Применение деривативов для снижения риска портфеля ценных бумаг коммерческого банка

И.А. Карачун

Рынок ценных бумаг выступает важнейшей составной частью финансовой системы государства, характеризующейся институциональной и организационно-функциональной спецификой. Он является важной сферой формирования источников экономического роста, концентрации и распределения инвестиционных ресурсов. Коммерческие банки как универсальные кредитно-финансовые институты играют важнейшую роль на финансовом рынке. Это связано с особыми, специфическими функциями банков, которые заключаются в их способности аккумулировать временно свободные в обществе денежные средства и размещать в кредитах и инвестициях. Расширение и диверсификация банковских инвестиций на рынке ценных бумаг, а также проблемы управления портфелем ценных бумаг банка, недостаток эффективных систем оценки финансовых инструментов и рискованности инвестиционных операций требуют разработки нерешенных теоретических и методических проблем. Значение таких исследований серьезно возрастает в условиях определения путей вывода банковской системы из современной кризисной ситуации. Поэтому на сегодняшний день наиболее актуальна разработка новых методик и эффективных критериев формирования и оптимизации портфеля активов коммерческого банка, размещаемых в ценных бумагах.

Во всех развитых странах мира операции на рынке ценных бумаг являются одним из важнейших направлений деятельности банков. Благодаря гибким и продуманным технологиям, банки могут предоставить своим клиентам возможность совершения операций с высокой степенью надежности и эффективности, а также рекомендации по формированию и управлению портфелем ценных бумаг, оказывают консультационные услуги, аналитическую и информационную поддержку, помогают прогнозировать действия клиентов на рынке в зависимости от их целей. Принцип диверсификации и контроля рисков позволяет банкам получать устойчивый доход, превышающий средний доход по рынку при уровне риска, значительно ниже среднерыночного.

Любая компания зависит от таких рыночных факторов, как цены товаров, обменные курсы и процентные ставки, а значит, подвергается финансовому риску. Для рыночной экономики страхование (хеджирование) подобных рисков зачастую является неотъемлемой частью бизнес-планирования. В первую очередь оно направлено не на получение дохода, а на снижение риска, возникающего в процессе финансовой деятельности.

Первые попытки застраховать торговые операции делались при зарождении торговых отношений, а с возникновением бирж появились срочные контракты, позволяющие торговцам заранее находить контрагента и рассчитывать величину возможной прибыли независимо от колебаний рыночных цен (в том числе: 1865 г. – первые фьючерсные контракты, 1984 г. – новые, менее рискованные, инструменты хеджирования – опционы) [1]. На сегодняшний день торговля такими инструментами ведется как на биржевом – Chicago Board of Trade (CBOT или CBT), EUREX, Chicago Mercantile Exchange (CME), Chicago Board Options Exchange (CBOE), London International Financial Futures Exchange (LIFFE) – так и на внебиржевом рынке деривативов, что обеспечивает широкие возможности страхования рисков. Биржевой рынок, высоколиквидный и надежный, предлагает стандартные биржевые контракты и контролируется соответствующими органами биржи. В свою очередь внебиржевой рынок располагает широкий выбором средств для управления рисками (свопы, своп-опционы и т.д. [1]), более гибких, чем традиционные биржевые инструменты. Таким образом, в мировой практике применение различных финансовых инструментов хеджирования стало неотъемлемой частью финансовой деятельности крупнейших компаний. Как правило, оно состоит в покупке базовых активов совместно с их производными инструментами.

На протяжении последних лет торговля такими производными инструментами как опционы, фьючерсы и свопы завоёвывает всё большую популярность, причем сегодня они используются не только для хеджирования рисков, но и для спекуляции [2]. Это обусловлено несколькими причинами: рынки производных зачастую более ликвидны, чем рынки базовых активов; транзакционные издержки значительно ниже, чем при торговле акциями. В данном исследовании основное внимание уделяется фондовым опционам. Опцион отличается от форвардных и фьючерсных контрактов тем, что предоставляет своему владельцу право на осуществление заранее установленных действий в будущем, не вменяя это в обязанность. В то же время покупка опциона предполагает авансовую выплату, а заключение форвардных и фьючерсных контрактов не стоит трейдеру ничего. Существует два основных типа опционов – колл и пут. Колл-опцион дает держателю право купить базовый актив в определенный момент по установленной цене, а пут-опцион – продать. Как правило, на биржах котируются фондовые опционы на покупку или продажу 100 акций. Детали таких контрактов – срок действия, процедуры выплаты дивидендов, цена исполнения и т.д. – определяются биржей, причем в любое время и для любого актива существует огромное количество разных опционов.

