810

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе

_____________ А.Л. Толстик
«31» _____________ 2015 г.

Регистрационный № УД-_____/уч.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 08 Математика и информационные технологии (по направлениям)

2015г.

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы по дисциплине «Математический анализ», утвержденной 20.10.2014, регистрационный № ТД-G.489/тип. и учебных планов, утвержденных 30.05.2014, регистрационные № G31з-197/уч.; № G31з-198/уч. по специальности 1-31 03 08 Математика и информационные технологии (по направлениям).

СОСТАВИТЕЛИ:
Вениамин Григорьевич Кротов – заведующий кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;
Наталья Владимировна Бровка – профессор кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, доцент;
Михаил Александрович Прохорович – доцент кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:
Кафедрой теории функций
(протокол № _11___ от __06.05.2015)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № __6__ от _29.06.2015)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Математический анализ» является базовой для преподавания большинства математических курсов. Наиболее тесной является связь данной дисциплины с такими дисциплинами как «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики», «Экстремальные задачи и вариационное исчисление». При изучении математического анализа студенты знакомятся с основами дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких действительных переменных. Основные понятия дифференциального и интегрального исчисления являются базовыми для освоения указанных выше математических дисциплин.

Элементы теории предела и дифференциального исчисления используются при изучении дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики». Базовые конструкции интегрального исчисления используются при решении интегральных уравнений в рамках изучения дисциплины «Функциональный анализ», при создании вариационных принципов в задачах математической физики (дисциплина «Уравнения математической физики»), при изучении геометрии гладких поверхностей в рамках дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология», при построении необходимых и достаточных условий оптимальности в задачах оптимизации (дисциплина «Экстремальные задачи и вариационное исчисление»).

Основными методами изучения дисциплины «Математический анализ» являются освоение теоретических знаний на базе лекционного курса, а также самостоятельная проработка студентами теоретического материала. Контроль освоения теоретического материала проводится в форме экзаменов, коллоквиумов, компьютерного тестирования, самостоятельных работ и опросов на практических занятиях.

Методы привития студентам практических навыков использования теоретических результатов при решении различных задач и упражнений отрабатываются на практических занятиях, а также в форме самостоятельной работы студентов. Контроль освоения практических навыков осуществляется во время практических занятий в форме проверки домашних заданий, компьютерного тестирования, а также на контрольных работах и зачетах.

Цель дисциплины «Математический анализ»: создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики.

Образовательная цель: изложение основ дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, изучение алгоритмов решения конкретных математических задач.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Математический анализ»:

− формирование у студентов понятия числа;

– изучение понятия предела и освоение этого понятия с целью практического использования при решении различных задач математики;

– изучение основ дифференциального исчисления, использование элементов дифференциального исчисления при решении экстремальных задач и других задач современной математики;

– использование основ интегрального исчисления при решении задач математики, механики, математической физики.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

– основные понятия и результаты дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных;

– методы доказательств и алгоритмы решения задач математического анализа;

– новейшие достижения в области математического анализа и их приложения в задачах естествознания;

уметь:

– использовать основные результаты математического анализа в практической деятельности;

– использовать теоретические и практические навыки применения дифференциального и интегрального исчисления в математике;

владеть:

– основными методами интегрирования и дифференцирования функций, рядов и интегралов;

– методами доказательств и аналитического исследования функций, рядов и интегралов на непрерывность, сходимость, равномерную сходимость;

– навыками самообразования и способами использования аппарата математического анализа для проведения математических и междисциплинарных исследований.

В результате изучения дисциплины «Математический анализ» студент должен обладать следующими компетенциями:

АК-1 . Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

ПК-1. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-3. Использовать и развивать современные достижения информационных технологий, в том числе в области математики.

ПК-4. Самостоятельно работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой, в том числе с доступной в компьютерных сетях.

ПК-5. Получать результат на основе анализа, его корректно формулировать, видеть следствия сформулированного результата;

ПК-22. Работать с научной, технической и патентной литературой.

