить строгие доказательства математических утверждений, используя логические операции и законы;
- решать простейшие комбинаторные задачи;

владеть:

- методами решения типовых задач по теории множеств и отображений;
- теоретико-множественным языком при формулировке математических утверждений и решении задач;
- навыками комбинаторных расчетов.

Содержание дисциплины «*Введение в математику*» используется в последующем преподавании всех математических дисциплин, в частности в таких, как «Математический анализ», «Алгебра и теория чисел»,

«Аналитическая геометрия».

Самостоятельная работа студентов в рамках данной дисциплины может быть организована в форме задач и упражнений, формулируемых в конце каждой лекции с последующим их обсуждением на лабораторных занятиях, а также в виде рефератов по отдельным темам и докладов в рамках учебно-исследовательской работы.

В конце семестра рекомендуется провести двухчасовую контрольную работу, результаты которой рекомендуется учитывать при приеме зачета.

Преподавание дисциплины «Введение в математику» должно строиться таким образом, чтобы обучающийся приобретал следующие компетенции специалиста:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникаций.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

СЛК -2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

ПК-2. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать веб-сервисы, оформлять техническую документацию.

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой; Самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

ПК-13. Составлять документацию (графики работ, инструкции, планы, заявки, деловые письма и т.п.), а также отчетную документацию по установленным формам.

ПК-14. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-18. Готовить доклады, материалы к презентациям.

ПК-24. Работать с научной, технической и патентной литературой.

ПК-29. Реализовывать инновационные проекты в профессиональной деятельности.

На изучение дисциплины отводится 64 часа, в том числе 36 аудиторных часов, из них: лекции – 24 часа, лабораторные занятия – 8 часов, УСП – 4 часа, форма отчетности – зачет в первом семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Множества и отношения. Элементы математической логики.

Канторово определение множества. Операции над множествами. Декартово произведение множеств. Бинарные отношения. Отношение эквивалентности, классы эквивалентных элементов, фактор-множество. Математические высказывания. Логические операции. Логические законы. предикаты. Кванторы.

Раздел 2. Отображения

Понятие отображения. Образы и прообразы, композиция отображений. Типы отображений. Обратное отображение.

Раздел 3. Натуральные, целые и рациональные числа.

Аксиоматика Пеано. Метод математической индукции. Определение операций в множестве натуральных чисел. Системы счисления. Построение целых и рациональных чисел. Сравнение целых чисел по натуральному модулю.

Раздел 4. Элементы комбинаторики

Правила суммы и произведения. Сочетания и перестановки. Бином Ньютона.

Раздел 5. Аксиоматика евклидовой планиметрии

Аксиоматика Гильберта евклидовой плоскости. Построение биекции между множеством точек прямой и множеством вещественных чисел. Декартова система координат. Координатизация множества.

Раздел 6. Мощности и порядки

Понятие мощности множества. Сравнение мощностей. Счетные множества. Множества мощности континуума.

Учебно-методическая карта дисциплины «Введение в математику»

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов				Количество часов УСР	Литература	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	иное			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Множества и отношения. Элементы математической логики.	8		2			1-3	
1.1.	Канторово определение множества. Операции над множествами. Декартово произведение множеств.	2		1				Опрос
1.2.	Бинарные отношения. Отношение эквивалентности, классы эквивалентных элементов, фактор-множество.	4						Опрос
1.3.	Математические высказывания. Логические операции. Логические законы. предикаты. Кванторы.	2		1				Опрос
2.	Отображения	6		2			1-3	
2.1.	Понятие отображения. Образы и прообразы, композиция отображений. Типы отображений. Обратное отображение.	6		2				Опрос
3.	Натуральные, целые и рациональные числа.	4				2	1-3	
3.1.	Аксиоматика Пеано. Метод математической индукции. Определение операций в множестве натуральных чисел. Системы счисления. Построение целых и рациональных чисел. Сравнение целых чисел по натуральному модулю.	4				2		Конт. Раб.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4.	Элементы комбинаторики	2		2			1-2	
4.1.	Правила суммы и произведения. Сочетания и перестановки. Бином Ньютона.	2		2				Опрос
5.	Аксиоматика евклидовой планиметрии	2		2			1-2	
5.1.	Аксиоматика Гильберта евклидовой плоскости. Построение биекции между множеством точек прямой и множеством вещественных чисел. Декартова система координат. Координатизация множества.	2		2				Опрос
6.	Мощности и порядки	2	-			2	1-3	
6.1.	Понятие мощности множества. Сравнение мощностей. Счетные множества. Множества мощности континуума.	2				2		Конт. Раб.
	Итого	24		8		4		

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература

Основная

1. Кононов С.Г., Тышкевич Р.И., Янчевский В.И. Введение в математику, ч.1-3, Минск, 2003
2. Шилов Г.Е. Математический анализ, функции одного переменного, М. 1983, Главы 1 и 2

Дополнительная

3. Макаров И.П. Доп. главы матем. анализа, М., 1968, Главы 1 и 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов – это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем и в его отсутствии.