Вся теория оценки деривативов основывается на непрерывной стохастической модели изменения цен активов. В частности, считается, что цена акции описывается марковским процессом, т.е. каждое последующее значение зависит только от предшествующего. Это марковское свойство согласуется со слабой формой эффективности рынка, утверждающей, что текущая цена актива уже содержит в себе всю информацию о предшествующих значениях. В противном случае специалисты по техническому анализу могли бы получать доходы, намного превышающие средний уровень, чего на самом деле не происходит. Основная формула, описывающая динамику цены акции, на которой базируются все дальнейшие построения и оценки, имеет вид:

$$dS(t) = S(t)(\mu dt + \sigma dW(t)),$$

где $S(t)$ – курс акции в момент времени t, μ – её ожидаемая доходность, σ – волатильность цены акции, а элемент $dW(t)$, содержащий фактор случайности, влияющий на цену актива, известен как винеровский процесс или броуновское движение [6].

Для формулировки задачи управления портфелем ценных бумаг введем следующие обозначения: $X(t)$ – капитал инвестора в момент времени t (стоимость портфеля), $S^i(t)$ – курс i-го актива, $\varphi^i(t)$ – число единиц i-го актива в этот момент, $\pi^i(t)$ – доля каждого актива в портфеле. Тогда случайный вектор $\pi = \left(\pi^1(t),...,\pi^n(t)\right)'$ называется портфелем или стратегией инвестора, а его стоимость задается уравнением:

$$dX(t) = X(t)\left((1-\pi'\underline{1})r + \pi'\mu\right)dt + \pi'\sigma X(t)dW(t), \;\; X(0) = x,$$

где x – стартовый капитал инвестора, $\underline{1} = (1,...,1)'$ – n-мерный единичный вектор.

Принимая решения о вложении средств, инвесторы обычно анализируют ожидаемый денежный результат (сумма произведений значений каждого возможного результата, выраженных в денежных единицах, на вероятность получения соответствующего результата), который не всегда является оптимальным критерием. Это связано с тем, что стоимость денег меняется от ситуации к ситуации индивидуально для каждого инвестора, т.е. стоимость денег не является линейной функцией от их количества. В таких случаях удобнее определять полезность денег и строить инвестиционную стратегию так, чтобы добиться максимальной полезности для инвестора. Следовательно, задача оптимизации портфеля заключается в нахождении такой стратегии π, чтобы ожидаемая полезность инвестиций для инвестора в конечный момент времени T была наибольшей, т.е.

$$E[U(X(T))] \to \max,$$

где $U(\cdot)$ – функция полезности инвестиций. Кривые полезности, являясь выражением предпочтений инвестора, будучи построены один раз, позволяют принимать инвестиционные решения и в дальнейшем с учётом его предпочтений, но без дополнительных консультаций с ним. Однако следует помнить о том, что со временем функция полезности может измениться, отражая новые финансовые условия.

Мы будем рассматривать экспоненциальную функцию полезности вида $U(x) = 1 - e^{-kx}$. Чтобы отразить различное отношение к риску возьмем $k = 10$ – несклонный к риску инвестор, $k = 1$ – нейтральный, $k = 0.1$ – рисковый (см. рис.1).