Учебная программа предназначена для студентов 1,2,3 курсов (1,2,3,4,5 семестры) заочной формы получения образования.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины отводится 800 часов, в том числе аудиторных занятий – 110 часов, из них:
1 курс 1 семестр – лекционных – 28 часов, практические занятия – 22 часа, контрольная работа – 2 часа. Форма отчетности – зачет, экзамен.
1 курс 2 семестр – лекционных – 10 часов, практические занятия – 10 часов. Форма отчетности – зачет, экзамен.
2 курс 3 семестр – лекционных – 10 часов, практические занятия – 10 часов, контрольная работа – 2 часа.
2 курс 4 семестр – лекционных – 10 часов, практические занятия – 10 часов. контрольная работа – 2 часа. Форма отчетности – зачет.
3 курс 5 семестр – контрольная работа – 2 часа. Форма отчетности – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Множество действительных чисел

Аксиоматика множества действительных чисел. Важнейшие подмножества.
Максимальный и минимальный элементы множества. Границы числовых множеств. Множества, ограниченные сверху и снизу. Точные верхняя и нижняя границы множества.

Тема 2. Предел последовательности

Абсолютная величина числа и окрестности, свойства модуля. Числовые последовательности. Арифметические операции с последовательностями. Ограниченные последовательности. Определение предела последовательности. Общие свойства предела (единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности). Предел и операции над последовательностями. Предельный переход в неравенствах.

Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей. Символы Харди и Ландау. Шкала бесконечно больших последовательностей. Различные формы полноты множества вещественных чисел. Последовательности стягивающихся сегментов, лемма Кантора.

Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами. Предельная точка множества, лемма Больцано-Вейерштрасса. Последова-тельности Коши, критерий Коши сходимости последовательности.

Монотонные последовательности. Теорема о сходимости монотонных последовательностей. Неравенство Бернулли, число Эйлера. Некоторые оценки для числа Эйлера.

Тема 3. Предел функции

Определение предела функции по Коши и его характеризация в терминах последовательностей (предел функции по Гейне). Общие свойства предела функции (единственность предела, локальная ограниченность функции, имеющей предел). Арифметические операции над числовыми функциями. Предел и операции над функциями. Предел функции и неравенства. Два замечательных предела.

Односторонние пределы. Критерий существования предела в терминах односторонних пределов. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Несобственные (бесконечные) числа. Символы Харди и Ландау для функций. Существование предела функции. Критерий Коши для предела функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции.

Тема 4. Непрерывные функции

Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций (локальная ограниченность, локальное сохранение знака). Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность композиции.

Непрерывность функции на множестве. Глобальные свойства непрерывных функций на отрезке. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении точных границ. Теоремы Больцано-Коши о промежуточных значениях. Теорема о непрерывном образе отрезка. Рав-номерная непрерывность, теорема Кантора.

Биективность строго монотонной функции. Критерий глобальной непрерывности монотонной функции. Критерий взаимной однозначности непрерывной функции. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.

Элементарные функции. Степени, степенная, экспоненциальная и логарифмическая функции и их свойства (непрерывность и монотонность).

Тема 5. Дифференцируемые функции

Определение производной. Дифференци-руемость и ее связь с существованием производной. Дифференциал, приближенные вычисления с использованием дифференциала.

Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Связь непрерывности и дифференцируемости. Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование композиции. Производная обратной функции. Производные высших порядков. Полином Тейлора.

Экстремумы функции. Лемма Ферма (необходимое условие экстремума). Основ-ные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши).

Раскрытие неопределенностей. Правила Лопиталя.

Формула Тейлора. Различные формы остатка формулы Тейлора (Пеано, Лагранжа, Коши). Пять основных разложений элементарных функций. Понятие о сходимости числовых рядов. Сходимость разложений Тейлора элементарных функций.
Исследование функций с помощью производной. Монотонность и знак производной. Первое и второе достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума. Выпуклые функции.

Условия выпуклости в терминах первой и второй производной. Точки перегиба. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения: неравенства Юнга, Гельдера и Минковского.
Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения эскиза графика.

Тема 6. Неопределенный интеграл

Первообразная функции. Описание класса всех первообразных. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций. Обобщенные первообразная и неопределенный интеграл.

