

УДК 621.391.2

## ИССЛЕДОВАНИЕ НЕУЗКОПОЛОСНОЙ ФУНКЦИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ СИГНАЛОВ С КВАДРАТИЧНОЙ ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

*Е. И. Бовбель, С. В. Гилевский, В. В. Изоз, И. Ю. Шмидов*

Численными методами получены узкополосные функции неопределенности и частотно-временные функции откликов сигналов с квадратичной частотной модуляцией. Определены допустимые расстройки по скорости и найдены предельные значения параметров сигнала с квадратичной частотной модуляцией, при которых справедливо узкополосное приближение.

### ВВЕДЕНИЕ

В активной локации функция неопределенности служит для характеристики разрешающей способности локационных систем по дальности и скорости. Если аппроксимировать взаимодействие сигнала с движущимся с постоянной скоростью объектом простым сдвигом сигнала во времени и по частоте, то сигнал на выходе согласованного фильтра полностью описывается функцией неопределенности Вудворда [1, 2]. При использовании узкополосных сигналов применяется точная модель эффекта Доплера: растяжение или сжатие временной оси. В этом случае предпочтительнее исследовать узкополосную функцию неопределенности. В данной работе численными методами исследуется узкополосная функция неопределенности сигналов с квадратичной частотной модуляцией и определяются параметры сигнала, при которых можно пользоваться функцией неопределенности Вудворда.

### 1. НЕУЗКОПОЛОСНАЯ ФУНКЦИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Предположим, что объект движется с постоянной радиальной скоростью  $v$ . Тогда сигнал, отраженный от данного объекта, запишется в виде [3]

$$(1) \quad \psi_n(t) = \sqrt{k} \psi(kt - \tau),$$

где

$$k = \frac{c-v}{c+v} = 1 - \frac{2v}{c+v} = 1 - \delta; \quad \tau = \frac{2R_0}{c+v};$$

$c$  — скорость распространения волн в среде.

Исследование различий между сигналами  $\psi_1(t)$ , отраженным от первого объекта, находящегося на расстоянии  $R_1$  и движущегося с постоянной скоростью  $v_1$ , и  $\psi_2(t)$ , отраженным от второго объекта, находящегося на расстоянии  $R_2$  и движущегося с постоянной скоростью  $v_2$ , сводится к рассмотрению расстояния между данными сигналами в пространстве  $L_2$  [4], и единственной мерой различия между данными сигналами является

скалярное произведение

$$(2) \quad \langle \psi_2, \psi_1 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_2(t) \psi_1^*(t) dt.$$

Используя равенство (1), соотношение (2) перепишем в виде

$$\chi(k_1, k_2, \tau_1, \tau_2) = \sqrt{k_1 k_2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(k_1 t - \tau_1) \psi^*(k_2 t - \tau_2) dt.$$

Если положить  $v_1 = 0$  и  $\tau_1 = 0$ , то получим соотношение

$$(3) \quad \chi(k, \tau) = \sqrt{k} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \psi^*(kt - \tau) dt,$$

которое является функцией неопределенности неузкополосных сигналов.

Как показано в работах [5, 6], объем под данной функцией неопределенности

$$\int_{k=0}^{\infty} \int_{\tau=-\infty}^{\infty} |\chi(\tau, k)|^2 d\tau dk$$

зависит от формы сигнала.

Для сигнала с односторонней квадратичной модуляцией (КЧМ-сигнал) вида

$$(4) \quad \psi(t) = \Pi_T(t - T/2) \exp\left[j2\pi\left(f_0 t + \frac{c}{3} t^3\right)\right],$$

где

$$\Pi_T(t) = \begin{cases} 1, & -T/2 \leq t \leq T/2, \\ 0 & \text{при остальных } t, \end{cases}$$

