УДК 681.3.068 : 519.95

С.В. Абламейко, В.П. Васильев

ДИАЛОГОВАЯ ПРОЦЕДУРА МОДИФИКАЦИИ ФОРМЫ КРИВОЙ

В проектно-конструкторских разработках большое место отводится работам, в основе которых лежит задача изменения формы проектируемого объекта. Такие задачи особенно часто появляются в работах, связанных с размещением объектов, имеющих жесткие габариты, внутри проектируемого изделия, например двигателя внутри корпуса судна. В этом случае, если устанавливаемый объект не может быть помещен в заданных условиях, конструктор вынужден выполнить ряд действий, связанных с изменением формы проектируемого объекта. При этом требуемое проектное решение не всегда находится сразу, ибо требуется, чтобы оно удовлетворяло нескольким критериям, например гладкости, условиям функционирования, эстетике и т.д.

В данной работе рассматривается совокупность действий, позволяющая оператору менять форму проектируемой кривой с помощью средств машинной графики – дисплея и функциональной клавиатуры. Эти действия производятся над точечным базисом кривой, а затем строится математическая модель новой кривой.

Традиционные методы решения данной задачи следующие: сначала выполняются изменения над базисом, а затем модифицированный базис пропускается через программный комплекс, определяющий математическую модель кривой. При этом размерность базиса, а следовательно, и решаемой задачи, часто не убывает. Метод, изложенный в работе, позволяет сократить размерность и ускорить решение задачи.

Пусть кривая натягивается на массив точек, заданный своими радиус-векторами $\{\bar{r}_i\}$, $i=0,\ldots,N+1$. В качестве математической модели используется разложение по базисным сплайнам [1] . Коэффициенты разложения $\bar{c}_i$, $i=-3,-2,\ldots,N$, вычисляют, используя дополнительные (краевые) условия, заданные в точках с номерами. Как показано в работе [2] , редактирование кривой целесообразно рассматривать только на внутренних интервалах задания дополнительных условий.

Рассмотрим четыре типа команд, три из которых являются операциями редактирования, а четвертый означает конец редактирования. Каждый из указанных типов задается двумя видами параметров. Пер –

вый – код действия, указывает, что необходимо сделать с точками базиса, второй – операнды – где и каким образом изменить данные точки.

Введем указанные операции.

1. Вставить массив точек после указанной:
 - код действия: <ВС> ;
 - операнды: <номер точки>, <координаты вставляемых точек>.
2. Удалить массив точек между двумя указанными:
 - код действия: <УД> ;
 - операнды: <номера точек>.
3. Заменить массив точек между двумя указанными другим массивом точек:
 - код действия <ЗАМ> ;
 - операнды: <номера заменяемых точек>, <координаты "нового" массива точек>.
4. Конец редактирования:
 - код действия <П>;
 - операндов нет.

Последний тип нужен для выхода из управляющей программы процедуры. Рассмотрим два случая поведения кривой после редактирования:

- прохождение через все точки базиса;
- прохождение через все точки базиса, кроме соседних с редактируемыми.

1. Пусть кривая восстанавливается и модифицируется с помощью кубических B-сплайнов. Для простоты предположим, что редактируется одна точка. Тогда [2] при удалении от редактируемой точки вправо и влево кривая ассимптотически стремится к своему первоначальному положению, т.е., если редактируется i-я точка, то для любого наперед заданного ε можно указать номер j дуги, такой, начиная с которой отклонение кривой от ее первоначального положения меньше ε

$$|i - j| > \frac{\ln \varepsilon - \ln|\Delta \vec{r}|}{\ln(2-\sqrt{3})} \qquad (1)$$

Условия прохождения кривой через данные точки запишем в виде системы разностных уравнений:

$$\vec{C}_{i+K-1} + 4\vec{C}_{i+K} + \vec{C}_{i+K+1} = 6\vec{r}_{i+K}, \quad K=-j_1,\ldots,j_1 . \qquad (2)$$

Размерность данной системы – $2j_1 + l$,

где
$$l = \begin{cases} 0 & \text{для удаления} \\ 1 & \text{– замены} \\ 2 & \text{– вставки ;} \end{cases}$$

j_1 – правая часть формулы (1).

Краевые условия для этой системы следующие:

а) для замены

$$\vec{C}'_{i-j_1} = \vec{C}_{i-j_1} \quad \text{и} \quad \vec{C}'_{i+j_1} = \vec{C}_{i+j_1} ;$$

б) для удаления

$$\vec{C}'_{i-j_1} = \vec{C}_{i-j_1} \quad \text{и} \quad \vec{C}'_{i+j_1-1} = \vec{C}_{i+j_1};$$

в) для вставки

$$\vec{C}'_{i-j_1} = \vec{C}_{i-j_1} \quad \text{и} \quad \vec{C}'_{i+j_1+1} = \vec{C}_{i+j_1},$$

где $\vec{C}'_i$ – новые значения коэффициентов разложения.