Основные методы интегрирования (интегрирование по частям и замена переменной).

Интегрирование рациональных функций.
Метод Остроградского. Интегрирование рациональных тригонометрических функций.

Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей. Подстановки Эйлера.

Тема 7. Определенный интеграл Римана

Определение интеграла Римана: разбиение отрезка, ранг разбиения, разбиения с отмеченными точками и интегральные суммы, предел интегральных сумм. Класс интегрируемых функций. Необходимое условие интегрируемости.

Суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу и основные неравенства для них. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу и в терминах интегралов Дарбу. Классы интегрируемых функций (непрерывные, ограниченные с конечным числом точек разрыва, монотонные).

Интеграл по ориентированному промежутку. Свойства определенного интеграла: интегрируемость линейных комбинаций, линейность, аддитивность по области, монотонность. Неравенства для определенного интеграла. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом. Теоремы о среднем значении.

Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Существование первообразной у непрерывной функции и обобщенной первообразной у кусочно непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определенных интегралов - интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.

Приложения определенного интеграла. Длина пространственной кривой, площадь криволинейной трапеции, площадь поверхности вращения, объем тела вращения.

Несобственные интегралы. Особенности функции, определение интеграла от функции с особенностью. Свойства несобственного интеграла: совпадение с интегралом Римана для интегрируемых функций, линейность, аддитивность и монотонность. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле. Случай нескольких особенностей. Главное значение по Коши. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость. Признак сравнения для интегралов от положительных функций. Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.

Тема 8. Дифференцируемые функции многих переменных

Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы. Дифференцируемые функции, производная как линейная форма на R^d. Свойства производной. Геометрическая интерпретация дифферен-цируемости. Формула Лагранжа.

Частные производные функции и их связь с производной. Достаточное условие дифференцируемости. Класс C^1 и его свойства. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл.

Частные производные высших порядков. Теорема Шварца о независимости непрерывной смешанной производной от последовательности дифференцирований. Классы C^k .

Мультииндексы. Полином Тейлора, различные формы записи, формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа. Интегральная форма остатка.

Квадратичные формы и их матрицы. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра (без доказательства). Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции. Достаточное условие экстремума.

Тема 9. Дифференцируемые векторные функции

Векторные функции, компоненты векторной функции. Класс $L(R^n,R^m)$ линейных отображений R^n в R^m. Общий вид элементов $L(R^n,R^m)$. Норма в $L(R^n,R^m)$. Норма композиции линейных отображений. Дифференцируемые векторные функции, производная как элемент $L(R^n,R^m)$. Свойства производной и связь с производными компонент. Матрица Якоби. Производная композиции.

Гомеоморфизмы топологических пространств. Теорема о гомеоморфизмах между открытыми множествами разных размерностей (без доказательства).

Теорема об обратной функции. Сравнение с одномерным случаем.

Постановка задачи о неявной функции. Теорема о неявной функции. Формулы для определения производных неявной функции.

Тема 10. Числовые ряды

Основная терминология теории рядов. Ряд, слагаемые ряда, частные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью ряда. Операции над сходящимися рядами.
Критерий Коши сходимости рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Абсолютная и условная сходимость, связь между ними.

Положительные ряды, критерий сходимости. Признак сравнения и его различные формы. Признак Коши с корнем. Признак Даламбера. Интегральный признак Коши.
Признаки Абеля и Дирихле. Ряды Лейбница.

Ряды со скобками. Перестановки ряда, сумма перестановки абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана о перестановках условно сходящихся рядов.

Тема 11. Функциональные последователь-ности и ряды

Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.
Критерий Коши равномерной сходимости. Теорема о перестановке предельных переходов.

Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.

Функциональные свойства предела последовательности и суммы ряда: непрерывность, теорема Дини, дифференцируемость, интегрируемость.

Пространство непрерывных функций: векторная структура, норма, полнота. Теорема Вейерштрасса о плотности алгебраических полиномов в пространстве непрерывных функций. Пример Ван дер Вардена непрерывной нигде не дифференцируемой функции.