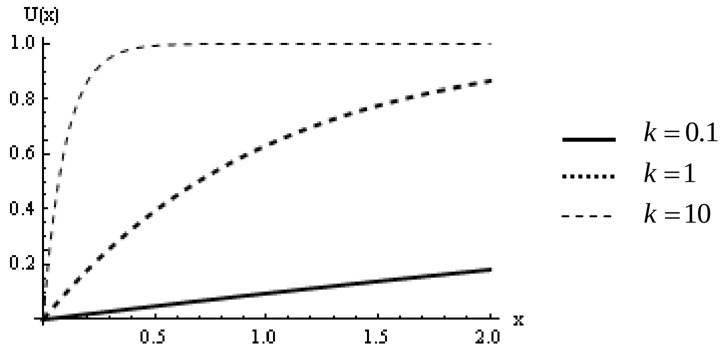

Рисунок 1 – Степенная функция полезности инвестиций для различных инвесторов

Используемый нами мартингальный подход к оптимизации портфеля предполагает деление задачи на две части: статичную задачу оптимизации (определение оптимального денежного потока) и задачу представления (нахождение стратегии, удовлетворяющей уже определенному потоку платежей) [4]. Первая решается с помощью уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана [7], вторая – стандартными методами решения уравнений. Полученный результат имеет вид:

$$\pi_{stock} = \frac{1}{k}(\sigma\sigma')^{-1}\mu .$$

Вместо предложенной схемы инвестиций в акции инвестор может предпочесть другой вариант вложения средств, а именно, составить портфель не из самих акций, а из опционов на эти активы. Стоимость опциона в момент времени t задается непрерывно дифференцируемой функцией $f(t,S^1,...,S^n)$ и дублируется стоимостью портфеля, содержащего облигацию и n базовых акций. Дублирующая стратегия $\phi=\left(\phi^1(t),...,\phi^n(t)\right)'$ имеет вид [5]

$$\phi^i(t) = f'_{S^i}, \ \ \phi^0(t) = \frac{f-\sum_{i=1}^n f'_{S^i}S^i}{S^0},$$

где $\phi^i(t)$ – число единиц соответствующего базового актива, а функция f – функция стоимости опциона.

Обозначим «дельта-матрицу» портфеля $\Delta(t)$ (дельта – показатель чувствительности рассчитываемой стоимости опциона к незначительным колебаниям цены базового актива), где $\Delta_{ij}(t) = f^{(i)}_{S^j}$, следовательно, $f^{(i)} = \sum_{j=0}^n \Delta_{ij}(t)S^j$. Тогда при $\Delta_{i0} = \phi^0(t)$ стоимость портфеля имеет вид

$$X(t) = \left(\varphi^0(t) + \sum_{j=0}^n \varphi^i(t)\Delta_{i0}(t)\right)S^0 + \sum_{j=1}^n\left(\sum_{i=1}^n \varphi^i(t)\Delta_{ij}(t)\right)S^j . \qquad (1)$$

Следует отметить, что дельта-матрица $\Delta(t)$ должна быть регулярной, так как это условие обеспечивает полноту рынка, образованного облигацией и n опционами. В каждый текущий момент времени t все n компонентов броуновского движения воздействуют на цены опционов. Без этого условия в задаче невозможно перейти от опционов к основным активам.

Пусть π_{stock} – оптимальная торговая стратегия соответствующей задачи для портфеля из акций, определенная выше, а $X^*(T)$ – оптимальный денежный поток портфеля на конец периода. Следовательно, $\varphi_{stock}^i(t) = \pi_{stock}^i(t) X^*(t) / S^i$, $\varphi_{stock}^0(t) = \left(1 - \sum_{i=1}^n \pi_{stock}^i(t)\right) X^*(t) / S^0$.

Тогда соответствующий процесс стоимости портфеля должен удовлетворять стохастическому дифференциальному уравнению

$$dX(t) = \left(r\varphi_{stock}^0 S^0 + \sum_{i=1}^n \mu_i \varphi_{stock}^i S^i \right) dt + \sum_{i,j=1}^n \varphi_{stock}^i S^i \sigma_{ij} dW^j .$$

С другой стороны, если на опционном рынке существует торговая стратегия φ со стоимостью $X(t)$, то, исходя из (1),

$$dX(t) = \left(r\varphi^0 S^0 + \sum_{i=0}^n \varphi^i \left(r\Delta_{i0} S^0 + \sum_{j=1}^n \mu_j \Delta_{ij} S^j \right) \right) dt + \sum_{i,j,k=1}^n \varphi^i \Delta_{ik} S^k \sigma_{kj} dW^j.$$

Приравняв правые части полученных уравнений и сравнив коэффициенты при dW, получим оптимальную стратегию для опционного портфеля

$$\varphi^i(t) = (\Delta')^{-1} \varphi_{stock}^i(t), \quad \varphi^0(t) = \frac{X(t) - \sum_{i=1}^n \varphi_{stock}^i(t) f^{(i)}}{S^0(t)}.$$

Пусть, для простоты, на рынке присутствует только один рисковый актив – акция. В этом случае оптимальное количество единиц этой акции в портфеле $\varphi_{stock}(t) = \dfrac{\mu X(t)}{k\sigma^2 S(t)}$. Соответственно, для опционного портфеля – $\varphi(t) = \dfrac{\mu X(t)}{k\sigma^2 \Delta_1(t) S(t)}$. Тогда можно вычислить оптимальный портфель:

$$\pi(t) = \frac{\mu f(t, S(t))}{k\sigma^2 f_S'(t, S(t)) S(t)} . \tag{2}$$

Следует отметить, что если вместо опциона взять его базовый актив, то портфель будет постоянным, а для всех опционов портфельный процесс зависит от времени и текущей цены базового актива. Кроме того, найденная стратегия π требует дополнительных вычислений, а именно, стоимости и «дельты» опциона.

В данном исследовании мы рассмотрим европейский колл-опцион, дающий право на покупку базового актива, стоимость которого в любой момент времени задается формулой Блэка-Шоулза [3]:

$$f(t,S) = SN(d_1) - Ke^{-r(T-t)} N(d_2),$$

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S}{K}) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \; d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t},$$

где $N(\cdot)$ – функция стандартного нормального распределения, r – безрисковая процентная ставка, K – цена исполнения, S – текущий курс базовой акции, T – дата исполнения. По формуле (2) получаем

$$\pi(t) = \frac{\mu}{k\sigma^2} \left(1 - \frac{Ke^{r(T-t)} N(d_2)}{N(d_1) S} \right),$$

а тогда очевидно, что $0 < \pi(t) < \dfrac{\mu}{k\sigma^2}$. Следовательно, если инвестор следует оптимальной опционной стратегии, доля капитала, инвестированная в рисковый актив, всегда строго меньше, чем у портфеля из акций. Так как владение европейским опционом более рискованно, чем владение базовой акцией, можно сказать, что сниженный риск от вложения меньшей части денег в рисковый актив компенсируется тем, что эта сумма несет в себе больший риск, чем такая же, но вложенная в акции.

В качестве примера использования модели рассмотрим рынок, на котором присутствуют два рисковых актива – акции Walt Disney Company (DIS) и Hewlett-Packard Company (HPQ). Из информации о торговых сделках можно почерпнуть следующие данные (цены указаны в долларах США):

Таблица 1 – Данные для расчетов[1]

№	Ковариация (σ_{ij})			μ_i	$S^i(0)$	$S^i(T)$
		DIS	HPQ			
1	DIS	0.3055	0	0.3224	34.48	34.26
2	HPQ	0	0.2104	0.2865	44.43	51.16

Построим оптимальный портфель на срок полгода со стартовым капиталом $x = 10000$, состоящий из казначейского векселя с доходностью $r = 0.0511$ и европейских колл-опционов с ценами исполнения $K_1 = 20, K_2 = 30$. Проведя расчеты в системе Mathematica на основе полученных выше формул, получим следующие варианты построения портфелей:

Таблица 2 – Портфель из европейских колл-опционов

Инвестор	$\pi^0(0)$	$\pi^1(0)$	$\pi^2(0)$	$X(T)$	Доходность портфеля
несклонный к риску	0.8214	0.1031	0.0754	10442.2	4.4%
нейтральный	-0.7859	1.0317	0.7542	12086.0	20.8%
рисковый	-16.8594	10.3178	7.5416	28524.6	185.2%

Из таблицы 2 видно, что финансовый результат очень сильно зависит от индивидуального отношения к риску. Поэтому при составлении портфеля не следует пренебрегать этим фактором. Отрицательное значение доли безрискового актива в случае нейтрального и рискового инвестора предполагает заем по процентной ставке r или короткую продажу векселя, так как мы не вводили дополнительные ограничения на торговлю.