аналитически довольно трудно рассчитать неузкополосную функцию неопределенности. В данном случае используем численные методы расчета. Алгоритм для расчета неузкополосной функции неопределенности с использованием алгоритма быстрой свертки рассмотрен в работе [7]. Конкретно рассчитывалась функция вида

$$\chi(\tau, \delta_{\text{оп}}, \Delta\delta) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi[(1 - \delta_{\text{оп}} - \Delta\delta)t] \psi^*[(1 - \delta_{\text{оп}})t - \tau] dt,$$

где  $\delta_{\text{оп}} = 2v_{\text{оп}}/c$ ;  $\Delta\delta = 2\Delta v/c$ ;  $\Delta v = v - v_{\text{оп}}$ ;  $v_{\text{оп}}$  — радиальная скорость объекта, соответствующая опорному сигналу. На рис. 1 приведены контуры неопределенности неузкополосной функции неопределенности КЧМ-сигналов, снятые для различных параметров сигналов, с которыми согласован фильтр. Контур неопределенности, соответствующий  $-3\text{дб}$ , является геометрическим местом точек пересечения неузкополосной функции неопределенности на уровне 0,707 плоскостью, параллельной осям  $\tau$ ,  $\Delta\delta$ . Допустимую расстройку по скорости неузкополосного КЧМ-сигнала можно определить как максимальную доплеровскую координату  $\Delta\delta$ , связанную с контуром неопределенности.

Контуры неопределенности КЧМ-сигнала обладают интересным свойством, которое заключается в том, что вид контура неопределенности КЧМ-сигнал зависит от вида функции мгновенной частоты. Следует различать КЧМ-сигнал, у которого мгновенная частота является выпуклой

функцией, обращенной вогнутостью вверх (обозначим данный сигнал КЧМВ), и КЧМ-сигнал, у которого мгновенная частота является выпуклой функцией, обращенной вогнутостью вниз (обозначим данный сигнал КЧМН). На рис. 1, а, б представлены соответственно контуры неопределенности КЧМВ- и КЧМН-сигналов.

Из рис. 1, б видно, что контур неопределенности КЧМН-сигнала с увеличением ширины полосы частот сигнала  $W$  при фиксированной длительности сигнала  $T$  стремится к «кнопочной» форме, а из рис. 1, а видно, что КЧМВ-сигнал обладает максимальной допустимой расстройкой по

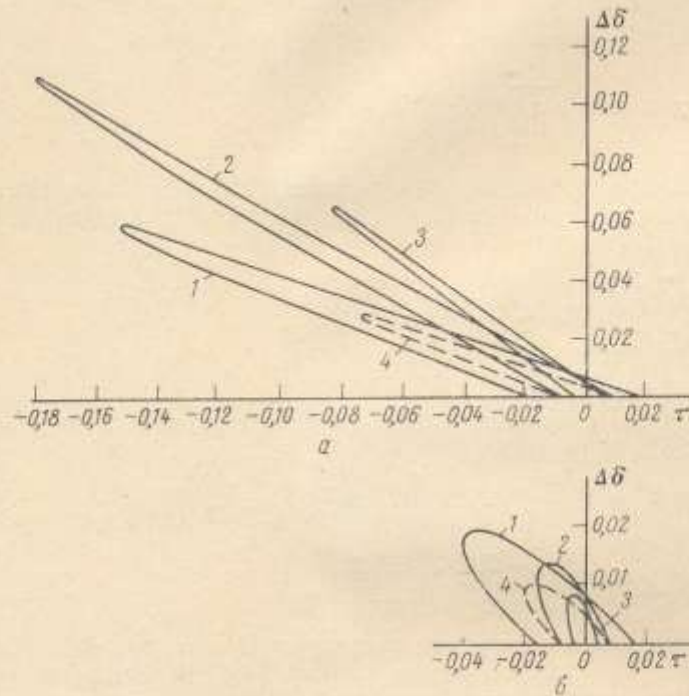


Рис. 1. Контур неопределенности КЧМ-сигнала (а — КЧМВ-сигнал, б — КЧМН-сигнал): 1 —  $f_0=50$ ,  $W=25$ ; 2 —  $f_0=50$ ,  $W=50$ ; 3 —  $f_0=50$ ,  $W=100$ ; 4 —  $f_0=100$ ,  $W=50$