Тема 12. Интегралы, зависящие от параметра

Элементарная теория интегралов от параметра. Свойства непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости.

Несобственные интегралы от параметра. Свойство непрерывности.

Дифференцирование и интегрирование несобственных интегралов от параметра.

Гамма- и бета-функции Эйлера, их функциональные свойства и некоторые соотношения для них, связь между ними. Формула Стирлинга

Тема 13. Ряды Фурье

Тригонометрическая система. Интегральные представления для сумм Фурье. Минимизирующее свойство частичных сумм ряда Фурье, его следствия.

Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации.

Условия сходимости ряда Фурье в точке. Теорема Дини

Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье Теорема Дирихле-Жордана. Средние Фейера и их равномерная сходимость.

Тема 14. Мера и интеграл в R^d. Криволинейные интегралы

Тема 15. Поверхностные интегралы

Поверхность, параметрическая поверхность. Нормаль и касательная плоскость к поверхности.

Площадь поверхности. Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода.

Поверхность с краем. Формула Стокса.

Формула Гаусса-Остроградского.

Тема 16. Элементы векторного анализа

Векторное поле. Поток, дивергенция, ротор, циркуляция. Потенциальное поле.

Формулы Грина, Стокса и Гаусса-Остроградского в теории поля.

Тема 17. Интегралы и ряды

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Контрольная работа	Количество часов по УСР	Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	иное				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	1 семестр									
1	**Тема 1. Множество действительных чисел**	**2**							[1-7]	
1.1	Аксиоматика множества действительных чисел. Важнейшие подмножества. Максимальный и минимальный элементы множества. Границы числовых множеств. Множества, ограниченные сверху и снизу. Точные верхняя и нижняя границы множества.	2								
2	**Тема 2. Предел последовательности**	**8**	**6**						[1-7]	
2.1	Абсолютная величина числа и окрестности, свойства модуля. Числовые последовательности. Арифметические операции с последовательностями. Ограниченные последовательности. Определение предела последовательности. Общие свойства предела (единственность предела, ограниченность сходящейся последовательности). Предел и операции над последовательностями. Предельный переход в неравенствах.	4								

2.2	Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей. Символы Харди и Ландау. Шкала бесконечно больших последовательностей. Различные формы полноты множества вещественных чисел. Последовательности стягивающихся сегментов, лемма Кантора.	4								
2.3	Лемма Бореля-Лебега о покрытиях отрезка интервалами. Предельная точка множества, лемма Больцано-Вейерштрасса. Последова-тельности Коши, критерий Коши сходимости последовательности.		2							Проверка индивидуальных заданий
2.4	Монотонные последовательности. Теорема о сходимости монотонных последовате-льностей. Неравенство Бернулли, число Эйлера. Некоторые оценки для числа Эйлера.		4							Проверка индивидуальных заданий
3	**Тема 3. Предел функции**	**4**	**6**						[1-7]	
3.1	Определение предела функции по Коши и его характеризация в терминах последователь-ностей (предел функции по Гейне). Общие свойства предела функции (единственность предела, локальная ограниченность функции, имеющей предел). Арифметические опера-ции над числовыми функциями. Предел и операции над функциями. Предел функции и неравенства. Два замечательных предела.	2	2							Проверка индивидуальных заданий

3.2	Односторонние пределы. Критерий существования предела в терминах односторонних пределов. Пределы на бесконечности и бесконечные пределы. Несобственные (бесконечные) числа. Символы Харди и Ландау для функций. Существование предела функции. Критерий Коши для предела функции. Монотонные функции. Существование односторонних пределов у монотонной функции.	2	4							Проверка индивидуальных заданий
4	**Тема 4. Непрерывные функции**	**4**	**4**						[1-7]	
4.1	Непрерывность функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций (локальная ограниченность, локальное сохранение знака). Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность композиции.	2								
4.2	Непрерывность функции на множестве. Глобальные свойства непрерывных функций на отрезке. Теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и о достижении точных границ. Теоремы Больцано-Коши о промежуточных значениях. Теорема о непрерывном образе отрезка. Рав-номерная непрерывность, теорема Кантора.	2								

4.3	Биективность строго монотонной функции. Критерий глобальной непрерывности монотонной функции. Критерий взаимной однозначности непрерывной функции. Классификация разрывов функции. Теорема о множестве точек разрыва монотонной функции.		2							Проверка индивидуальных заданий
4.4	Элементарные функции. Степени, степенная, экспоненциальная и логарифмическая функции и их свойства (непрерывность и монотонность).		2							Проверка индивидуальных заданий
5	**Тема 5. Дифференцируемые функции**	**8**	**2**						[1-7]	
5.1	Определение производной. Дифференци-руемость и ее связь с существованием производной. Дифференциал, приближенные вычисления с использованием дифференциала.	2								
5.2	Производные элементарных функций. Правила дифференцирования. Связь непрерывности и дифференцируемости. Дифференцирование и арифметические операции. Дифференцирование композиции. Производная обратной функции. Производные высших порядков. Полином Тейлора.	2								

5.3	Экстремумы функции. Лемма Ферма (необходимое условие экстремума). Основ-ные теоремы о дифференцируемых функциях (теоремы Ролля, Лагранжа и Коши).	2								
5.4	Раскрытие неопределенностей. Правила Лопиталя.	2								
5.5	Формула Тейлора. Различные формы остатка формулы Тейлора (Пеано, Лагранжа, Коши). Пять основных разложений элементарных функций. Понятие о сходимости числовых рядов. Сходимость разложений Тейлора элементарных функций. Исследование функций с помощью производной. Монотонность и знак производной. Первое и второе достаточные условия экстремума. Алгоритм отыскания глобального экстремума. Выпуклые функции.		1							Проверка индивидуальн ых заданий
5.6	Условия выпуклости в терминах первой и второй производной. Точки перегиба. Выпуклость элементарных функций. Неравенство Йенсена и его приложения: неравенства Юнга, Гельдера и Минковского. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения эскиза графика.		1							Проверка индивидуальн ых заданий

6	**Тема 6. Неопределенный интеграл**	**2**	**4**				**2**		[1-7]	Контрольная работа
6.1	Первообразная функции. Описание класса всех первообразных. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций. Обобщенные первообразная и неопределенный интеграл.	1								
6.2	Основные методы интегрирования (интегрирование по частям и замена переменной).	1								
6.3	Интегрирование рациональных функций. Метод Остроградского. Интегрирование рациональных тригонометрических функций.		2							Проверка индивидуальных заданий
6.4	Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей. Подстановки Эйлера.		2							
	2 семестр									
7	**Тема 7. Определенный интеграл Римана**	**4**	**4**						[1-7]	
7.1	Определение интеграла Римана: разбиение отрезка, ранг разбиения, разбиения с отмеченными точками и интегральные суммы, предел интегральных сумм. Класс интегрируемых функций. Необходимое условие интегрируемости.	1								

7.2	Суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу и основные неравенства для них. Критерии интегрируемости в терминах сумм Дарбу и в терминах интегралов Дарбу. Классы интегрируемых функций (непрерывные, ограниченные с конечным числом точек разрыва, монотонные).	1								
7.3	Интеграл по ориентированному промежутку. Свойства определенного интеграла: интегрируемость линейных комбинаций, линейность, аддитивность по области, монотонность. Неравенства для определенного интеграла. Непрерывность интеграла с переменным верхним пределом. Теоремы о среднем значении.	1	1							
7.4	Дифференцируемость интеграла с переменным верхним пределом. Существование первообразной у непрерывной функции и обобщенной первообразной у кусочно непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Основные методы вычисления определенных интегралов - интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Формула Тейлора с остатком в виде интеграла.	1	1							Проверка индивидуальных заданий