Как показали многочисленные исследования, авторы которых пытались найти закономерность в изменении цен финансовых активов, цены меняются непредсказуемым образом. Случайные движения цены указывают на то, что рынок хорошо функционирует как система обработки информации, то есть является эффективным. Прогноз благоприятного будущего поведения курса приводит к благоприятному текущему его поведению. Как только появляется новая информация, дающая основания полагать, что цена акций компании ниже их справедливой стоимости (fair price), возникает большое число желающих купить эти акции, что приводит к быстрому росту цены. Цены повышаются и понижаются только в ответ на новую непредсказуемую

[1] Источник данных: www.finance.yahoo.com, www.wsj.com, www.reuters.com

информацию, так как информация, которую можно было предсказать, уже нашла свое отражение в ценах. Случайные изменения цен являются результатом поведения рациональных инвесторов, борющихся за раннее получение информации, необходимой для оценки стоимости акций.

Если рынок является абсолютно эффективным, то есть если цена всех финансовых активов в каждый момент времени отражает всю информацию, имеющуюся в распоряжении участников рынка, то поиск недооцененных активов и попытки «переиграть рынок» становятся бессмысленными. Однако есть основания полагать, что даже развитые рынки не являются эффективными на все сто процентов. Главная причина этого заключается в том, что получение информации связано с издержками, и участники рынка получают информацию не одновременно.

Огромную роль играют ожидания участников рынка, которые способны оказывать значительное влияние на цены. Это влияние особенно заметно, когда ожидания связаны с информацией финансово-аналитического характера. Например, если участники рынка ожидают, что прибыль будет хорошей (по крайней мере, не ниже прибыли в прошлом периоде, а возможно, и выше), то интерес к этому активу при прочих равных условиях вызовет повышение его цены. В дальнейшем, когда станет известна фактическая величина прибыли, участники рынка посмотрят, совпадает ли этот результат с их ожиданиями. В случае явного несовпадения ожиданий с реальностью (что случается достаточно часто) происходит ценовая коррекция.

Поэтому в настоящее время период интенсивного развития переживают разделы портфельной теории, связанные с использованием стохастических моделей. Это методы общей теории случайных процессов, которые лучше всех подходят для адекватного описания эволюции основных (акций и облигаций) и производных (форвардов, фьючерсов, опционов и др.) ценных бумаг в условиях неопределенности, а также позволяют ввести в рассмотрение динамику, то есть дополнительный параметр время.

Автором предложена методика решения задачи максимизации ожидаемой полезности портфельных инвестиций в случае, когда торговля ведется не акциями, как в стандартных задачах, а опционами на эти активы. Решение такой задачи классическими методами стохастического управления представляется достаточно сложным из-за того, что стоимость опциона задается нелинейным стохастическим дифференциальным уравнением. Комбинируя мартингальный подход к оптимизации портфеля с методом дублирования опционов на полном рынке, мы смогли избежать этой проблемы. В то же время следует отметить, что полученные результаты должны стать основанием для дальнейших исследований, таких как введение дополнительных ограничений в портфельную задачу путем добавления резервных активов. Например, можно рассмотреть портфель, содержащий колл- и пут-опционы на одну и ту же акцию. Другим направлением будущих исследований может стать решение портфельной задачи в случае неполного рынка.

Список литературы

1. Халл, Д. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты / Д. Халл. – 6-е изд. – М.: Вильямс, 2007. – 1056 с.
2. Худолей, С. Хеджирование ценовых рисков / С. Худолей, И.Шапошникова // Финансовый директор. – № 2. – 2002. – С. 14–19.
3. Black, F., Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities / F.Black, M. Scholes // J. of political economy. – 1973. – Vol. 81. – P. 637–654.
4. Karatzas, I. Optimal portfolio and consumption decisions for a «small investor» on a finite horizon / I. Karatzas, J.P. Lehoczky, S.E. Shreve // SIAM Journal on Control and Optimization. – 1987. – № 27. – P. 1157–1186.
5. Karatzas, I. Optimization problems in continuous trading / I. Karatzas // SIAM Journal on Control and Optimization. – 1989. – № 27. – P. 1221–1259.
6. Klebaner, C.F. Introduction to stochastic calculus with applications / C.F.Klebaner. – London: Imperial College Press, 2001. – p. 321.
7. Oksendal, B.K. Stochastic differential equations: an introduction with applications / B.K. Oksendal. – 6th ed. – Berlin: Springer-Verlag, 2003. – p. 363.