отправляемый на сервер, содержит информацию о взаимном расположении пластов и их физико-механических параметрах. Важно отметить, что исходная информация может храниться, как в виде файлов определенного формата на машине клиента, так и в распределенной СУБД. После выполнения расчетов выходной файл специального формата автоматически копируется на машину клиента. Файл содержит результаты моделирования устойчивости, которые можно визуализировать (Рис. 2) или использовать для дальнейшего численного анализа.

Таким образом, результатом проведенных исследований, является технологическая схема использования параллельных технологий для практических задач расчета устойчивости подземных сооружений. Схема состоит из специализированного пользовательского приложения, кластерного суперкомпьютера, параллельного пакета численного анализа и механизма удаленного доступа по протоколу SSH. Простота и эффективность данной системы позволяет с успехом применять ее на производстве, при решении реальных задач.

Литература

1. *Галлагер Р.* Метод конечных элементов. Основы. – М.: Мир, 1984.
2. *Стренг Г., Фикс Дж.* Теория метода конечных элементов. – М.: Мир, 1981.
3. *Скоропинский В. Н., Захаров А. А.* Сопротивление материалов. Учебное пособие. М.: МГУИ, 1999.
4. Официальный сайт пакета «Tochnog» http://tochnog.sourceforge.net

СВОБОДНЫЙ МОНОПОЛЬНЫЙ РЫНОК

И. С. Козелл

В докладе рассмотрена модель свободного монопольного рынка, в которой предполагается, что в каждый отдельный момент времени монополист устанавливает некоторую фиксированную, одинаковую для всех покупателей цену на свой товар, а также определяет объем реализации товара [1].

Предварительно введены следующие обозначения: $p(t)$ – цена единицы товара в момент времени t; p_0 – равновесная цена товара; $q(t)$ – количество единиц товара, продаваемого в момент t; q_0 – равновесное количество единиц товара; p^*, p^{**}, q^*, q^{**} – нижние и верхние пороговые значения цены товара и объема продаж соответственно.

В основе построения модели лежит метод динамических аналогий, предложенный Калитиным Б. С., вследствие чего модель согласуется со вторым законом Ньютона, применительно к специально выбранной мере движения. В качестве меры движения выбирается величина $q\dot{p}$, где $\dot{p}$ означает производную по времени от функции $p(t)$. Результатом моделирования является система двух дифференциальных уравнений, описывающая поведение цены на товар монополиста и объема его продаж, удовлетворяющих ряду оговоренных предположений-гипотез относительно взаимоотношений участников монопольного рынка: покупателей товара, монополиста, государства. Обозначим через F_{0d} функцию экономической силы покупателей товара для случая, когда покупатели не обращают внимания на информацию о тенденции изменения цены. Свойства функции экономической силы потребителей должны отражать закон спроса и удовлетворять следующим соотношениям:

$$F_{0d}(p_0, p^{**}, p_0, q_0) = 0,$$

$$\lim_{p \to p^{**}-0} F_{0d}(p, p^{**}, p_0, q_0) = -\infty,$$

$$\frac{dF_{0d}(p, p^{**}, p_0, q_0)}{dp} < 0.$$

В простейшем случае в качестве искомой функции можно взять

$$F_{0d}(p, p^{**}, p_0, q_0) = -q_0 \frac{d_0(p)(p - p_0)}{p^{**} - p},\ p^* < p < p^{**},$$

$$d_0(p) = d_0 p'' + D_0(p - p_0),$$

где $p'' = p^{**} - p_0$, а $d_0(p)$ удовлетворяет граничным условиям

$$d_0(p^*) = d_0^*,\ d_0(p^{**}) = d_0^{**},\ 0 < d_0^* < d(p) < d_0^{**}.$$

Вторая экономическая сила потребителей F_{1d} возникает при учете тенденции изменения цены, которую можно выразить функцией

$$F_{1d}(p, p^*, p^{**}, p_0, q_0, \dot{p}) = d_1(p)\dot{p},\ d_1(p) > 0,$$

$$d_1(p) = q_0 \frac{D_1 p''(p - p^*)}{p'(p^{**} - p)},\ p^* < p < p^{**},\ D_1 > 0.$$

По аналогии с предыдущими рассуждениями можно сказать, что монополист, игнорируя информацию о тенденцию изменения цены, формирует экономическую силу

$$F_{0v}(p, p^*, p_0, q_0) = -q_0 \frac{v_0(p)(p - p_0)}{p - p^*},\ p^* < p < p^{**},$$

$$v_0(p) = v_0 p' - V_0(p - p_0),$$

где $p' = p_0 - p^*$, а $v_0(p)$ является монотонно убывающей функцией и изменяется в зависимости от p таким образом, что

$$v_0(p^*) = v_0^{**},\ v_0(p^{**}) = v_0^*,\ 0 < v_0^* < v_0(p) < v_0^{**}.$$

Если монополист учитывает тенденцию изменения цены, то считаем, что он действуют с экономической силой

$$F_{1v}(p, p^{**}, p^*, q_0, \dot{p}) = -q_0 v_1(p)\dot{p},\ v_1(p) > 0,$$

$$v_1(p) = \frac{V_1 p'(p^{**} - p)}{p''(p - p^*)},\ p^* < p < p^{**},\ V_1 > 0.$$

Влияние государства на монополиста находит свое отражения в законодательстве, которое обязывает его соблюдать установленные законы налогообложения и некоторые правила участия на рынке. Указанный факт можно выразить в виде существования некоторой силы $F_g(p,q)$, подчиненной следующим условиям:

$$F_g(p_0, q_0) = 0, \quad \frac{\partial F_g(p_0, q_0)}{\partial q} = \frac{\partial F_g(p_0, q_0)}{\partial p} = 0.$$

Введем в модель также дифференциальное уравнение, описывающее изменение объема продаж:

$$\dot{q} = -g(p - p^0) - m(q - q^0) + h\dot{p},$$

где $m \ge 0$, $g \ge 0$.