7.5	Приложения определенного интеграла. Длина пространственной кривой, площадь криволинейной трапеции, площадь поверхности вращения, объем тела вращения.		1							
7.6	Несобственные интегралы. Особенности функции, определение интеграла от функции с особенностью. Свойства несобственного интеграла: совпадение с интегралом Римана для интегрируемых функций, линейность, аддитивность и монотонность. Интегрирование по частям и замена переменной в несобственном интеграле. Случай нескольких особенностей. Главное значение по Коши. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Абсолютная и условная сходимость. Признак сравнения для интегралов от положительных функций. Признак Абеля-Дирихле для условной сходимости.		1							Проверка индивидуальных заданий
8	**Тема 8. Дифференцируемые функции многих переменных**	**3**	**2**						[1-7]	

8.1	Линейные формы на R^d, гиперплоскость, общий вид линейной формы. Дифференцируемые функции, производная как линейная форма на R^d. Свойства производной. Геометрическая интерпретация дифферен-цируемости. Формула Лагранжа.	1								
8.2	Частные производные функции и их связь с производной. Достаточное условие дифференцируемости. Класс C^1 и его свойства. Производная по направлению, градиент, его геометрический смысл.	1								Проверка индивидуальных заданий
8.3	Частные производные высших порядков. Теорема Шварца о независимости непрерывной смешанной производной от последовательности дифференцирований. Классы C^k.	1								
8.4	Мультииндексы. Полином Тейлора, различные формы записи, формула Тейлора с остатками Пеано, Лагранжа. Интегральная форма остатка.		1							
8.5	Квадратичные формы и их матрицы. Знакопостоянные квадратичные формы, критерий Сильвестра (без доказательства). Локальные экстремумы функции. Необходимые условия экстремума, стационарные точки функции. Достаточное условие экстремума.		1							Проверка индивидуальных заданий

9	**Тема 9. Дифференцируемые векторные функции**	**3**	**4**						[1-7]	
9.1	Векторные функции, компоненты векторной функции. Класс $L(R^n,R^m)$ линейных отображений R^n в R^m. Общий вид элементов $L(R^n,R^m)$. Норма в $L(R^n,R^m)$. Норма композиции линейных отображений. Дифференцируемые векторные функции, производная как элемент $L(R^n,R^m)$. Свойства производной и связь с производными компонент. Матрица Якоби. Производная композиции.	2								
9.2	Гомеоморфизмы топологических пространств. Теорема о гомеоморфизмах между открытыми множествами разных размерностей (без доказательства).	1								
9.3	Теорема об обратной функции. Сравнение с одномерным случаем.		2							
9.4	Постановка задачи о неявной функции. Теорема о неявной функции. Формулы для определения производных неявной функции.		2							Проверка индивидуальных заданий
	3 семестр									
10	**Тема 10. Числовые ряды**	**2**	**2**						[1-7]	

10.1	Основная терминология теории рядов. Ряд, слагаемые ряда, частные суммы. Сходящиеся и расходящиеся ряды, сумма ряда. Остатки ряда, связь сходимости остатков со сходимостью ряда. Операции над сходящимися рядами. Критерий Коши сходимости рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Абсолютная и условная сходимость, связь между ними.	1								
10.2	Положительные ряды, критерий сходимости. Признак сравнения и его различные формы. Признак Коши с корнем. Признак Даламбера. Интегральный признак Коши. Признаки Абеля и Дирихле. Ряды Лейбница.	1	1							
10.3	Ряды со скобками. Перестановки ряда, сумма перестановки абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана о перестановках условно сходящихся рядов.		1							Проверка индивидуальных заданий
11	**Тема 11. Функциональные последователь-ности и ряды**	**2**	**2**						[1-7]	
11.1	Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Теорема о перестановке предельных переходов.	1								
11.2	Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле для равномерной сходимости.	1								