Решив систему, получаем уравнение измененного участка кривой.

Для параболических сплайнов система для нахождения коэффициентов $\vec{C}_i$ имеет вид:

$$\vec{C}_i + \vec{C}_{i+1} = 2\vec{r}_i. \qquad (3)$$

Тогда, изменяя вектор $\vec{r}_i$, в силу рекуррентности нахождения $\vec{C}_i$, получаем, что коэффициенты изменяются, начиная с i-го номера вправо, если краевое условие задано на левом конце. Кривая соответственно изменится на интервале $]t_{i-1}, B[$, причем в опорных точках сохраняя свои значения, т.е. имеем одностороннюю локальность. Для случая редактирования массива точек система (2) будет состоять из $2(i-j)+K_1$ уравнений,

где
$$K_1 = \begin{cases} \text{кол-во вставляемых точек} & \text{для вставки} \\ \text{кол-во заменяемых точек} & \text{для замены} \\ 0 & \text{для удаления} \end{cases}$$

Краевые условия аналогичны предыдущему случаю.

2. Для одной точки система (2) будет состоять из одного уравнения, из которого получаем

$$\vec{C}'_i = \frac{1}{4}(6\vec{r}'_i - \vec{C}_{i-1} - \vec{C}_{i+1}),$$

оставляя $\vec{C}_{i-1}$ и $\vec{C}_{i+1}$ без изменения.

Так как кубический сплайн на каждом отрезке можно записать в виде

$$\vec{S}_j(t) = \sum_{i=j}^{j+3} \vec{C}_i B_i(t), \qquad (4)$$

то видно, что коэффициент $\vec{C}'_i$ входит в разложение только на двух близлежащих участках вправо и влево. Векторы $\vec{r}_{i-3}, \vec{r}_{i+3}$ останутся без изменения. Таким образом получаем, что при изменении вектора $\vec{r}_i$ кривая изменяется на интервале $]t_{i-3}, t_{i+3}[$. На указанных интервалах, а также в векторах $\vec{r}_{i-3}, \vec{r}_{i+3}$ сохраняется непрерывность производной до второго порядка.

Для параболических сплайнов находим

$$\vec{C}'_i = 2\vec{r}'_i - \vec{C}_{i+1}.$$

Коэффициент $\vec{C}'_i$ входит в разложение только на одном участке вправо и влево, т.е. при изменении вектора $\vec{r}_i$ кривая изменится на интервале $]t_{i-2}, t_{i+2}[$.

Для редактирования массива точек находим только коэффициенты $\bar{C}_i$, соответствующие измененным $\vec{r}_i$. Аналогичными рассуждениями получаем, что кривая, восстановленная с помощью кубических сплайнов, изменится на интервале $]t_{j-3}, t_{j+k+2}[$, где K – количество измененных точек. Для параболических – соответственно $]t_{j-2}, t_{j+k+2}[$.

Рассмотрим теперь вопрос задания точности изменения кривой, характеризуемой величиной ε. Она должна быть достаточно малой, чтобы на экране устройства вывода не было заметно нарушения гладкости кривой в точках стыковки. С другой стороны, ε имеет метрическую размерность и зависит от природы данных изменяемой кривой. Ясно, что при работе с крупно-габаритными объектами (корпусом судна, автомобиля) нет смысла задавать величину ε в долях миллиметра. В системах автоматизированного проектирования имеются три типа данных:

- вводимые данные (ВД);
- натурные данные проектируемого объекта (НДПО);
- выводные данные (ДВ),

связь между которыми определяется соотношениями

(НДПО) = $A1$ (ВД);

(ВД) = $A2$ (НДПО).

Здесь $A1$ и $A2$ матрицы масштабных преобразований.

Тогда, задавая величину ε в зависимости от выводных данных, пересчитываем ее в систему НДПО с помощью соотношения

$$\vec{E} = (A2)^{-1}\vec{\varepsilon}.$$

Здесь $\vec{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\varepsilon, \varepsilon, \varepsilon)$.

Таким образом, получим величину точности отклонения, связанную с НДПО. С помощью величины $\vec{E}$ проводятся все указанные выше вычисления. Формула связи (1) примет вид

$$|i-j| > \frac{\ln|\vec{E}| - \ln|\Delta\vec{r}|}{\ln(2-\sqrt{3})}.$$

Рассмотренная процедура реализована на аппаратурном комплексе, состоящем из мини ЭВМ $PDP-11/10$ и графического дисплея ГТ-77.

Л и т е р а т у р а

1. А б л а м е й к о С.В., В а с и л ь е в В.П. Использование В-сплайнов для задач создания математической модели линии в САПР. - В сб."Теория и методы автоматизации проектирования". Минск, ИТК АН БССР, 1979, вып. 2.

2. А б л а м е й к о С.В., В а с и л ь е в В.П. Исследование коэффициентов сплайна, моделирующего точечно-заданную кривую.- В настоящем сборнике.

[29.05.79]

Институт технической
кибернетики АН БССР,
г. Минск