скорости при условии: относительная полоса данного сигнала порядка единицы. На рис. 1 приведены контуры неопределенности КЧМВ-сигнала при фиксированной базе сигнала для различных значений  $f_0$ . Из данного рисунка видно, что допустимая расстройка по скорости КЧМ-сигнала зависит и от линейного члена мгновенной частоты КЧМ-сигнала, причем из рис. 1 видно, что при одновременном увеличении полосы  $W$  и начальной частоты в 2 раза поворот оси контура неопределенности сохраняется, а допустимая расстройка по скорости уменьшается в 2 раза.

## 2. ФУНКЦИЯ ВЗАИМНОНЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ КЧМ-СИГНАЛА

Наиболее полно можно оценить влияние скорости на выходной сигнал согласованного фильтра, если использовать частотно-временную функцию на выходе согласованного фильтра. Данная функция запишется в виде

$$(5) \quad A_s(\tau, \nu) = \sqrt{1-\delta} \int_{-\infty}^{\infty} \psi[(1-\delta)t] \psi^*(t-\tau) e^{i2\nu t} dt,$$

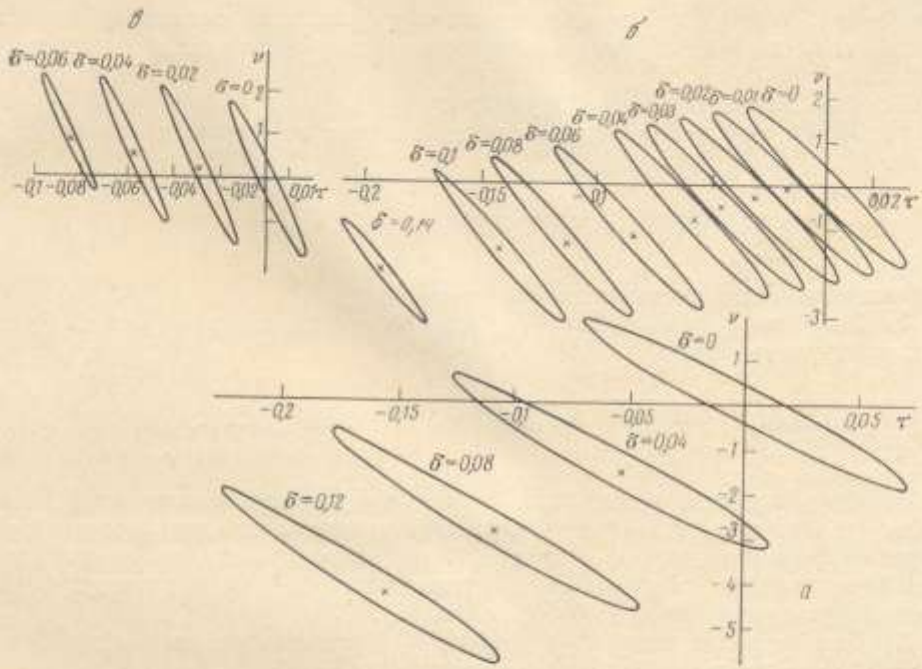


Рис. 2. Эллипсы неопределенности КЧМВ-сигнала (а —  $W=25$ , б —  $W=50$ , в —  $W=100$ )