Самостоятельная работа реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий – на лекциях, практических и семинарских занятиях, при выполнении лабораторных работ.
2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания – на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
3. В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

При изучении дисциплины организация самостоятельной работы студентов должна представлять единство трех взаимосвязанных форм:

1. Внеаудиторная самостоятельная работа;
2. Аудиторная самостоятельная работа, которая осуществляется под непосредственным руководством преподавателя;
3. Творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы студентов разнообразны: подготовка и написание рефератов, докладов, очерков и других письменных работ на заданные темы.

Аудиторная самостоятельная работа может реализовываться при проведении практических занятий, семинаров, выполнении лабораторного практикума и во время чтения лекций.

При чтении лекционного курса непосредственно в аудитории необходимо контролировать усвоение материала основной массой студентов путем проведения экспресс-опросов по конкретным темам.

На практических и семинарских занятиях различные виды самостоятельной работы студентов позволяют сделать процесс обучения более интересным и поднять активность значительной части студентов в группе.

На практических занятиях нужно не менее 1 часа из двух (50% времени) отводить на самостоятельное решение задач. Практические занятия

целесообразно строить следующим образом: 1. Вводное слово преподавателя (цели занятия, основные вопросы, которые должны быть рассмотрены). 2. Беглый опрос. 3. Решение 1-2 типовых задач. 4. Самостоятельное решение задач. 5. Разбор типовых ошибок при решении (в конце текущего занятия или в начале следующего).

Результативность самостоятельной работы студентов во многом определяется наличием активных методов ее контроля. Существуют следующие виды контроля:

- входной контроль знаний и умений студентов при начале изучения очередной дисциплины;
- текущий контроль, то есть регулярное отслеживание уровня усвоения материала на лекциях, практических и лабораторных занятиях;
- промежуточный контроль по окончании изучения раздела или модуля курса;
- самоконтроль, осуществляемый студентом в процессе изучения дисциплины при подготовке к контрольным мероприятиям;
- итоговый контроль по дисциплине в виде зачета или экзамена;
- контроль остаточных знаний и умений спустя определенное время после завершения изучения дисциплины.

Управляемая самостоятельная работа – это самостоятельная работа, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя и контролируемая на определенном этапе обучения, целью, которой, дополнительно к вышесказанному, является целенаправленное обучение основным навыкам и умениям для выполнения самостоятельной работы.

В процессе самостоятельной работы по дисциплине «Стохастический анализ финансовых рынков» студент должен выполнять следующие виды внеаудиторной деятельности: изучение и конспектирование материала, вынесенного на лекциях и практических занятиях на самостоятельное изучение по источникам основной и дополнительной литературы; выполнение индивидуальных и домашних заданий. Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется во время аудиторных занятий при оценке упражнений по конкретным темам.

**Примерные перечни заданий
по управляемой самостоятельной работе студентов**

Контрольная работа

Вариант 1

1. Отображения плоскости $f: \mathbf{E}^2 \rightarrow \mathbf{E}^2, M(x, y) \mapsto M(x', y')$, задаются в некотором аффинном репере формулами:

$$1) f: \begin{cases} x' = x + 1, \\ y' = x - 1; \end{cases} \quad 2) f: \begin{cases} x' = y + 1, \\ y' = x - 1; \end{cases} \quad 3) f: \begin{cases} x' = 2x - 6y + 5, \\ y' = -x + 3y - 1; \end{cases}$$

$$4) f: \begin{cases} x' = x + 3y - 1, \\ y' = 2x - 6y + 5; \end{cases} \quad 5) f: \begin{cases} x' = \frac{1}{x} - y - 1, \\ y' = y + \frac{1}{x} + 5. \end{cases}$$

Укажите те из них, которые являются аффинными преобразованиями.