11.3	Функциональные свойства предела последовательности и суммы ряда: непрерывность, теорема Дини, дифференцируемость, интегрируемость.		1							
11.4	Пространство непрерывных функций: векторная структура, норма, полнота. Теорема Вейерштрасса о плотности алгебраических полиномов в пространстве непрерывных функций. Пример Ван дер Вардена непрерывной нигде не дифференцируемой функции.		1							Проверка индивидуальных заданий
12	**Тема 12. Интегралы, зависящие от параметра**	**4**	**4**						[1-7]	
12.1	Элементарная теория интегралов от параметра. Свойства непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости.	1								
12.2	Несобственные интегралы от параметра. Свойство непрерывности.	1								
12.3	Дифференцирование и интегрирование несобственных интегралов от параметра.	1	2							
12.4	Гамма- и бета-функции Эйлера, их функциональные свойства и некоторые соотношения для них, связь между ними. Формула Стирлинга	1	2							Проверка индивидуальных заданий
13	**Тема 13. Ряды Фурье**	**2**	**2**				**2**		[1-7]	Контрольная работа

13.1	Тригонометрическая система. Интегральные представления для сумм Фурье. Минимизирующее свойство частичных сумм ряда Фурье, его следствия.	1								
13.2	Лемма Римана-Лебега. Принцип локализации.	1								
13.3	Условия сходимости ряда Фурье в точке. Теорема Дини		1							Проверка индивидуальных заданий
13.4	Признак Дини-Липшица равномерной сходимости рядов Фурье Теорема Дирихле-Жордана. Средние Фейера и их равномерная сходимость.		1							Проверка индивидуальных заданий
	4 семестр									
14	**Тема 14. Мера и интеграл в R^d. Криволинейные интегралы**	**4**	**4**						[1-7]	
15	**Тема 15. Поверхностные интегралы**	**2**	**2**				**2**		[1-7]	Проверка индивидуальных заданий
15.1	Поверхность, параметрическая поверхность. Нормаль и касательная плоскость к поверхности.	1								
15.2	Площадь поверхности. Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода.	1								
15.4	Поверхность с краем. Формула Стокса.		1							
15.5	Формула Гаусса-Остроградского.		1							
16	**Тема 16. Элементы векторного анализа**	**4**	**4**						[1-7]	

16.1	Векторное поле. Поток, дивергенция, ротор, циркуляция. Потенциальное поле.	2	2							
16.2	Формулы Грина, Стокса и Гаусса-Остроградского в теории поля.	2	2							
	5 семестр									
17	**Тема 17. Интегралы и ряды**	–	–				**2**		[1-7]	Контрольная работа
	Всего по дисциплине	**58**	**52**				**8**			

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Список литературы

Основная литература

1 Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков. Лекции по математическому анализу. М.: Высшая школа, 2000.

2 В.А. Зорич. Математический анализ (2 тома). М.: Наука, 1981 и другие издания.

3 Л.Д. Кудрявцев. Курс математического анализа. М.: Высшая школа, Т. 1, 2. 1981 и другие издания.

4 С.М. Никольский. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука. 1990.

5 Б.П. Демидович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1990.

6 Э.И. Зверович. Вещественный и комплексный анализ. Т. 1–6. Минск: Вышэйшая школа, 2008.

7 Сборник задач по математическому анализу /Под ред. Л.Д. Кудрявцева, М.: Наука, Т. 1. – 1984, Т. 2. – 1986, Т. 3 – 1994 и другие издания.

Дополнительная литература

8 Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах. М.: Наука. 1969 и другие издания.

9 В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. Математический анализ. М.: Наука, 1979.

10 А.М. Тер-Крикоров, И.И. Шабунин. Курс математического анализа. М.: Наука, 1988.

11 У. Рудин. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976.

12 Г. Полиа, Г. Сеге. Задачи и теоремы из анализа. Т. 1, 2. М.: Наука, 1978.

13 Б. Гелбаум, Дж. Олмстед. Контрпримеры в анализе. М.: Мир, 1967.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Теория функций комплексного переменного	Кафедра теории функций	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 06.05.2015)
Функциональный анализ	Кафедра функционального анализа	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 06.05.2015)
Уравнения математической физики	Кафедра математической кибернетики	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 06.05.2015)
Дифференциальные уравнения	Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 06.05.2015)
Экстремальные задачи и вариационное исчисление	Кафедра нелинейного анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 06.05.2015)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
на _____/_____ учебный год

№п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № ____ от ________ 20_ г.)

Заведующий кафедрой

_______________________ ________________ ___________________
(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

_______________________ ________________ ___________________
(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)