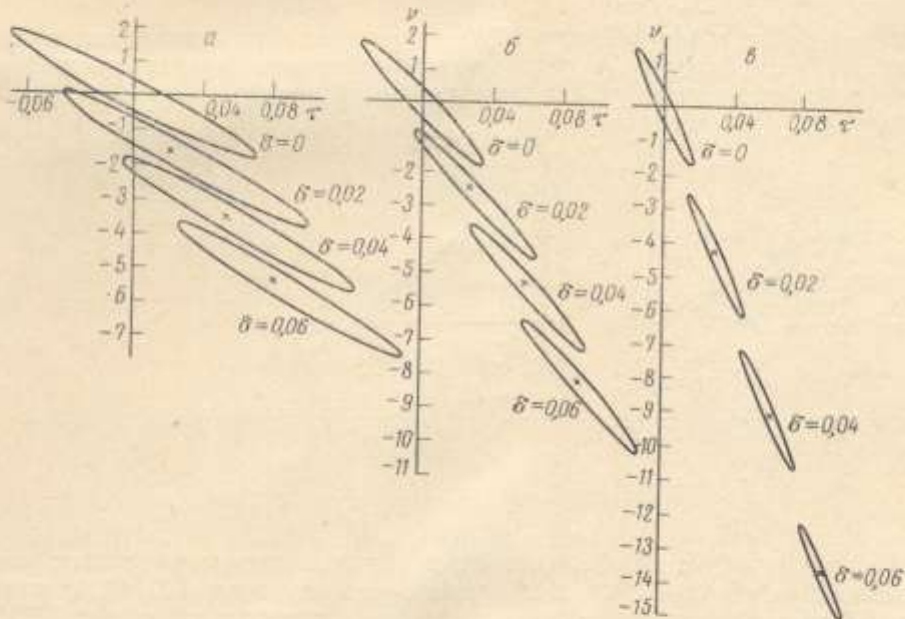


Рис. 3. Эллипсы неопределенности КЧМН-сигнала (а —  $W=25$ , б —  $W=50$ , в —  $W=100$ )

где  $\delta=2v/c$ , и является по своему смыслу функцией взаимнеопределенности, т. е. двумерной взаимокорреляционной функцией по времени и частоте.

Основные свойства данной функции:

1) Объем под данной функцией не зависит от формы сигнала

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |A_{\delta}(\tau, \nu)|^2 d\tau d\nu = \text{const}$$

для значений  $\delta$ , допустимых на практике.

2) Положив в соотношении (5)  $\nu=0$ , получим неузкополосную функцию неопределенности

$$A_{\delta}(\tau, 0) = \sqrt{1-\delta} \int_{-\infty}^{\infty} \psi[(1-\delta)t] \psi^*(t-\tau) dt = \chi(\tau, \delta).$$

Из данного свойства видно, что, исследуя функцию взаимнеопределенности (объем под поверхностью функции взаимнеопределенности не зависит от формы сигнала), получаем более ясное представление о поведении неузкополосной функции неопределенности (объем под поверхностью данной функции зависит от формы сигнала).

3) Для сигналов вида  $\psi(t) = \mu(t) e^{j2\pi f_0 t}$  и при замене переменной  $\nu = \nu_1 + \delta f_0$  соотношение (5) примет вид

$$\begin{aligned} A_{\delta}(\tau, \nu_1 + \delta f_0) &= \sqrt{1-\delta} e^{j2\pi f_0 \tau} \int_{-\infty}^{\infty} \mu[(1-\delta)t] \mu^*(t-\tau) e^{j2\pi \nu_1 t} dt \\ &= e^{j2\pi f_0 \tau} \chi_{\delta}(\tau, \nu_1). \end{aligned}$$

Функция  $|\chi_{\delta}(\tau, \nu_1)| = |A_{\delta}(\tau, \nu_1 + \delta f_0)|$  соответствует сигналу на выходе согласованного фильтра, у которого компенсирован перенос средней частоты, но не рассогласование комплексной огибающей.

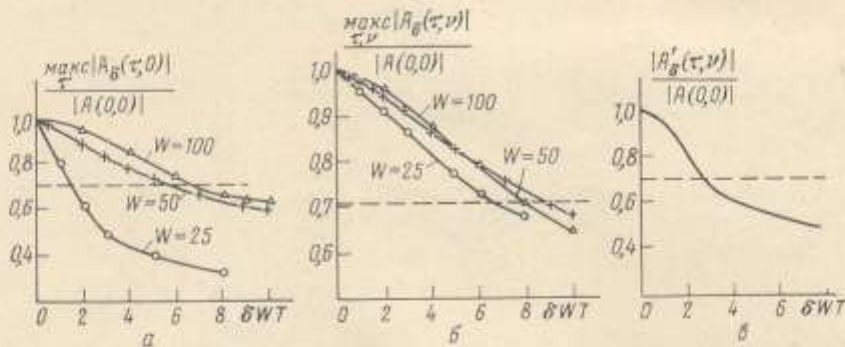


Рис. 4. Дисперсионные характеристики КЧМВ-сигнала

Полученные численными методами эллипсы неопределенности, соответствующие уровню 0,707 от максимального значения  $A(0, 0)$ , и максимумы функции взаимнеопределенности при различных значениях КЧМВ- и КЧМН-сигналов представлены на рис. 2 и 3 соответственно. Как следует из рис. 2, движение максимального значения функции взаимнеопределенности в плоскости  $\tau, \nu$  зависит от ширины полосы частот сигнала. Видно, что с увеличением ширины полосы проявляются «инерционные» свойства комплексной огибающей КЧМВ-сигнала по оси  $\nu$ . Из рис. 3 сле-

дует, что комплексная огибающая КЧМН-сигнала «убыстряет» смещение максимального значения по оси  $\nu$ .

Учитывая различный характер движения эллипсов КЧМН- и КЧМВ-сигналов и то, что узкополосная функция неопределенности формируется из основных сечений функции взаимнеопределенности, приходим к более ясному пониманию того, почему контуры неопределенности узкополосной функции неопределенности данных сигналов отличаются друг от друга.

На рис. 4, а представлена зависимость  $\max_{\tau} |A_0(\tau, 0)|$  от переменной  $\delta WT$  для различных значений ширины полосы  $W$  КЧМВ-сигнала. Значения параметра  $\delta$ , при которых данная функция принимает значения 0,707  $\max_{\tau} |A_0(\tau, 0)|$ , соответствуют допустимой расстройке по скорости.

На рис. 4, б представлена зависимость  $\max_{\tau, \nu} |A_0(\tau, \nu)|$  от переменной  $\delta WT$ . Из данного рисунка следует, что КЧМВ-сигнал позволяет в очень широких пределах использовать узкополосное приближение.

Дисперсионная кривая, представленная на рис. 4, в, описывает сигнал на выходе согласованного фильтра, у которого компенсирован перенос средней частоты. Из данного рисунка следует, что доплеровские искажения в данной системе не зависят от отношения средней частоты к ширине полосы частот, а определяются только базой сигнала. В случае ЛЧМ-сигнала кривые  $\max_{\tau, \nu} |A_0(\tau, \nu)|$  совпадают с дисперсионной кривой данного сигнала, но если обратиться к рис. 4, б и 4, в, то видно, что для сигналов с нелинейной модуляцией (в данном случае для КЧМ-сигнала) данные кривые отличаются друг от друга.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. М. Вудворд, Теория вероятностей и теории информации с применением в радиолокации, Изд. Советское радио, 1955.
2. Д. Е. Вакман, Сложные сигналы и принцип неопределенности в радиолокации, Изд. Советское радио, 1965.
3. Я. Д. Ширман, В. Н. Голиков, Основы теории обнаружения радиолокационных сигналов и измерения их параметров, Изд. Советское радио, 1963.
4. Л. Френкс, Теория сигналов, Изд. Советское радио, 1974.
5. A. W. Rihaczek, IEEE Trans., 1967, AES-3, 4, 705.
6. R. N. T. Bates, J. Sound and Vibrat., 1971, 16, 2, 223.
7. Е. И. Вовбель, В. В. Изох, И. Ю. Шмидов, Радиотехника и электроника, 1973, 18, 11, 2311.

Поступила в редакцию  
9 II 1978