2. Дано аффинное преобразование

$$\begin{cases} x' = 2x + 3y + 5, \\ y' = 4x - 3y - 2. \end{cases}$$

В какие прямые перейдут при этом преобразовании:

- 1) оси Ox и Oy ;
- 2) прямая $2x + 3y + 5 = 0$;
- 3) прямая $4x - 3y - 2 = 0$?

3. Найдите инвариантные прямые аффинного преобразования $f: \begin{cases} x' = 2y + 5, \\ y' = 8x - 1. \end{cases}$

4. Выберите формулы, задающие симметрию f плоскости \mathbf{E}^2 относительно данной прямой $l: 2x - y + 5 = 0$.

$$1) f: \begin{cases} x' = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y \\ y' = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y \end{cases}; \quad 2) f: \begin{cases} x' = \frac{7}{5}x - \frac{1}{5}y + 1, \\ y' = y \end{cases};$$

$$3) f: \begin{cases} x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y \\ y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y \end{cases}; \quad 4) f: \begin{cases} x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 4 \\ y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y + 2 \end{cases}.$$

5. Пусть l и l_1 а также m и m_1 – пары параллельных прямых плоскости \mathbf{E}^2 . О количестве аффинных преобразований плоскости, переводящих первую пару во вторую, можно сказать следующее:

- 1) *такое преобразование единственное;*
- 2) *таких преобразований не существует;*
- 3) *таких преобразований бесконечно много;*
- 4) *ответ зависит от выбора пар параллельных прямых.*

Вариант 2

1. Отображения плоскости $f: \mathbf{E}^2 \rightarrow \mathbf{E}^2, M(x, y) \mapsto M(x', y')$, задаются в некотором аффинном репере формулами:

$$1) f: \begin{cases} x' = 2x + 1, \\ y' = x - 1, \end{cases} \quad 2) f: \begin{cases} x' = y + 1, \\ y' = y - 1; \end{cases} \quad 3) f: \begin{cases} x' = 2x - 6y + 5, \\ y' = -3x + 9y - 1; \end{cases}$$

$$4) f: \begin{cases} x' = -x + 3y - 1, \\ y' = 2x + 6y + 5; \end{cases} \quad 5) f: \begin{cases} x' = x^2 - y - 1, \\ y' = y + x^2 + 5. \end{cases}$$

Укажите те из них, которые являются аффинными преобразованиями.

2. Дано аффинное преобразование

$$\begin{cases} x' = 3x - 7y + 6, \\ y' = 2x - 5y - 2. \end{cases}$$

В какие прямые перейдут при этом преобразовании:

- 1) оси Ox и Oy ;
- 2) прямая $3x - 7y + 6 = 0$;
- 3) прямая $2x - 5y - 2 = 0$?

3. Найдите инвариантные прямые аффинного преобразования f :

$$f: \begin{cases} x' = y - 9, \\ y' = 9x + 1. \end{cases}$$

4. Пусть Oxy – прямоугольная система координат на плоскости. Напишите формулы, задающие композицию двух движений: $f = f_2 \circ f_1$, где f_1 – симметрия плоскости относительно оси Ox , f_2 – симметрия плоскости относительно прямой, проходящей через начало координат и составляющей угол 120° с осью Ox .

5. Отметьте номера истинных утверждений:

- 1) *для любых двух трапеций на плоскости \mathbf{E}^2 существует аффинное преобразование плоскости, переводящее одну в другую;*

- 2) для любых двух прямоугольных трапеций на плоскости E^2 существует аффинное преобразование плоскости, переводящее одну в другую;
- 3) для любых двух равнобоковых трапеций на плоскости E^2 существует аффинное преобразование плоскости, переводящее одну в другую;
- 4) любую трапецию можно перевести аффинным преобразованием в равнобоковую трапецию.

Диагностика результатов учебной деятельности

Для диагностики результатов учебной деятельности используются следующие формы: опрос, контрольная работа.

Методика формирования итоговой оценки

Итоговая оценка формируется на основе 3-ех документов:

1. Правила проведения аттестации (Постановление №53 от 29.05.2012 г.).
2. Положение о рейтинговой системе БГУ (ред. 2015 г.).
3. Критерии оценки студентов (10 баллов).

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)*
Аналитическая геометрия	Геометрии, топологии и МПМ	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 9 от 10.04.2017)
Алгебра и теория чисел	Высшей алгебры и защиты информации	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 9 от 10.04.2017)
Математический анализ	Теории функций	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 9 от 10.04.2017)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ*

на ____ / ____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета/Зав.общеуниверситетской кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)