Таким образом, получим следующую модель монопольного рынка:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}(q\dot{p}) = -q_0 \dfrac{v_0 p' - V_0(p - p_0)}{p - p^*}(p - p_0) - q_0 \dfrac{d_0 p'' + D_0(p - p_0)}{p^{**} - p}(p - p_0) - \\ - q_0 V_1 \dfrac{p'(p^{**} - p)}{p''(p - p^*)}\dot{p} + q_0 D_1 \dfrac{p''(p - p^*)}{p'(p^{**} - p)}\dot{p} + F_g(p,q), \\ \dot{q} = -g(p - p_0) - m(q - q_0) + h\dot{p}. \end{cases}$$

Область определения этой модели задается неравенствами

$$p^* < p < p^{**},\ q^* < q < q^{**}.$$

Такая система дифференциальных уравнение обладает точкой покоя (равновесием) $p = p_0$, $\dot{p} = 0$, $q = q_0$. Рассматривалась задача исследования устойчивости равновесия соответствующей точки покоя системы дифференциальных уравнений. Установлены условия асимптотической устойчивости экономического равновесия в смысле Ляпунова [2] системы дифференциальных уравнений.

Теорема 1. *Если для экономической системы выполняются неравенства* $V_1 > D_1$, $m > 0$, *то равновесная цена* $p = p_0$ *и равновесный объем продаж* $q = q_0$ *асимптотически устойчивы*.

Рассмотрена ситуация, когда отсутствует эффект насыщения, то есть $m = 0$, и при этом выполняется условие $V_1 > D_1$, т.е. предполагается, что существует стабильный спрос на товар монополиста, в том смысле, что объем продаж в более поздние моменты времени никак не коррелирует с объемом реализации в предшествующие моменты. Эта гипотеза приводит к анализу критического случая с одним нулевым корнем [3] системы дифференциальных уравнений.

Теорема 2. *Пусть на монопольном рынке отсутствует эффект насыщения. Если все частные производные функции, соответствующей экономическим силам государства, тождественно равны нулю, т.е.* $\dfrac{\partial^k F_g(p_0, q_0)}{\partial q^k} = 0 \quad \forall k$, *то равновесная цена и равновесный объем продаж* $p = p_0$, $q = q_0$ *будут устойчивы, но не асимптотически устойчивы*.

Если же $\dfrac{\partial^l F_g(p_0, q_0)}{\partial q^l} = 0 \quad \forall l = \overline{1, k-1}, \quad \dfrac{\partial^k F_g(p_0, q_0)}{\partial q^k} \neq 0$, *то в случае, если* k *– четное, то равновесная цена и равновесный объем продаж* $p = p_0$, $q = q_0$ *будут неустойчивы. Если* k *– нечетное, то при* $\dfrac{\partial^k F_g(p_0, q_0)}{\partial q^k} > 0$ *равновесная цена и равновесный объем продаж* $p = p_0$, $q = q_0$ *системы будут асимптотически устойчивы, а при* $\dfrac{\partial^k F_g(p_0, q_0)}{\partial q^k} < 0$ *неустойчивы.*

Важной особенностью оказалось то, что полученный результат об устойчивости находится в прямой зависимости от стратегии государственной политики в отношении монополиста. Выбор государством допустимых стратегий может привести как к устойчивости или асимптотической устойчивости равновесия, так и к неустойчивости экономической системы.

Литература

1. *Калитин Б. С.* Модель второго порядка монопольного рынка // Экономика. Управление. Право. 2004. № 2. С. 1–6.

2. *Ляпунов А. М.* Общая задача об устойчивости движения. М., Л.: Гостехиздат, 1950.
3. *Малкин И. Г.* Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966.

ФУНКЦИИ ГРИНА ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ

А. С. Малоштан

В данной работе представлен метод вычисления временных функций Грина для одномерных систем. С помощью этого метода исследован процесс локализации дипольного излучения в бесконечном фотонном кристалле [1],[2].

Функция Грина содержит в себе всю возможную информацию об оптической системе и тем самым является ее фундаментальной характеристикой. С ее помощью можно сравнительно легко вычислять различные физические величины при произвольном поведении источника излучения. Так же подход с помощью функций Грина, наряду с подходом плотности состояний, представляется возможным использовать для рассмотрения эволюции квантово-механических систем в различном окружении.

В данной работе рассматривается простейшая модель одномерной, линейной, бездисперсионной среды. В этом случае система уравнений Максвелла сводится к следующему уравнению:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{n^2(x)}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \tag{1}$$

Стандартный подход к решению данного уравнения для периодической среды заключается в следующем [3]: решение ищется в виде $E(x,t) = E(x)\exp(-i\omega t)$, учитывается периодичность $E(x+d) = \exp(i\mu d)E(x)$, задача сводится к решению системы однородных линейных уравнений, откуда получается дисперсионное соотношение для заданной системы.

Знание дисперсионного соотношения позволяет нам делать заключения о наличии или отсутствии фотонных запрещенных зон, а так же судить о поведении излучения в стационарном режиме. Но нам представляется интересным рассмотреть эволюцию излучения точеного источника в нестационарном режиме, как при попадании частоты излучения в запрещенную зону, так и вне ее.

Для решения поставленной задачи используется метод функции Грина. Описание реализации данного метода приводится ниже.

Функции Грина можно рассматривать как отклик системы на возбужденный в некоторой точке δ-импульс поля. Это соответствует записи уравнения (1) с δ-функцией в правой части: